Esame scritto di Geometria e Algebra - Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica A.A. 2020/21 - 09/06/21 - Docente: prof. Fabio Zuddas

* Si diano le seguenti definizioni:

Base di uno spazio vettoriale; *nucleo* di un'applicazione lineare; *matrice ortogonale*

* Si determinino le soluzioni del seguente sistema al variare di $k \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} 2x + y + z = 2 \\ -x + y + 2z = k \\ 3x + ky - z = 2 \end{cases}$$

* Data

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

si dica se A è invertibile (determinando in caso affermativo la sua inversa) e se è diagonalizzabile (determinando in caso affermativo una matrice M invertibile tale che $M^{-1}AM$ sia diagonale).

[21 punti]

Si determini una base ortonormale del seguente sottospazio di $\mathbb{R}^4$

$$W = \langle (1,1,1,1), (1,2,1,0), (0,0,1,1) \rangle$$

rispetto al prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^4$

[+ 4 punti]

Data la retta r nello spazio di equazioni cartesiane $r : \begin{cases} 2x + z = 0 \\ -x + y + z = 1 \end{cases}$,

- Si calcoli la distanza di r dal punto $P_0 \equiv (-1, -1, 0)$
- Si scriva l'equazione cartesiana del piano p che contiene la retta e passa per P_0
- si scriva la matrice che rappresenta la riflessione rispetto al piano parallelo a p e passante per l'origine.

[+ 5 punti]