

**Esame scritto di Geometria e Algebra - Corso di Laurea in
Ingegneria Biomedica A.A. 2016/17 - 07/02/18 - Docente: prof.
Fabio Zuddas**

* Si diano le seguenti definizioni:

Base di uno spazio vettoriale; norma di un vettore in uno spazio vettoriale V dotato di un prodotto scalare; nucleo di un'applicazione lineare

* Si determinino le soluzioni del seguente sistema al variare di $k \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} 3x + y - z = 5 \\ x + 2y - z = k \\ 3x - 4y + z = 1 \end{cases}$$

* Data

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & -3 \\ 3 & -2 & 3 \\ 3 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

si calcolino autovalori e autovettori di A , si dica se A è diagonalizzabile e se è invertibile e, in caso affermativo, si calcoli l'inversa

** Date le due applicazioni lineari

$$F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad F(x, y, z) = (x + y + z, 2x + y - 2z)$$

$$G : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^4, \quad G(x_1, x_2) = (x_1 - x_2, 3x_1 + x_2, x_1 + x_2, x_1 + 2x_2)$$

si scriva la composizione $G \circ F$ e si calcolino basi per nucleo e immagine di $G \circ F$

*** Dopo aver trovato equazioni parametriche del piano p che passa per l'origine e per i punti $(1, 1, 2)$, $(-1, 3, 0)$, si scriva la matrice che rappresenta la riflessione rispetto a p

**** Si dimostri che se $\dim(V) = \dim(W)$ allora un'applicazione lineare $f : V \rightarrow W$ è iniettiva se e solo se è suriettiva