

Esame scritto di Geometria e Algebra (riservato ai fuori corso)
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica A.A. 2018/19
23/10/19 - Docente: prof. Fabio Zuddas

- * Si diano le seguenti definizioni: *base* di uno spazio vettoriale; *nucleo* di un'applicazione lineare f ; *autovettore* di un endomorfismo f
- * Si determinino le soluzioni del seguente sistema al variare di $k \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ x - y + z = 2 \\ x + 3y + 3z = k \end{cases}$$

- * Data

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

si dica se A è invertibile e, se sì, si calcoli l'inversa; si calcolino poi autovalori e autovettori di A , si dica se esiste una matrice M invertibile tale che $M^{-1}AM$ è diagonale e, in caso affermativo, si determini M .

[+22]

- ** Si trovi una base ortonormale (rispetto al prodotto scalare standard) del sottospazio di \mathbb{R}^4 generato dai vettori

$$v_1 = (1, 1, 1, 1), v_2 = (1, 0, 1, 0), v_3 = (0, 1, -1, 1)$$

[+3]

- *** Dopo aver determinato il piano p passante per i punti $P_0 = (0, 2, 3)$, $P_1 = (2, 2, 1)$, $P_2 = (1, 1, 3)$ e la retta r perpendicolare a p e passante per l'origine, si scriva la matrice che rappresenta la rotazione attorno a r di un angolo di $\pi/2$ [+3] Si scriva quindi l'equazione della quadrica che si ottiene applicando tale rotazione all'iperboloide $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ [+2].

- **** Si dimostri la disuguaglianza di Cauchy-Schwarz.