

Esame scritto di Geometria e Algebra - Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica - 27/07/18 - Docente: prof. Fabio Zuddas

* Si diano le seguenti definizioni:

Forma bilineare; matrici simili; generatori di uno spazio vettoriale

* Si determinino le soluzioni del seguente sistema al variare di $k \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + 4x_3 + kx_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ kx_1 + 3x_2 + 4x_3 + 7x_4 = 0 \end{cases}$$

* Data

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ -3 & 3 & 1 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

si dica se A è invertibile e in caso affermativo se ne calcoli l'inversa, e si determinino autovalori e autovettori di A .

** Dopo aver determinato l'inversa F^{-1} dell'applicazione lineare

$$F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad F(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3, x_1 - x_2, x_1 - x_2 + x_3)$$

si determinino basi per nucleo e immagine della composizione $G \circ F^{-1}$, essendo

$$G : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad G(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 - x_3, x_1 + 3x_2 - x_3)$$

*** Dopo aver calcolato equazioni parametriche e cartesiane della retta r che passa per i punti $(1, 1, 3)$, $(-1, 2, 2)$ e equazioni parametriche e cartesiane del piano p perpendicolare a r e passante per l'origine, si determini la matrice che rappresenta la proiezione ortogonale su p .

**** Si dimostri che il polinomio caratteristico di un endomorfismo non dipende dalla base scelta per calcolarlo

LO SVOLGIMENTO DEGLI ESERCIZI () È NECESSARIO PER SUPERARE L'ESAME E VALE 22 PUNTI; L'ESERCIZIO (**) AGGIUNGE ULTERIORI 3 PUNTI; L'ESERCIZIO (***) AGGIUNGE ULTERIORI 3 PUNTI; SVOLGENDO TUTTI GLI ESERCIZI COMPRESO (****), SI OTTIENE 30 E LODE.*