

Esame scritto di Geometria e Algebra - Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica A.A. 2016/17 - 19/07/17 - Docente: prof. Fabio Zuddas

* Si diano le seguenti definizioni:

Applicazione lineare; base di uno spazio vettoriale V ; norma di un vettore in uno spazio vettoriale dotato di un prodotto scalare

* Si determinino le soluzioni del seguente sistema al variare di $k \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} 2x + y + kz = 0 \\ 5x + 2y + 6z = 1 \\ -kx - 2y - 6z = 2 \end{cases}$$

* Data

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 4 \\ 2 & 3 & -4 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

si calcolino autovalori e autovettori di A , si dica se A è diagonalizzabile e si calcoli, se esiste, l'inversa A^{-1} .

** Dati i due sottospazi di \mathbb{R}^4

$$U = \langle (1, 0, 1, 1), (2, -3, 0, 1) \rangle$$

$$W = \langle (-1, 2, 1, 1), (1, 1, 1, 0) \rangle$$

si calcoli una base ortogonale per la somma $U + W$, e si dica poi se tale somma è diretta e se i sottospazi sono supplementari

*** Dopo aver determinato la retta r perpendicolare al piano π di equazioni

$$\text{parametriche } \begin{cases} x = 6 - 2s \\ y = -1 + t + s \\ z = t - s \end{cases} \text{ e passante per il punto } (1, 2, 3), \text{ si}$$

scrivano equazioni parametriche e cartesiane del piano che contiene r e passa per il punto $(1, 0, 1)$.

**** Si dimostri che, per ogni matrice $A \in M_n(\mathbb{K})$, il rango di A è n se e solo se $\det(A) \neq 0$.