Università degli Studi di Cagliari - Facoltà di Ingegneria-Architettura

Corsi di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile

CORSO DI SCIENZA DELLE COSTRUZIONI 2

A.A. 2018-2019

Prova scritta del 06.02.2019

Testo 1

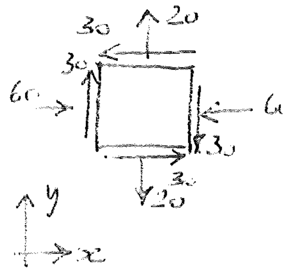
Nota: I risultati numerici (<u>in forma frazionaria o con 3 cifre decimali</u>) vanno riportati su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Si prega di scrivere a penna.

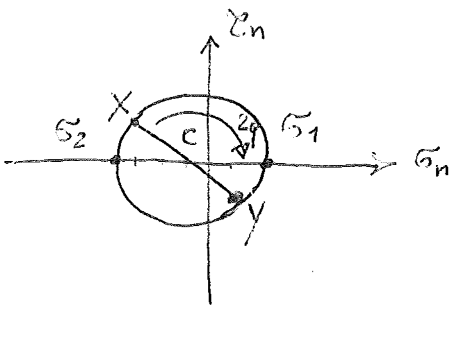
Allievo:.. Matricola:.......

Esercizio n. 1 (6 punti)

È assegnato uno stato di sforzo (piano) avente le seguenti componenti: σ_x = - 60 MPa, σ_y = +20 MPa, $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ = -30 MPa.

Rappresentare graficamente le componenti su un elementino con lati paralleli agli assi *x* e *y*; nello spazio sottostante, tracciare il cerchio di Mohr identificando i punti, *X* e *Y* rappresentativi dei *vettori sforzo* agenti rispettivamente sulle giaciture di normale coincidente con i versi positivi degli assi *x* e *y* e determinare i valori degli sforzi principali σ_1 e σ_2 (ordinandoli in modo tale che $\sigma_1 > \sigma_2$). Stabilire poi di quale angolo φ occorre ruotare l'asse *x* per portarlo a coincidere con la direzione principale associata a σ_1.





$X = (-60, +30)$

$Y = (20, -30)$

$C = (-20, 0)$

$$\sigma_{1,2} = \frac{-60+20}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-60-20}{2}\right)^2 + 30^2}$$

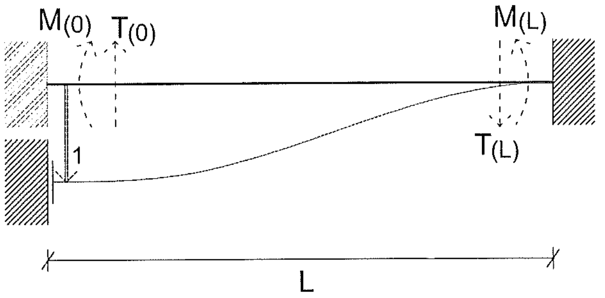
$\sigma_1 = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = +30$ (MPa); $\sigma_2 = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = -70$ (MPa);

$\varphi = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\arctan\left(\frac{-2\tau_{xy}}{\sigma_x-\sigma_y}\right) =$ (°) $71{,}565$

$2\varphi = -\arctan\frac{3}{4} + \pi$; $\varphi = \frac{1}{2}\left[-\arctan\left(\frac{3}{4}\right)\right] + \frac{\pi}{2}$

Esercizio n. 2 (6 punti)

Risolvere con il metodo della linea elastica, scritta come equazione differenziale del IV ordine, la trave non deformabile a taglio indicata in Figura, valutando le quantità indicate.



c.c in $x = 0$ = $v(0) = 1$; $v'(0) = 0$; c.c in $x = L$ = $v(L) = 0$; $v'(L) = 0$;

$v(x)$ = $2\frac{x^3}{L^3} - 3\frac{x^2}{L^2} + 1$; $v'(x)$ = $6\frac{x^2}{L^3} - 6\frac{x}{L^2}$; $v''(x) = 12\frac{x}{L^3} - 6\cdot\frac{1}{L^2}$; $v'''(x) = \frac{12}{L^3}$

$M(0)$ = $-EJv''(0) = +\frac{6EJ}{L^2}$; $T(0)$ = $-EJv'''(0) = -\frac{12EJ}{L^3}$;

$M(L)$ = $-EJv''(L) = -6\frac{EJ}{L^2}$; $T(L)$ = $-EJv'''(L) = -12\frac{EJ}{L^3}$;

Esercizio n. 3 (6 punti)

Data una piastra circolare piena (*senza foro*) con bordo (corrispondente a $r = 4R$) *incastrato*, impostare la soluzione sotto carico uniformemente distribuito p_0.
È noto che l'integrale generale è dato da:

$$w(r) = A_1 r^2 \ln r + A_2 r^2 + A_3 \ln r + A_4 + p_0 r^4/(64\, D),$$

dove D è la rigidezza flssionale della piastra e r la coordinata radiale.
Indicare le condizioni al contorno da applicare e cercare di determinare i valori delle costanti, fornendo l'espressione del momento M_r al bordo.

c.c 1 = $\lim_{r \to 0} w(r) = \text{finito}$; c.c 2 = $\lim_{r \to 0} M_r(r) = \text{finito}$;

c.c 3 = $w(r = 4R) = 0$; c.c 4 = $w'(r = 4R) = 0$;

$w(r)$ = $-\frac{p_0 R^2}{2D} r^2 + \frac{4 p_0 R^4}{D} + p_0 r^4/(64D)$;

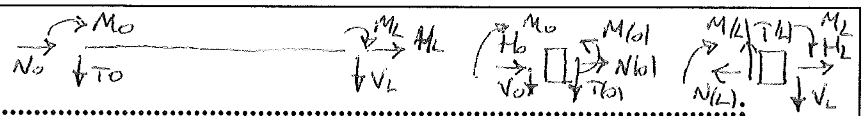
$M_r\ (r = 4R)$ = $-2 p_0 R^2$;

Esercizio n. 4 (6 punti)

Indicare le equazioni di equilibrio al contorno per la trave di Timoshenko (deformabile a taglio) e di Eulero-Bernoulli (non deformabile a taglio) in assenza di condizioni al contorno di tipo cinematico e di coppie esterne distribuite.

Nel caso di comportamento elastico, indicare le espressioni del momento flettente M e del taglio T in funzione delle variabili cinematiche nei due casi.

Trave di Timoshenko:



equazioni...;

$T(0) = -V_0$ .... $T(L) = V_L$ ....;

$M(0) = M_0$ .... $M(L) = -M_L$ ....;

$N(0) = -H_0$ .... $N(L) = H_L$ ....;

M = $-EJ\varphi'(x)$ ....; T = $GA^*(v'(x) - \varphi(x))$ ....;

Trave di Eulero-Bernoulli:

equazioni...;

come sopra ....;

....;

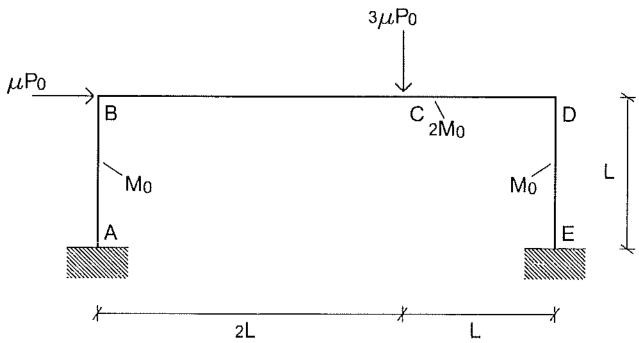
....;

M = $-EJv''(x)$ ....; T = $+\frac{dM(x)}{dx} = -EJv'''(x)$ ....;

Esercizio n. 5 (6 punti)

Per il telaio indicato in Figura calcolare con il metodo cinematico il moltiplicatore dei carichi per i seguenti cinematismi:

1. Meccanismo di trave (cerniere plastiche in B, C, D);
2. Meccanismo di parete (cerniere plastiche in A, B, D, E);
3. Meccanismo combinato (cerniere plastiche in A, C, D, E).



Meccanismo 1: μ_1 = 1.5 = 3/2 ....

Potenza dei carichi esterni = $6\mu P_0 L\varphi_0$ ....; *Potenza dissipata* = $9M_0\varphi_0$ ....;

Meccanismo 2: μ_2 = 4.0 ....

Potenza dei carichi esterni = $\mu P_0 L\varphi_0$ ....; *Potenza dissipata* = $4M_0\varphi_0$ ....;

Meccanismo 3: μ_3 = 11/7 = 1.571 ....

Potenza dei carichi esterni = $7\mu P_0 L\varphi_0$ ....; *Potenza dissipata* = $11M_0\varphi_0$ ....;

Esercizio n. 6 (bonus, 3 punti)

Data una piastra rettangolare soggetta a carico uniformemente distribuito p_0 con due bordi opposti appoggiati e da risolvere mediante serie semplice, indicare come si giunge alla determinazione della funzione $W_n(y)$; determinare poi le condizioni da imporre sulla suddetta funzione $W_n(y)$ nel caso che i restanti lati siano uno ($y = -b/2$) *libero* e l'altro ($y = +b/2$) vincolato con un *pattino equivalente, cioè con un dispositivo che consente spostamenti verticali ma impedisce le rotazioni.*
Nota: non è richiesto di determinare la soluzione, ma solo le condizioni al contorno.

c.c 1 ($y = -b/2$) = $M_y\left(y=-\frac{b}{2}\right)=0$; c.c 2 ($y = -b/2$) = $T_y^k\Big|_{y=-\frac{b}{2}}=0$;

c.c 1 ($y = +b/2$) = $\frac{dW_n}{dy}\Big|_{y=+\frac{b}{2}}=0$; c.c 2 ($y = +b/2$) = $T_y^k\Big|_{y=+\frac{b}{2}}=0$;