Esame scritto di Geometria e Algebra - Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica A.A. 2018/19 - 24/06/19 - Docente: prof. Fabio Zuddas

* Si diano le seguenti definizioni: *generatori* di uno spazio V; ; *prodotto vettoriale*; *norma* in uno spazio vettoriale dotato di un prodotto scalare

* Si determinino le soluzioni del seguente sistema al variare di $k \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} 2x + y + 4z = 3 \\ -x - y + kz = -2 \\ kx + 2y + z = -1 \end{cases}$$

* Data

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 2 & 3 & -2 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

si dica se A è invertibile e, in caso affermativo, si calcoli l'inversa; si calcolino poi autovalori e autovettori di A, si dica se esiste una matrice M invertibile tale che $M^{-1}AM$ è diagonale e, in caso affermativo, si determini M.

[+**22**]

** Si dica per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 4x_4 \\ 3x_1 + x_2 + kx_3 - x_4 \end{pmatrix}$$

è iniettiva, suriettiva o biettiva [+**1**]; si calcolino inoltre al variare di $k \in \mathbb{R}$ basi del nucleo $N(f)$ e dell'immagine $Im(f)$ [+**2**]

*** Detto p il piano passante per i tre punti $P_0 \equiv (2,1,0)$, $P_1 \equiv (2,3,1)$, $P_3 \equiv (1,2,1)$, si scriva la matrice che rappresenta la rotazione di angolo $\theta = \frac{\pi}{2}$ attorno alla retta r perpendicolare a p e passante per l'origine [+**3**]; si applichi quindi tale rotazione a un cilindro ellittico a piacere e si scriva l'equazione della superficie ottenuta [+**2**].

**** Si dimostri che le coordinate $x_1, \ldots, x_n$ di un vettore v rispetto a una base ortonormale $B = \{v_1, \ldots, v_n\}$ sono date da $x_i = v \cdot v_i$ [+**Lode**]