

**Esame scritto di Geometria e Algebra - Corso di Laurea in  
Ingegneria Biomedica A.A. 2016/17 - 25/09/17 - Docente: prof.  
Fabio Zuddas**

\* Si diano le seguenti definizioni:

Generatori di uno spazio vettoriale  $V$ ; nucleo di un'applicazione lineare  $f : V \rightarrow W$ ; prodotto scalare su uno spazio vettoriale  $V$

\* Si determinino le soluzioni del seguente sistema al variare di  $k \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x - y + kz = 0 \\ 2x - y + 3z = 1 \\ x - ky + 3z = -1 \end{cases}$$

\* Data

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

si calcolino autovalori e autovettori di  $A$ , si dica se  $A$  è diagonalizzabile e se è invertibile

\*\* Data l'applicazione lineare  $F : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = (5x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4, 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4, x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4)$$

si trovi una base ortonormale del nucleo  $N(F)$  rispetto al prodotto scalare standard di  $\mathbb{R}^4$ .

\*\*\* Si determini la conica rappresentata dalla seguente equazione

$$2x^2 - y^2 - xy + 5x + 4y - 3 = 0$$

\*\*\*\* Si dimostri che per ogni applicazione lineare  $f : V \rightarrow W$  vale l'uguaglianza

$$\dim(N(f)) + \dim(Im(f)) = \dim(V)$$