Esame scritto di Geometria e Algebra - Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica A.A. 2018/19 - 03/09/19 - Docente: prof. Fabio Zuddas

* Si diano le seguenti definizioni: *vettori linearmente indipendenti*; *nucleo* di un'applicazione lineare f; *autovettore* di un endomorfismo f

* Si determinino le soluzioni del seguente sistema al variare di $k \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x + 2y + kz = -10 \\ -x + y - 3z = 1 \\ 2x + ky + 6z = 1 \end{cases}$$

* Data

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 \\ 4 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

si dica se A è invertibile e, se sì, si calcoli l'inversa; si calcolino poi autovalori e autovettori di A, si dica se esiste una matrice M invertibile tale che $M^{-1}AM$ è diagonale e, in caso affermativo, si determini M.

[**+22**]

** Si trovi una base ortonormale (rispetto al prodotto scalare standard) del sottospazio di $\mathbb{R}^4$ generato dai vettori

$$v_1 = (1,1,2,0), v_2 = (0,0,1,1), v_3 = (0,-1,-1,0)$$

[**+3**]

*** Data la retta r di equazioni cartesiane $r : \begin{cases} 3x + y - 3z = -1 \\ x + y = -1 \end{cases}$, si determinino il piano π perpendicolare a r e passante per l'origine [**+1**] e la matrice che rappresenta la riflessione rispetto a π [**+1**]. Si scriva quindi l'equazione della quadrica che si ottiene riflettendo rispetto a π l'iperboloide $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ e traslandolo del vettore $(1,1,1)$ [**+3**].

**** Si dimostri che se $f : V \to W$ è un'applicazione lineare, con $\dim(V)$ finita, allora $\dim(N(f)) + \dim(Im(f)) = \dim(V)$[**+Lode**]