

**Esame scritto di Geometria e Algebra - Corso di Laurea in  
Ingegneria Biomedica A.A. 2016/17 - 19/07/17 - Docente: prof.  
Fabio Zuddas**

\* Si diano le seguenti definizioni:

Applicazione lineare; base di uno spazio vettoriale  $V$ ; norma di un vettore in uno spazio vettoriale dotato di un prodotto scalare

\* Si determinino le soluzioni del seguente sistema al variare di  $k \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x + 2y + kz = 0 \\ -2x - ky - 6z = 2 \\ 2x + 5y + 6z = 1 \end{cases}$$

\* Data

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -4 \\ 1 & -3 & 2 \\ 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

si calcolino autovalori e autovettori di  $A$ , si dica se  $A$  è diagonalizzabile e si calcoli, se esiste, l'inversa  $A^{-1}$ .

\*\* Dati i due sottospazi di  $\mathbb{R}^4$

$$U = \langle (1, 0, 1, 1), (1, 1, 1, 0) \rangle \\ W = \langle (-1, 3, 1, 0), (1, -2, -1, -1) \rangle$$

si calcoli una base ortogonale per la somma  $U + W$ , e si dica poi se tale somma è diretta e se i sottospazi sono supplementari

\*\*\* Dopo aver determinato la retta  $r$  perpendicolare al piano  $\pi$  di equazioni parametriche  $\begin{cases} x = 6 + 2s \\ y = t - s \\ z = 1 + t + s \end{cases}$  e passante per il punto  $(1, 2, 3)$ , si scrivano equazioni parametriche e cartesiane del piano che contiene  $r$  e passa per il punto  $(1, -1, 1)$ .

\*\*\*\* Si dimostri che, per ogni matrice  $A \in M_n(\mathbb{K})$ , il rango di  $A$  è  $n$  se e solo se  $\det(A) \neq 0$ .