Esame scritto di Geometria e Algebra - Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica A.A. 2018/19 - 10/02/20 - Docente: prof. Fabio Zuddas

* Si diano le seguenti definizioni: *base*; *applicazione lineare*; *matrice ortogonale*

* Si determinino le soluzioni del seguente sistema al variare di $k \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ 2x + y + 4z = 0 \\ x + ky - z = 0 \end{cases}$$

* Data

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -2 \\ 3 & -1 & -2 \\ 3 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

si dica se A è invertibile e, se sì, si calcoli l'inversa; si calcolino poi autovalori e autovettori di A, e si dica se A è diagonalizzabile.

[+**22**]

** Si dica per quali $k \in \mathbb{R}$ l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$

$$f(x, y, z) = (x + 3y + kz, x - y + z, x + y + 2z)$$

è invertibile, determinandone l'inversa; per i valori di k per cui non è invertibile, si determini invece una base del nucleo $N(f)$.

[+**4**]

*** Dopo aver scritto equazioni parametriche e cartesiane del piano p perpendicolare alla retta di equazioni cartesiane $\begin{cases} 2x - 2y - z = 3 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$ e passante per l'origine, si scriva la matrice che rappresenta la riflessione rispetto a p. [+**4**].

**** Si dimostri che il nucleo di un'applicazione lineare $f : V \to W$ è un sottospazio vettoriale di V [+**Lode**]