

Esame scritto di Geometria e Algebra - Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica - 04/09/18 - Docente: prof. Fabio Zuddas

* Si diano le seguenti definizioni:

nucleo di un'applicazione lineare; rango di una matrice; sottospazio vettoriale

* Si determinino le soluzioni del seguente sistema al variare di $k \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ -3x + y - 2z = k \\ 5x - 3y + kz = k \end{cases}$$

* Data

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & -1 \\ -5 & 3 & -1 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

si calcolino autovalori e autovettori di A , si dica se A è diagonalizzabile e in caso affermativo si scriva una matrice M tale che $M^{-1}AM$ è una matrice diagonale.

** Si dica per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'applicazione lineare

$$F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad F(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2, 2x_1 + x_2 + kx_3, x_1 + 2x_2 - x_3)$$

è iniettiva, suriettiva o biiettiva; per i valori per cui non è iniettiva o suriettiva se ne determinino nucleo e immagine, per i valori per cui è biiettiva se ne determini l'inversa.

*** Dopo aver calcolato la matrice che rappresenta la riflessione r_1 rispetto al piano di equazione cartesiana $x + y = 0$ e la matrice che rappresenta la riflessione r_2 rispetto al piano di equazione cartesiana $y - 2z = 0$, si scriva la composizione $r_1 \circ r_2$, si spieghi perché $r_1 \circ r_2$ è una rotazione e se ne calcolino asse e angolo.

**** Si dimostri la disuguaglianza di Cauchy-Schwarz

LO SVOLGIMENTO DEGLI ESERCIZI () È NECESSARIO PER SUPERARE L'ESAME E VALE 20 PUNTI; L'ESERCIZIO (**) AGGIUNGE ULTERIORI 4 PUNTI; L'ESERCIZIO (***) AGGIUNGE ULTERIORI 4 PUNTI; SVOLGENDO TUTTI GLI ESERCIZI COMPRESO (****), SI OTTIENE 30 E LODE.*