

Esame scritto di Geometria e Algebra - Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica A.A. 2020/21 - 13/07/21

* Si diano le seguenti definizioni: *vettori indipendenti*; *autovettore*; *prodotto scalare*

* Si determinino le soluzioni del seguente sistema al variare di $k \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + kx_4 = -1 \\ -x_1 - 2x_3 + x_4 = 2 \\ kx_1 + 3x_2 + 4x_3 + 7x_4 = -1 \end{cases}$$

* Data

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

si dica se A è invertibile (determinando in caso affermativo la sua inversa) e se è diagonalizzabile (determinando in caso affermativo una base di \mathbb{R}^3 formata da autovettori).

[21 punti]

Si trovi una base ortonormale (rispetto al prodotto standard di \mathbb{R}^4) del sottospazio di \mathbb{R}^4 dato dalle soluzioni del seguente sistema omogeneo

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

[+ 3 punti]

Dopo aver determinato equazioni parametriche e cartesiane della retta r che passa per i punti $P_0 \equiv (-1, 1, 2)$, $P_1 \equiv (2, 0, 3)$,

- Si trovi il piano che contiene r ed è perpendicolare al piano di equazione cartesiana $x + y + z = 10$

- Si trovi la distanza tra r e la retta $r' : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 \\ z = 1 + 4t \end{cases}$

- Si mostri che la matrice $A = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} & -\frac{3}{5} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ \frac{3}{5} & \frac{4}{5} & 0 \end{pmatrix}$ rappresenta una rotazione attorno alla retta parallela a r e passante per l'origine, determinando anche l'angolo di rotazione

[+ 6 punti]