

**Esame scritto di Geometria e Algebra - Corso di Laurea in
Ingegneria Biomedica A.A. 2016/17 - 24/01/18 - Docente: prof.
Fabio Zuddas**

* Si diano le seguenti definizioni:

Coordinate di un vettore in uno spazio vettoriale; autovettore di un endomorfismo; applicazione lineare

* Si determinino le soluzioni del seguente sistema al variare di $k \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 2x - 2y + z = k \\ kx + 2y - 3z = -2 \end{cases}$$

* Data

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 4 & -2 & 6 \end{pmatrix}$$

si calcolino autovalori e autovettori di A , si dica se A è diagonalizzabile e se è invertibile e, in caso affermativo, si calcoli l'inversa

** Si trovi una base ortonormale del seguente sottospazio di \mathbb{R}^4

$$\langle (2, 1, 0, 0), (1, 0, 1, 0), (0, 0, -1, 0) \rangle$$

rispetto al prodotto scalare standard di \mathbb{R}^4 .

*** Dopo aver mostrato che la seguente matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rappresenta una rotazione nello spazio, si determinino asse e angolo della rotazione.

**** Si dimostri che in ogni spazio vettoriale V dotato di un prodotto scalare vale la disuguaglianza triangolare

$$\|v + w\| \leq \|v\| + \|w\|$$