

**Esame scritto di Geometria e Algebra - Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica - 08/01/19 - Docente: prof. Fabio Zuddas**

\* Si diano le seguenti definizioni:

vettori indipendenti; nucleo di un'applicazione lineare; autovettore di un endomorfismo

\* Si determinino le soluzioni del seguente sistema al variare di  $k \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ 2x + y - 3z = 0 \\ x - y + kz = 0 \end{cases}$$

\* Data

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

si calcolino autovalori e autovettori di  $A$ , si dica se  $A$  è diagonalizzabile e se è invertibile e, in caso affermativo, si calcoli l'inversa

\*\* Data l'applicazione lineare

$$F : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3, F(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4, 3x_1 - x_2 - 5x_3, x_1 + 5x_2 + x_3 + 8x_4)$$

si calcolino basi per nucleo e immagine e si dica se  $F$  è iniettiva, suriettiva o biiettiva.

\*\*\* Si scriva la matrice che rappresenta la rotazione di asse la retta per l'origine e direzione  $(1, 1, 1)$  e angolo di rotazione  $\pi$ .

\*\*\*\* Si dimostri la disuguaglianza triangolare in uno spazio vettoriale  $V$  dotato di un prodotto scalare