

**Esame scritto di Geometria e Algebra - Corso di Laurea in
Ingegneria Biomedica A.A. 2018/19 - 10/06/19 - Docente: prof.
Fabio Zuddas**

- * Si diano le seguenti definizioni: *base* di uno spazio vettoriale; *autovettore* di un endomorfismo; *nucleo* di un'applicazione lineare
- * Si determinino le soluzioni del seguente sistema al variare di $k \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} 2x + y + kz = 1 \\ -x - y - 3z = 2 \\ kx - y + 2z = -1 \end{cases}$$

- * Data

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & -4 \\ 4 & -5 & -4 \\ -4 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

si dica se A è invertibile e, in caso affermativo, si calcoli l'inversa; si calcolino poi autovalori e autovettori di A , si dica se esiste una matrice M invertibile tale che $M^{-1}AM$ è diagonale e, in caso affermativo, si determini M .

- ** Dopo aver verificato che

$$f(x, y) = x_1y_1 + x_1y_2 + x_2y_1 + 2x_2y_2 + 2x_3y_3 - x_3y_4 - x_4y_3 + x_4y_4$$

è un prodotto scalare su \mathbb{R}^4 , si determini una base ortonormale rispetto a f del seguente sottospazio di \mathbb{R}^4

$$W = \langle (1, 1, 0, 0), (1, 0, 0, 1), (0, 1, 1, 1) \rangle$$

- *** Dopo aver scritto equazioni parametriche e cartesiane del piano p che contiene la retta $r : \begin{cases} x + y + z = 1 \\ -x + 2y - z = 1 \end{cases}$ e passa per l'origine, si scriva la matrice che rappresenta la riflessione rispetto a p e l'equazione del paraboloido iperbolico $z = x^2 - y^2$ riflesso rispetto a p .
- **** Si dimostri che un'applicazione lineare $f : V \rightarrow W$ con $\dim(V) > \dim(W)$ non è iniettiva