

**Esame scritto di Geometria e Algebra - Corso di Laurea in  
Ingegneria Biomedica A.A. 2016/17 - 27/06/17 - Docente: prof.  
Fabio Zuddas**

\* Si diano le seguenti definizioni:

Sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale  $V$ ; dimensione di uno spazio vettoriale  $V$ ; matrice ortogonale

\* Si determinino le soluzioni del seguente sistema al variare di  $k \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} 4x + 4y + z = k \\ x + 3y + z = 1 \\ -x + ky + 2z = -2 \end{cases}$$

\* Data

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

si calcolino autovalori e autovettori di  $A$ , si dica se  $A$  è diagonalizzabile e si calcoli, se esiste, l'inversa  $A^{-1}$ .

\*\* Dopo aver trovato basi per nucleo e immagine dell'applicazione lineare  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  tale che

$$T(x, y, z) = (x + y - z, 2x + 3y, x - y - 5z)$$

si dica se  $T$  è iniettiva, suriettiva o biiettiva.

\*\*\* Dopo aver determinato equazioni parametriche e cartesiane del piano  $\pi$  passante per l'origine e perpendicolare alla retta passante per i punti  $(1, 1, 1), (-2, 2, 2)$ , si scriva la matrice che rappresenta la riflessione rispetto a  $\pi$ .

\*\*\*\* Si dimostri la disuguaglianza di Cauchy-Schwarz