

**Esame scritto di Geometria e Algebra - Corso di Laurea in  
Ingegneria Biomedica A.A. 2018/19 - 24/01/20 - Docente: prof.  
Fabio Zuddas**

\* Si diano le seguenti definizioni: *nucleo*; *autovettore*; *norma in uno spazio vettoriale  $V$  dotato di un prodotto scalare*

\* Si determinino le soluzioni del seguente sistema al variare di  $k \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + 2y + kz = 0 \\ x + ky + z = k \end{cases}$$

\* Data

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -5 & -4 & 5 \end{pmatrix}$$

si dica se  $A$  è invertibile e, se sì, si calcoli l'inversa; si calcolino poi autovalori e autovettori di  $A$ , si dica se esiste una matrice  $M$  invertibile tale che  $M^{-1}AM$  è diagonale e, in caso affermativo, si determini  $M$ .

[+22]

\*\* Si determini una base ortonormale (rispetto al prodotto scalare standard di  $\mathbb{R}^4$ ) del sottospazio generato dai vettori

$$v_1 = (1, 1, 1, 1), \quad v_2 = (1, 0, 1, 0), \quad v_3 = (0, 0, 1, 0)$$

[+3]

\*\*\* Dopo aver scritto equazioni parametriche e cartesiane della retta  $r$  perpendicolare al piano di equazioni parametriche  $\begin{cases} x = 2 + t - s \\ y = 5 + t + 3s \\ z = -1 - t - s \end{cases}$  e passante per l'origine, si scriva la matrice che rappresenta la rotazione di angolo  $\pi/2$  attorno a  $r$ . [+5].

\*\*\*\* Si dimostri la disuguaglianza di Cauchy-Schwarz [+Lode]