Università degli Studi di Cagliari

DICAAR - Facoltà di Ingegneria-Architettura
Corso di Laurea in Ingegneria Civile

CORSO DI SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2018-2019

Prova scritta in aula del 05.02.2020

Testo 1

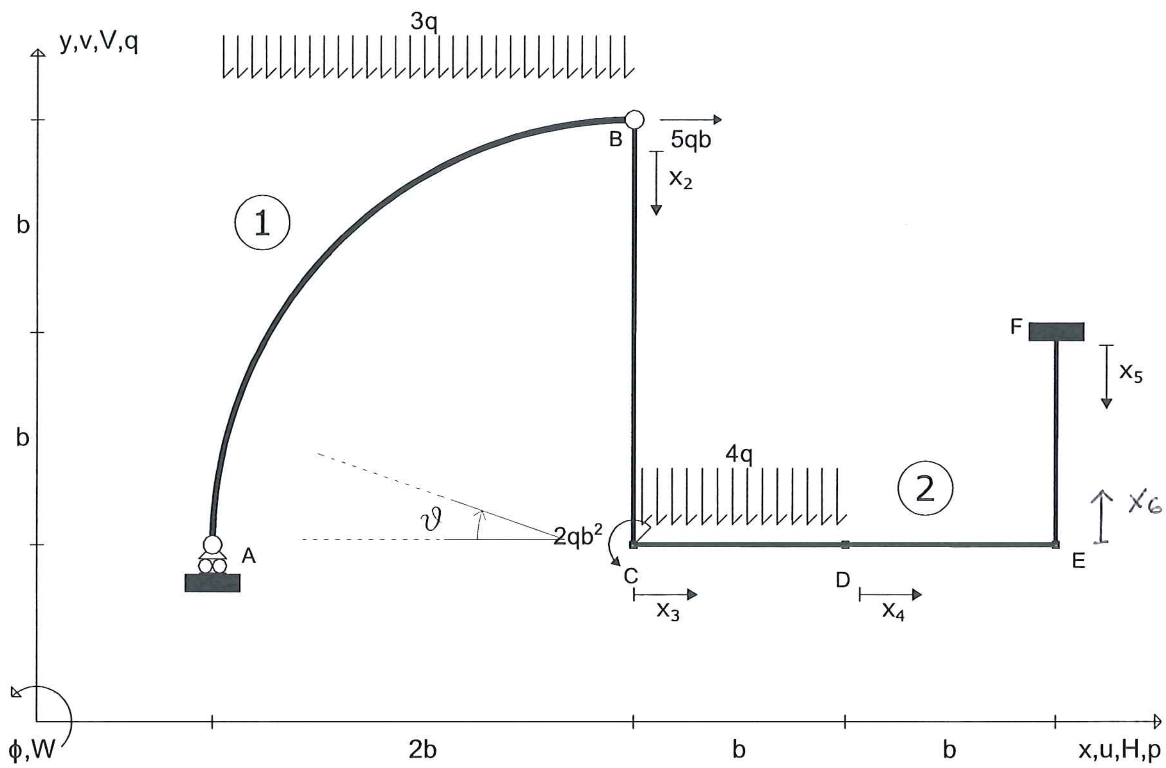
Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.................................... e-mail:...................... Matricola:.......

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari SdC_IC 05.02.20*001



Eq. ausiliaria: $M^{(1)}_{Z(B)} = 0$

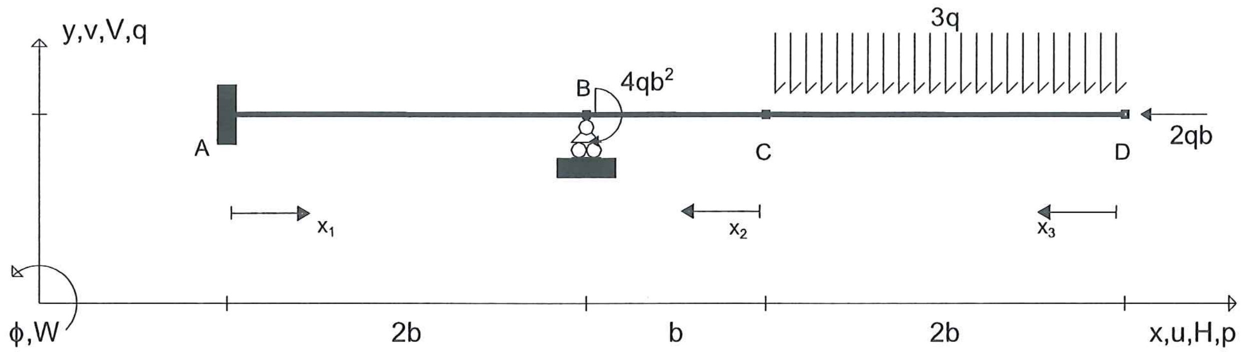
Esercizio n. 2 (12 punti)

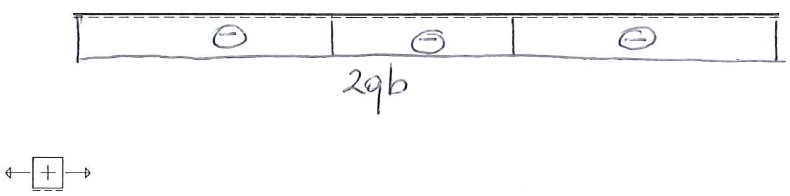
Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura. Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciare nello spazio predisposto i corrispondenti grafici.

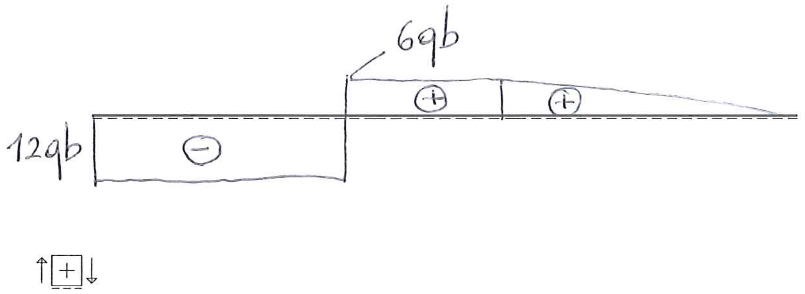
Calcolare infine, riapplicando il PLV, l'abbassamento del punto C, v_C.

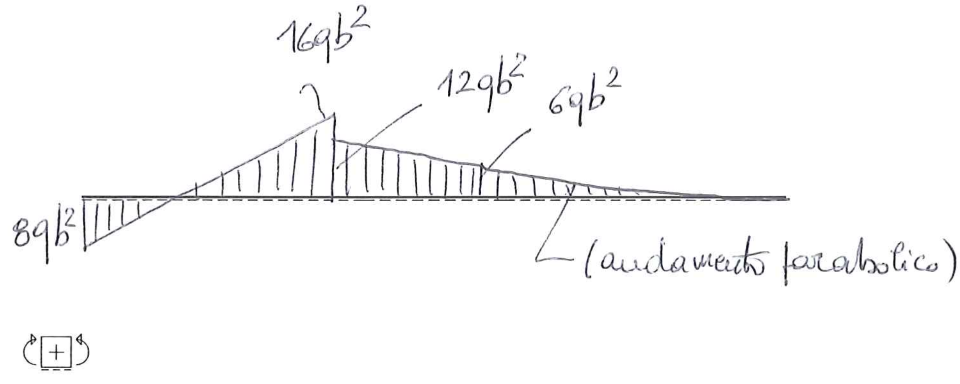
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari SdC_IC 05.02.20*001









H_A (⇨) = $2qb$; V_A (⇧) = $-12qb$; M_A (↺) = $-8qb^2$; V_B (⇧) = $18qb$;

N_{AB} = $-2qb$; T_{AB} = $-12qb$; M_{AB} = $8qb^2 - 12qbx_1$;

N_{CB} = $-2qb$; T_{CB} = $6qb$; M_{CB} = $-6qb^2 - 6qbx_2$;

N_{DC} = $-2qb$; T_{DC} = $3qx_3$; M_{DC} = $-\frac{3}{2}qx_3^2$;

v_C = $-13\,\frac{qb^4}{EJ}$ (↓);

Esercizio n. 3 (4 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce parallele agli assi x e y allo stato di sforzo (piano) caratterizzato dalle componenti di tensione σ_x, σ_y, τ_{xy} e τ_{yx}.
Si chiede di determinare le componenti del vettore sforzo t_{nx} e t_{ny} sulla faccia (di normale $\boldsymbol{n}$), ruotata di un angolo φ rispetto alla faccia di normale y, come indicato in Figura.
Si valutino infine sulla *medesima faccia* le componenti speciali di tensione σ_n e τ_{nm} riferite alle direzioni orientate $\boldsymbol{n}$ e $\boldsymbol{m}$, mutuamente perpendicolari.

Dati:

σ_x = -120 (MPa); τ_{xy} = -80 (MPa);

σ_y = 60 (MPa); τ_{yx} = -80 (MPa);

φ = 22.5° (sen φ = √(2-√2)/2; cos φ = √(2+√2)/2).

$\vartheta + \varphi = \frac{\pi}{2}$; $\cos\vartheta = \sin\varphi$; $\sin\theta = \cos\varphi$

$\alpha_x = \cos\theta = \sin\varphi$; $\alpha_y = \cos\varphi$

$\beta_x = \cos\left(\frac{\pi}{2}+\vartheta\right) = -\sin\theta = -\cos\varphi$

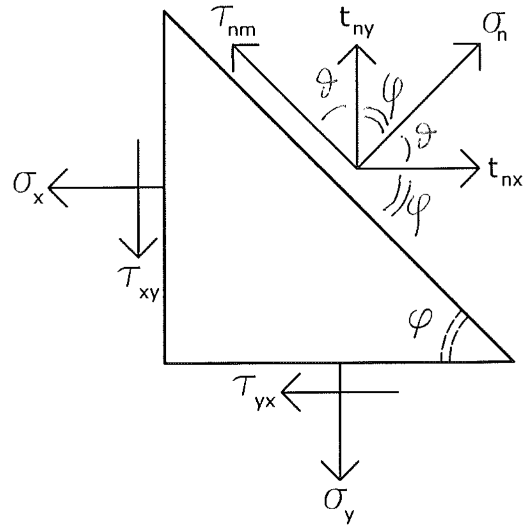
$\beta_y = \cos\theta = \sin\varphi$

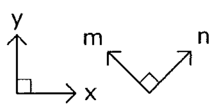
$t_{nx} = \sigma_x\alpha_x + \tau_{yx}\alpha_y$

$t_{ny} = \tau_{xy}\alpha_x + \sigma_y\alpha_y$

$\sigma_n = \sigma_x\alpha_x^2 + \sigma_y\alpha_y^2 + (\tau_{xy}+\tau_{yx})\alpha_x\alpha_y$

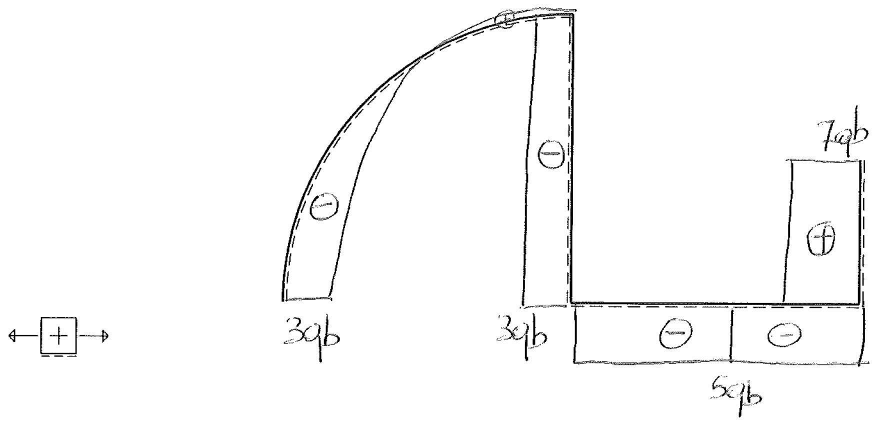
$\tau_{nm} = \sigma_x\alpha_x\beta_x + \sigma_y\alpha_y\beta_y + \tau_{xy}\alpha_x\beta_y + \tau_{yx}\alpha_y\beta_x$

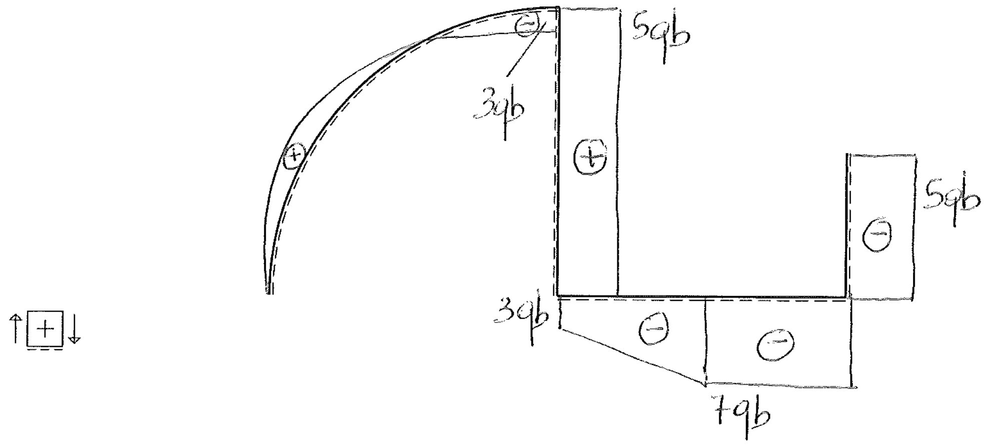


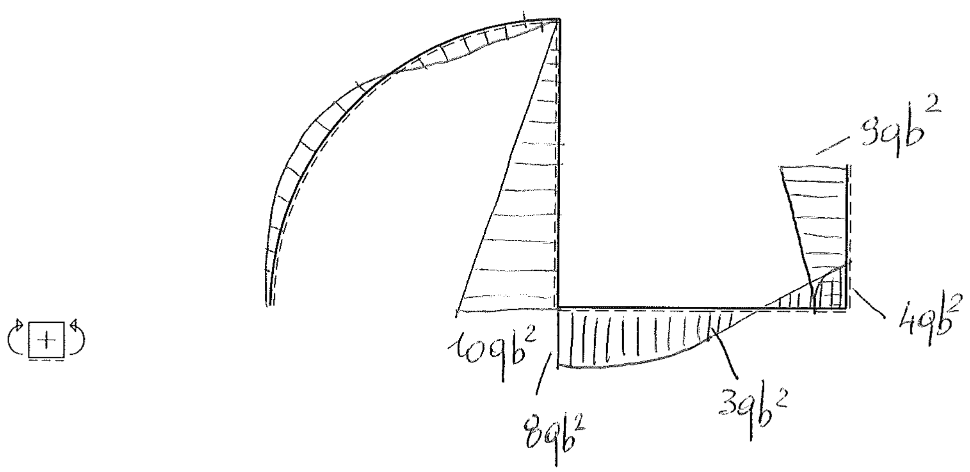


t_{nx} = $-60\sqrt{2-\sqrt{2}} - 40\sqrt{2+\sqrt{2}} = -119.832$ (MPa); t_{ny} = $-40\sqrt{2-\sqrt{2}} + 30\sqrt{2+\sqrt{2}} = 24.818$ (MPa);

σ_n = $-30 + 5\sqrt{2} = -22.929$ (MPa); τ_{nm} = $85\sqrt{2} = 120.208$ (MPa);







V_A (⇧) = $3qb$; H_F (⇨) = $-5qb$; V_F (⇧) = $7qb$; M_F (⟲) = $-9qb^2$;

N_{AB} = $-3qb\cos\theta + 6qb\cos\theta(1-\cos\theta)$; T_{AB} = $3qb\sin\theta - 6qb\sin\theta(1-\cos\theta)$; M_{AB} = $-6qb^2(1-\cos\theta)^2 + 6qb^2(1-\cos\theta)$

N_{BC} = $-3qb$; T_{BC} = $5qb$; M_{BC} = $5qbx_2$;

N_{CD} = $-5qb$; T_{CD} = $-3qb - 4qx_3$; M_{CD} = $8qb^2 - 3qbx_3 - 2qx_3^2$;

N_{DE} = $-5qb$; T_{DE} = $-7qb$; M_{DE} = $3qb^2 - 7qbx_4$;

N_{FE} = $7qb$; T_{FE} = $-5qb$; M_{FE} = $\begin{cases} -9qb^2 + 5qbx_5 \\ -4qb^2 - 5qbx_6 \end{cases}$;

$N_{AB} = 3qb\cos\theta - 6qb\cos^2\theta$

$T_{AB} = -3qb\sin\theta + 6qb\sin\theta\cos\theta$

$M_{AB} = 6qb^2[\cos\theta - \cos^2\theta]$

Università degli Studi di Cagliari

DICAAR - Facoltà di Ingegneria-Architettura
Corso di Laurea in Ingegneria Civile

CORSO DI SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2018-2019

Prova scritta in aula del 05.02.2020
Testo 2

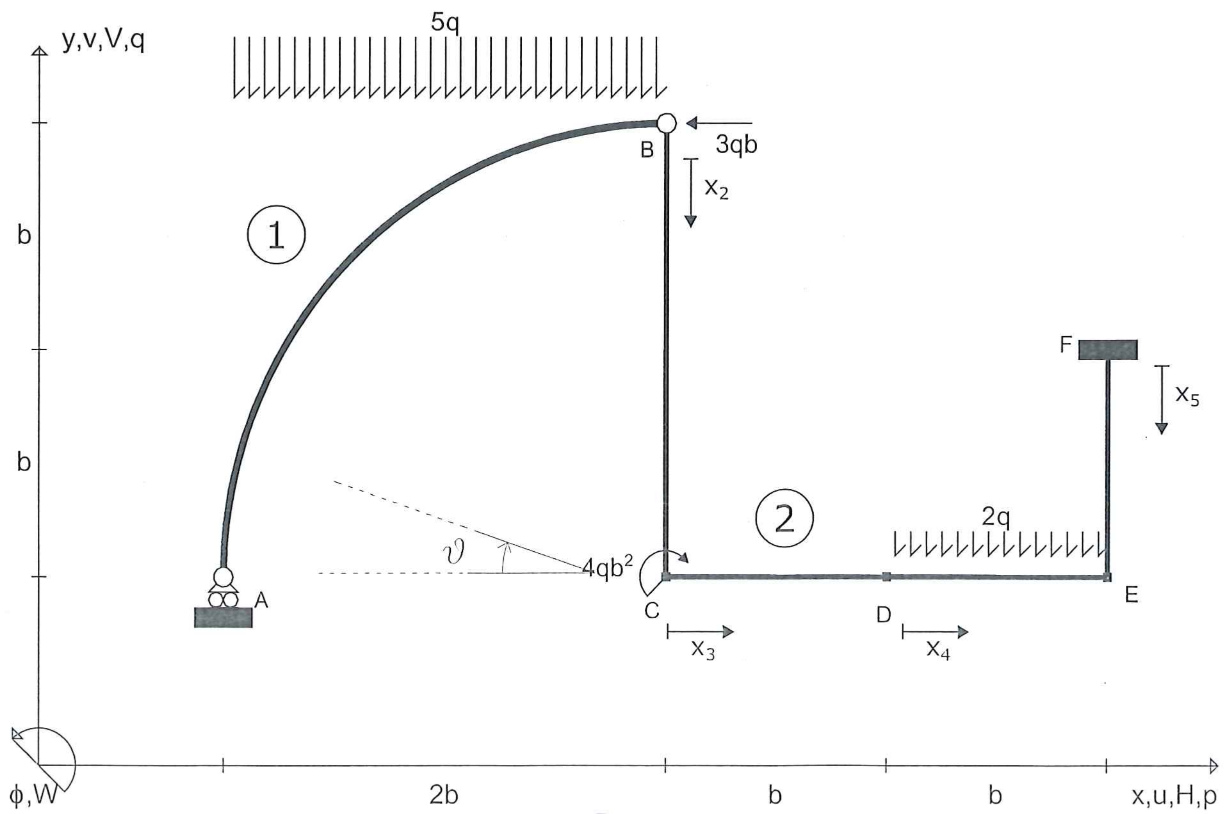
Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli *fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno* 3 cifre decimali.

Allievo:...................................e-mail:...................... Matricola:......

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari SdC_IC 05.02.20*002



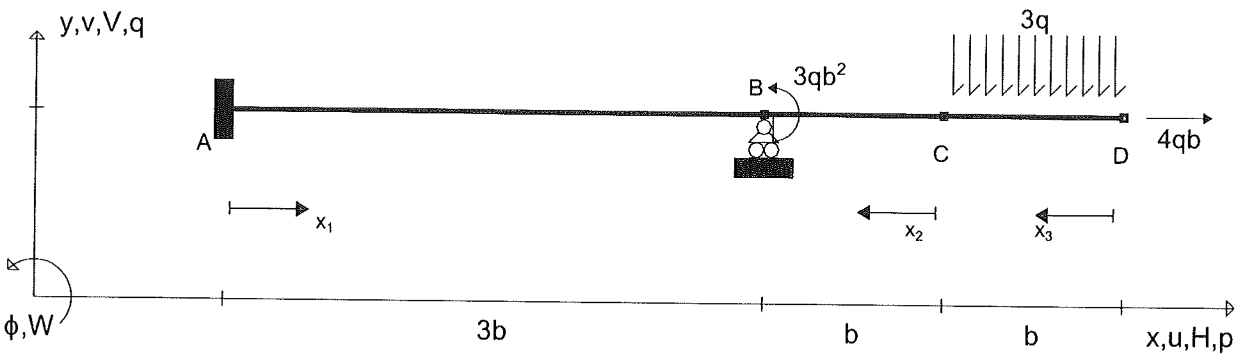
Eq. ausiliaria: $M^{①}_{z(B)} = 0$

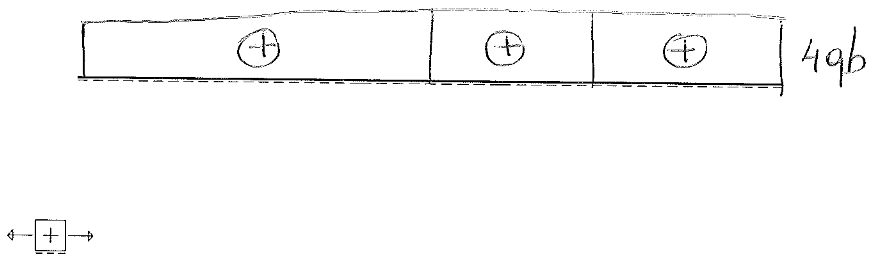
Esercizio n. 2 (12 punti)

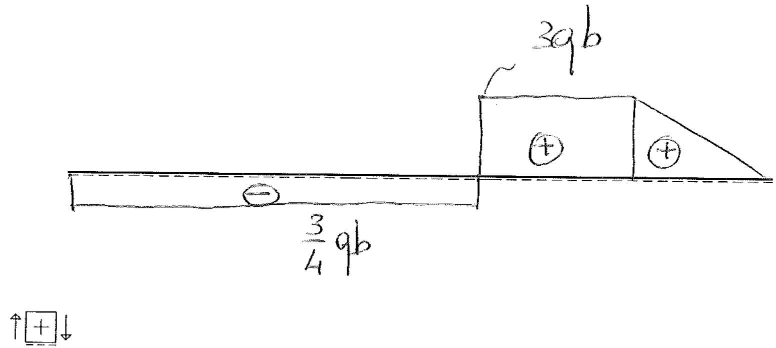
Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura. Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciare nello spazio predisposto i corrispondenti grafici.

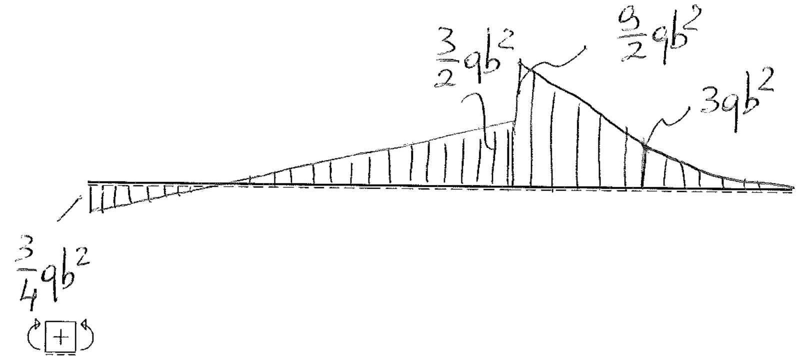
Calcolare infine, riapplicando il PLV, l'abbassamento del punto C, v_C.

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.









H_A (⇨) = $-4qb$; V_A (⇧) = $-3/4\,qb$; M_A (↻) = $-3/4\,qb^2$; V_B (⇧) = $15/4\,qb$;

N_{AB} = $4qb$; T_{AB} = $-3/4\,qb$; M_{AB} = $3/4\,qb^2 - 3/4\,qbx_1$;

N_{CB} = $4qb$; T_{CB} = $3qb$; M_{CB} = $-\frac{3}{2}qb^2 - 3qbx_2$;

N_{DC} = $4qb$; T_{DC} = $3qx_3$; M_{DC} = $-\frac{3}{2}qx_3^2$;

v_C = $-\frac{23}{8}\frac{qb^4}{EJ}$ (↓);

Esercizio n. 3 (4 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce parallele agli assi x e y allo stato di sforzo (piano) caratterizzato dalle componenti di tensione σ_x, σ_y, τ_{xy} e τ_{yx}.
Si chiede di determinare le componenti del vettore sforzo t_{nx} e t_{ny} sulla faccia (di normale $\boldsymbol{n}$), ruotata di un angolo φ rispetto alla faccia di normale y, come indicato in Figura.
Si valutino infine sulla *medesima faccia* le componenti speciali di tensione σ_n e τ_{nm} riferite alle direzioni orientate $\boldsymbol{n}$ e $\boldsymbol{m}$, mutuamente perpendicolari.

Dati:

σ_x = +90 (MPa); τ_{xy} = +80 (MPa);

σ_y = - 60 (MPa); τ_{yx} = +80 (MPa);

φ = 22.5° (sen φ = √(2-√2)/2; cos φ = √(2+√2)/2).

$\vartheta + \varphi = \frac{\pi}{2}$ $\cos\vartheta = \sin\varphi$; $\sin\vartheta = \cos\varphi$

$\alpha_x = \cos\vartheta = \sin\varphi$; $\alpha_y = \cos\varphi$

$\beta_x = \cos\left(\frac{\pi}{2}+\vartheta\right) = -\sin\vartheta = -\cos\varphi$

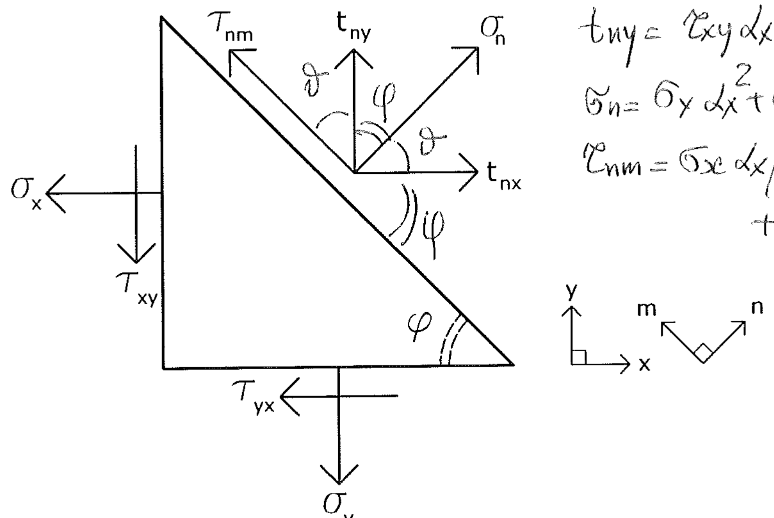
$\beta_y = \cos\vartheta = \sin\varphi$

$t_{nx} = \sigma_x\alpha_x + \tau_{yx}\alpha_y$

$t_{ny} = \tau_{xy}\alpha_x + \sigma_y\alpha_y$

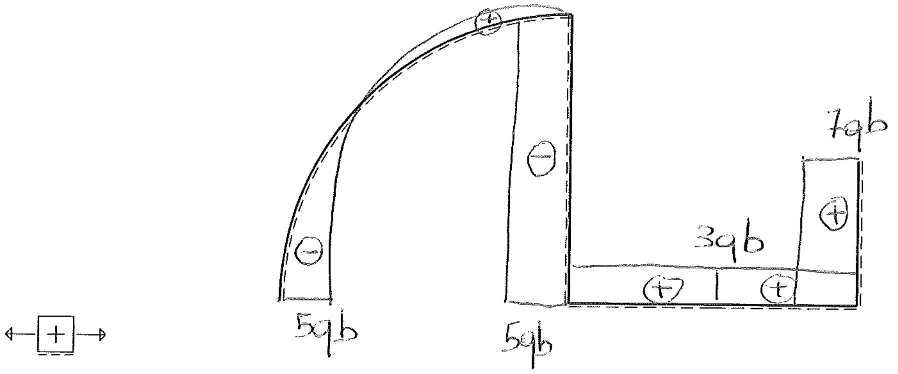
$\sigma_n = \sigma_y\alpha_x^2 + \sigma_y\alpha_y^2 + (\tau_{xy}+\tau_{yx})\alpha_x\alpha_y$

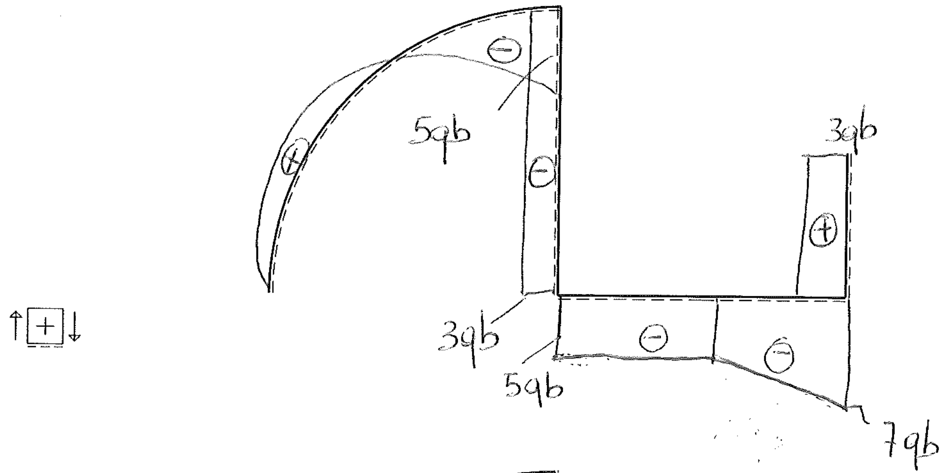
$\tau_{nm} = \sigma_x\alpha_x\beta_x + \sigma_y\alpha_y\beta_y + \tau_{xy}\alpha_x\beta_y + \tau_{yx}\alpha_y\beta_x$

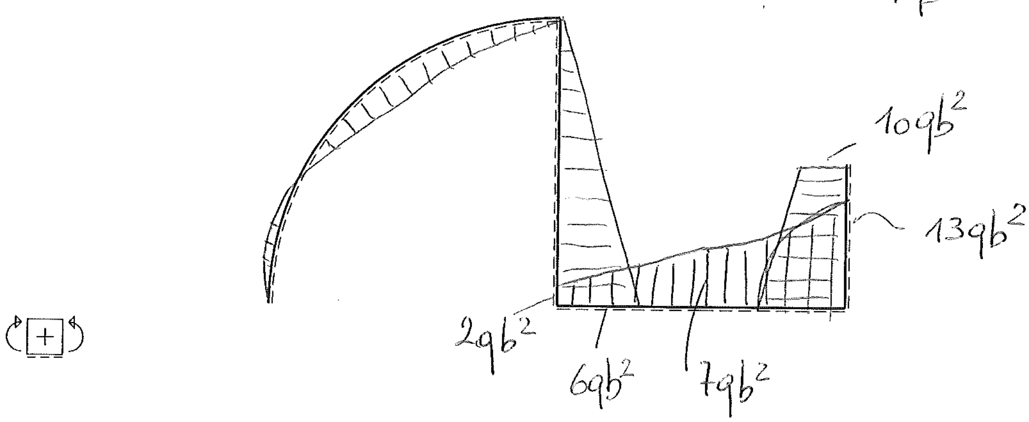


t_{nx} = $45\sqrt{2-\sqrt{2}} + 40\sqrt{2+\sqrt{2}} = 108.352$ (MPa); t_{ny} = $40\sqrt{2-\sqrt{2}} - 30\sqrt{2+\sqrt{2}} = -24.818$ (MPa);

σ_n = $15 + \frac{5}{2}\sqrt{2} = 18.536$ (MPa); τ_{nm} = $-\frac{155}{2}\sqrt{2} = -109.602$ (MPa);







V_A (⇧) = $5qb$; H_F (⇨) = $3qb$; V_F (⇧) = $7qb$; M_F (↻) = $-10qb^2$;

$N_{AB} = -5qb\cos\theta + 10qb\cos\theta(1-\cos\theta)$; $T_{AB} = 5qb\sin\theta - 10qb\sin\theta(1-\cos\theta)$; $M_{AB} = -10qb^2(1-\cos\theta)^2 + 10qb^2(1-\cos\theta)$

$N_{BC} = -5qb$; $T_{BC} = -3qb$; $M_{BC} = -3qbx_2$;

$N_{CD} = 3qb$; $T_{CD} = -5qb$; $M_{CD} = -2qb^2 - 5qbx_3$;

$N_{DE} = +3qb$; $T_{DE} = -5qb - 2qx_4$; $M_{DE} = -7qb^2 - 5qbx_4 - qx_4^2$;

$N_{FE} = 7qb$; $T_{FE} = 3qb$; $M_{FE} = \begin{cases} -10qb^2 - 3qbx_5 \\ -13qb^2 + 3qbx_6 \end{cases}$;

$N_{AB} = 5qb\cos\theta - 10qb\cos^2\theta$

$T_{AB} = -5qb\sin\theta + 10qb\sin\theta\cos\theta$

$M_{AB} = 10qb^2[\cos\theta - \cos^2\theta]$