

Esame scritto di Geometria e Algebra - Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica - 22/01/19 - Docente: prof. Fabio Zuddas

* Si diano le seguenti definizioni:

applicazione lineare; base di uno spazio vettoriale; norma di un vettore in uno spazio vettoriale reale

* Si determinino le soluzioni del seguente sistema al variare di $k \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} 3x + y - 2z = 1 \\ 2x + y + z = k \\ x + ky - 3z = 1 \end{cases}$$

* Data

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

si calcolino autovalori e autovettori di A , si dica se A è diagonalizzabile e se è invertibile e, in caso affermativo, si calcoli l'inversa

** Si calcoli una base ortonormale (rispetto al prodotto scalare standard di \mathbb{R}^4) del sottospazio di \mathbb{R}^4 generato dai seguenti vettori

$$v_1 = (1, 1, 1, 1), \quad v_2 = (1, 1, 0, 0), \quad v_3 = (0, -1, 0, 0)$$

*** Si scriva la matrice che rappresenta la riflessione rispetto al piano nello spazio che passa per i punti $O = (0, 0, 0)$, $P_1 = (1, 0, 1)$, $P_2 = (-1, 1, 0)$.

**** Si dimostri che un'applicazione lineare $f : V \rightarrow W$ è iniettiva se e solo se $N(f) = \{\bar{0}\}$