Università degli Studi di Cagliari

DICAAR - Facoltà di Ingegneria-Architettura
Corso di Laurea in Ingegneria Civile

CORSO DI SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2018-2019

Prova scritta in aula del 22.01.2020
Testo 1

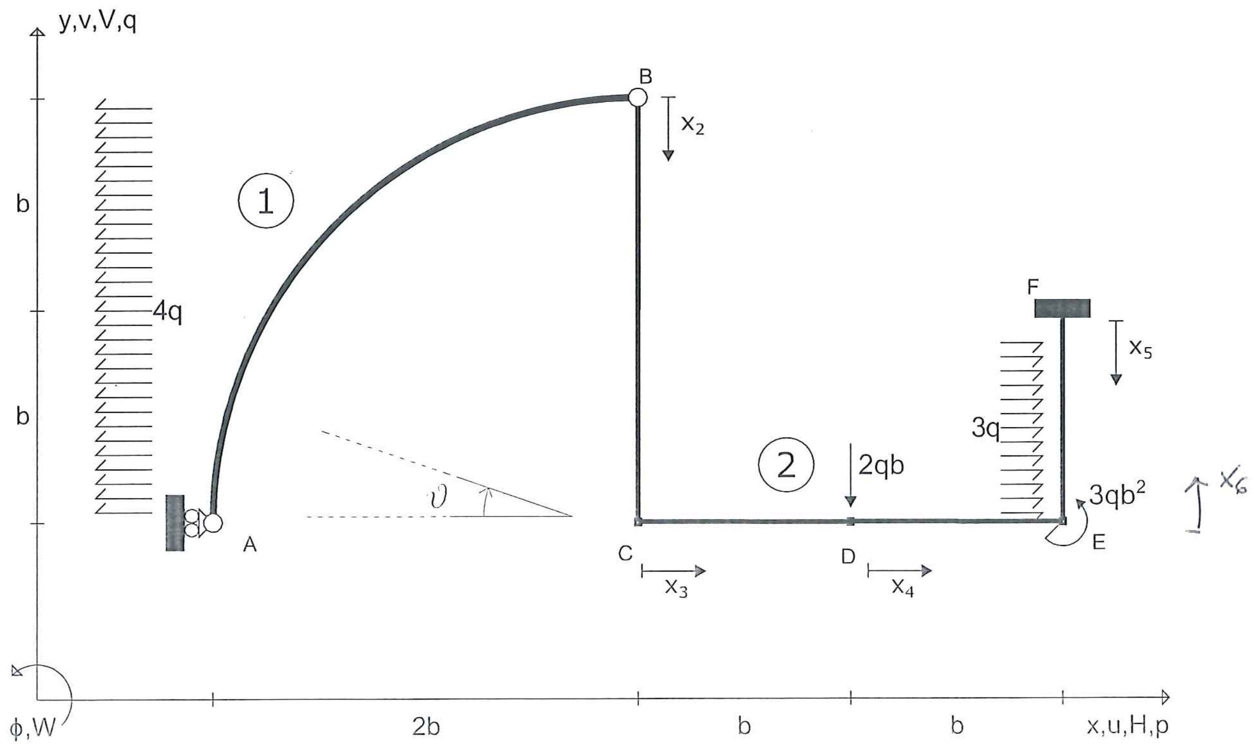
Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:...................................e-mail:....................... Matricola:......

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari SdC_IC 22.01.20*001



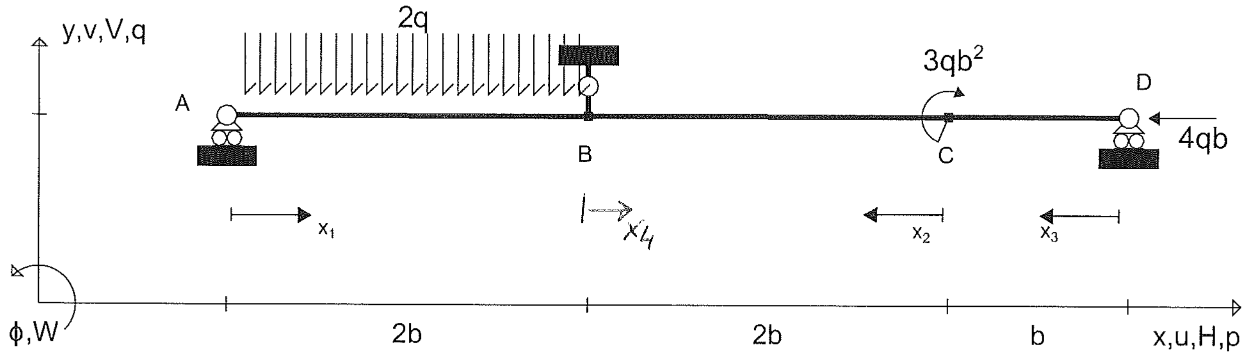
Eq. ausiliaria $M_{Z(B)}^{(1)} = 0$

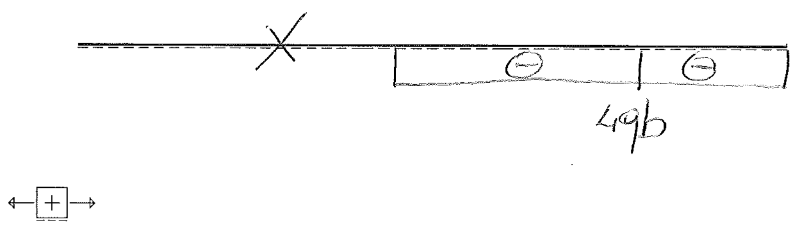
Esercizio n. 2 (12 punti)

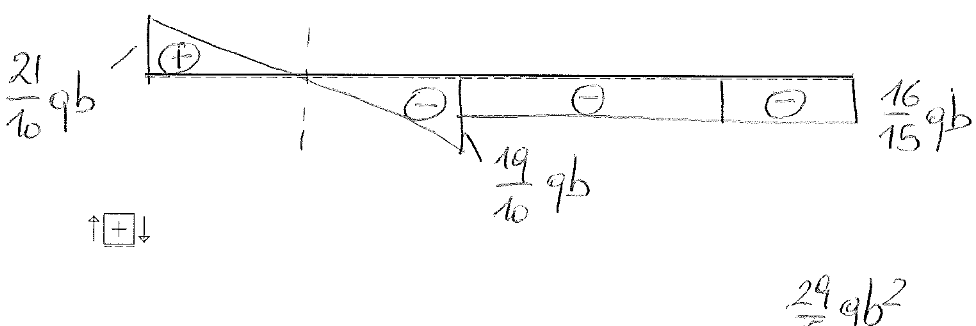
Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura. Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto i corrispondenti grafici. Calcolare infine, riapplicando il PLV, la rotazione del punto A, φ_A.

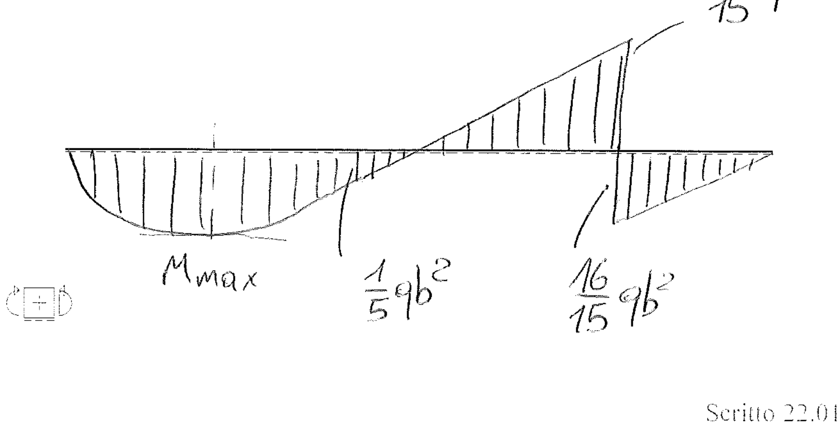
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari SdC_IC 22.01.20*001









V_A (⇧) = $\frac{21}{10}qb$	H_B (⇨) = $4qb$	V_B (⇧) = $\frac{5}{6}qb$	V_D (⇧) = $\frac{16}{15}qb$
N_{AB} = 0	T_{AB} = $\frac{21}{10}qb - 2qx_1$	M_{AB} = $\frac{21}{10}qbx_1 - qx_1^2$	
N_{CB} = $-4qb$	T_{CB} = $-\frac{16}{15}qb$	M_{CB} = $\begin{cases} -\frac{29}{15}qb^2 + \frac{16}{15}qbx_2 \\ \frac{1}{5}qb^2 - \frac{16}{15}qbx_4 \end{cases}$	
N_{DC} = $-4qb$	T_{DC} = $-\frac{16}{15}qb$	M_{DC} = $+\frac{16}{15}qbx_3$	
φ_A = $-\frac{11}{16}\frac{qb^3}{EJ}$ (↻)			

Esercizio n. 3 (4 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce parallele agli assi x e y allo stato di sforzo (piano) caratterizzato dalle componenti di tensione σ_x, σ_y, τ_{xy} e τ_{yx}.
Si chiede di determinare le componenti del vettore sforzo t_{nx} e t_{ny} sulla faccia (di normale $\boldsymbol{n}$), ruotata di un angolo φ rispetto alla faccia di normale y, come indicato in Figura.
Si valutino infine sulla *medesima faccia* le componenti speciali di tensione σ_n e τ_{nm} riferite alle direzioni orientate $\boldsymbol{n}$ e $\boldsymbol{m}$, mutuamente perpendicolari.

Dati:

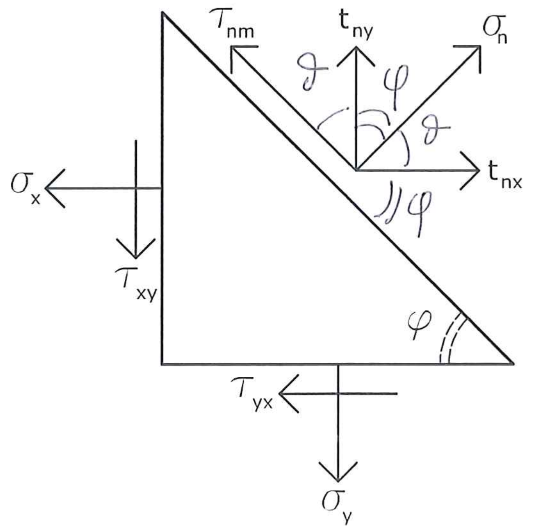
σ_x = 100 (MPa); τ_{xy} = 60 (MPa);

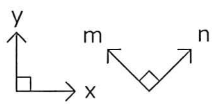
σ_y = -80 (MPa); τ_{yx} = 60 (MPa);

φ = 30° (sen φ = 1/2; cos φ = √3/2).

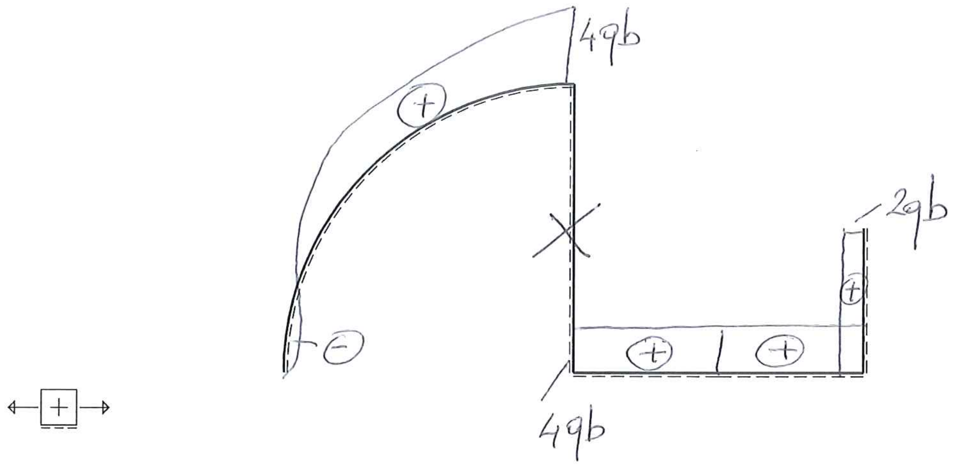
$\sin\vartheta = \cos\varphi$
$\cos\vartheta = \sin\varphi$
$\cos(\vartheta + \frac{\pi}{2}) = -\sin\vartheta = -\cos\varphi$
$\vartheta + \varphi = \frac{\pi}{2}$.

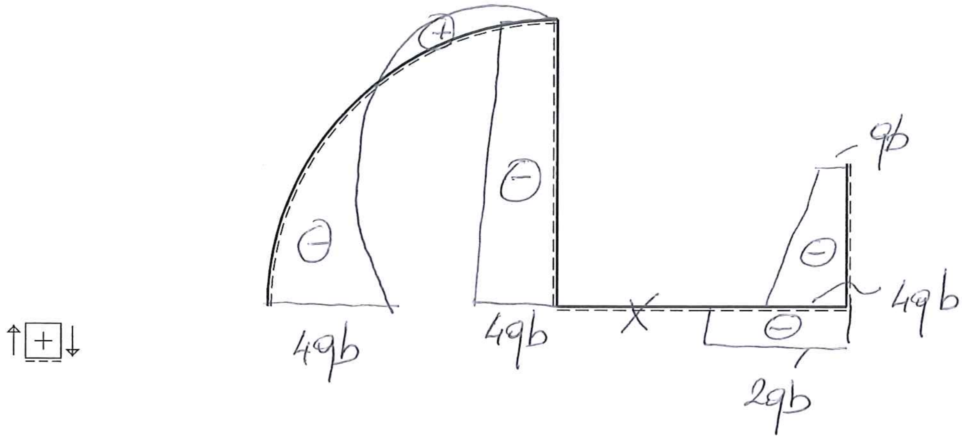
$\alpha_x = \sin\varphi$ $\quad \beta_x = -\cos\varphi$
$\alpha_y = \cos\varphi$ $\quad \beta_y = \sin\varphi$

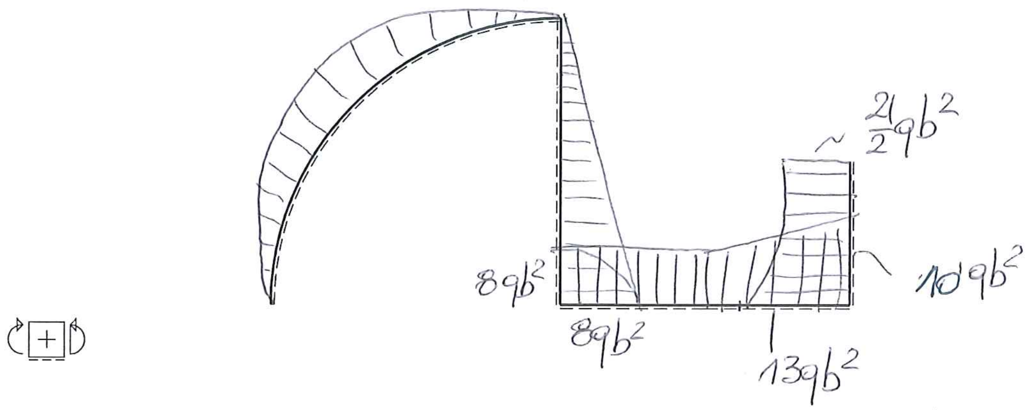




t_{nx} = $50 + 30\sqrt{3} = +101.962$ (MPa);	t_{ny} = $30 - 40\sqrt{3} = -39.282$ (MPa);
σ_n = $-35 + 30\sqrt{3} = +16.962$ (MPa);	τ_{nm} = $-30 - 45\sqrt{3} = -107.942$ (MPa);







H_A (⇨) = $4qb$; H_F (⇨) = qb; V_F (⇧) = $2qb$; M_F (↻) = $-\frac{21}{2}qb^2$;

$N_{AB} = -4qb\sin\theta + 8qb\sin^2\theta$; $T_{AB} = -4qb\cos\theta + 8qb\sin\theta\cos\theta$; $M_{AB} = -8qb^2(\sin\theta - \sin^2\theta)$;

$N_{BC} = 0$; $T_{BC} = -4qb$; $M_{BC} = -4qb\,x_2$;

$N_{CD} = 4qb$; $T_{CD} = 0$; $M_{CD} = -8qb^2$;

$N_{DE} = 4qb$; $T_{DE} = -2qb$; $M_{DE} = -8qb^2 - 2qb\,x_4$;

$N_{FE} = 2qb$; $T_{FE} = \begin{cases} qb + 3q x_5 \\ 4qb - 3q x_6 \end{cases}$; $M_{FE} = \begin{cases} -\frac{21}{2}qb^2 - qb x_5 - \frac{3}{2}q x_5^2 \\ -13qb^2 + 4qb x_6 - \frac{3}{2}q x_6^2 \end{cases}$;

NB: $N_{AB} = -4qb\sin\theta(1-2\sin\theta)$ $\qquad M_{AB} = 8qb^2\sin\theta(\sin\theta - 1)$

$T_{AB} = -4qb\cos\theta(1-2\sin\theta)$

Università degli Studi di Cagliari

DICAAR - Facoltà di Ingegneria-Architettura
Corso di Laurea in Ingegneria Civile

CORSO DI SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2018-2019

Prova scritta in aula del 22.01.2020
Testo 2

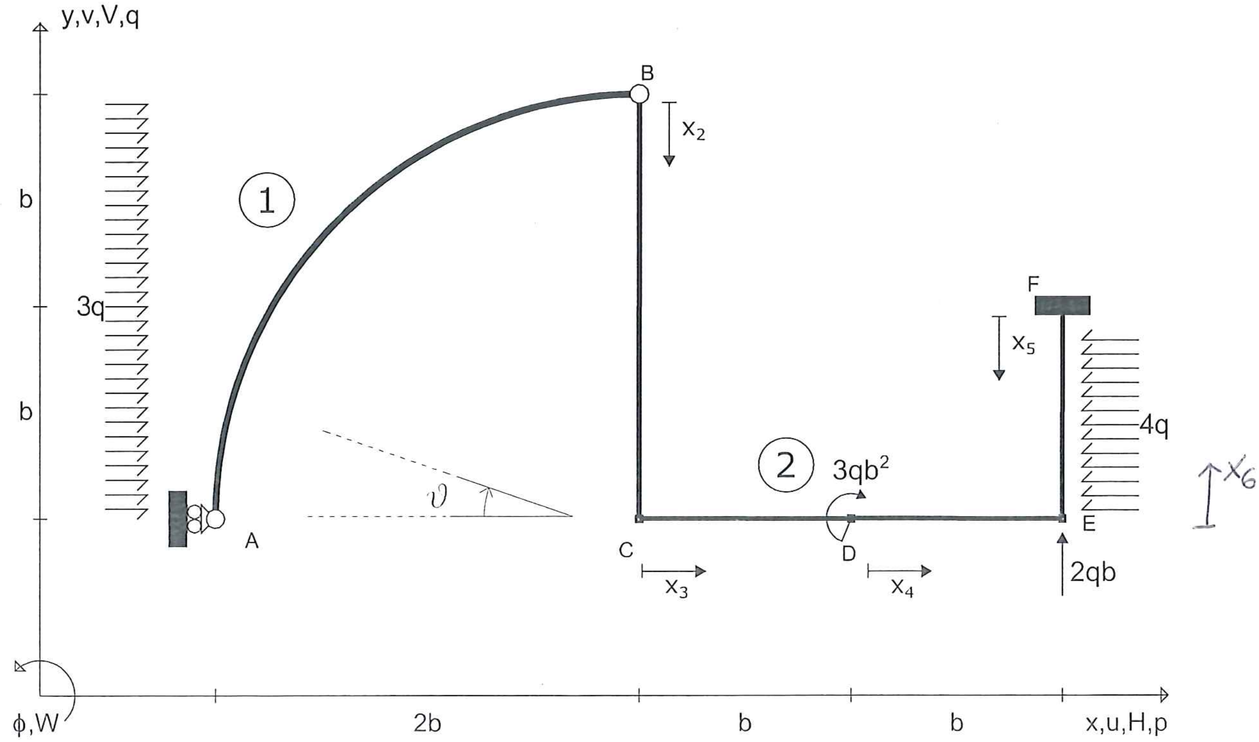
Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:..................................e-mail:...................... Matricola:......

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari SdC_IC 22.01.20*002

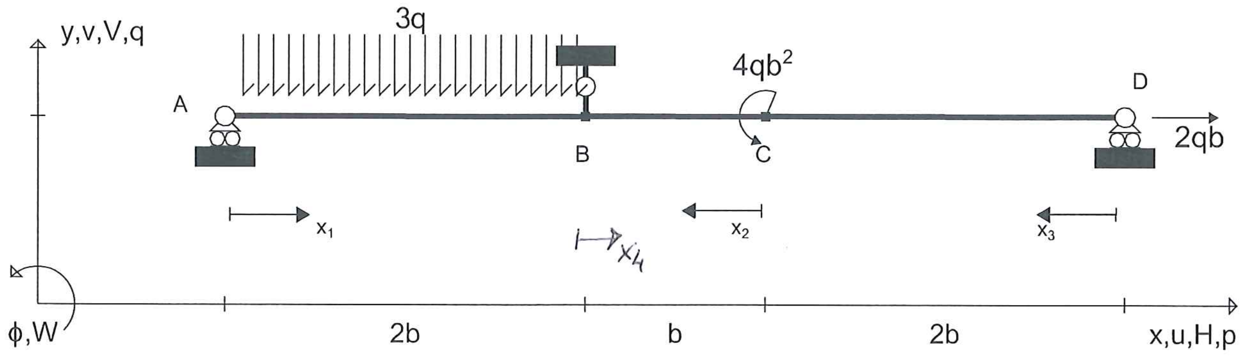


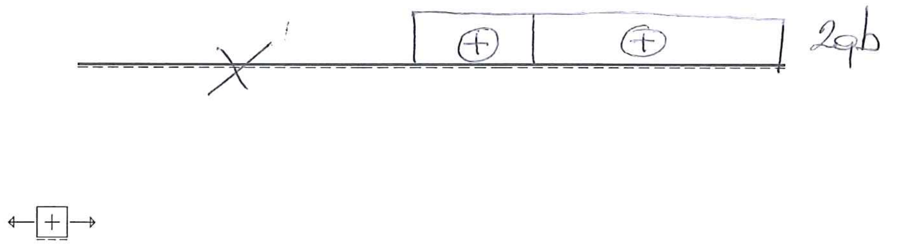
Eq. ausiliaria: $M_{z(B)}^{(1)} = 0$

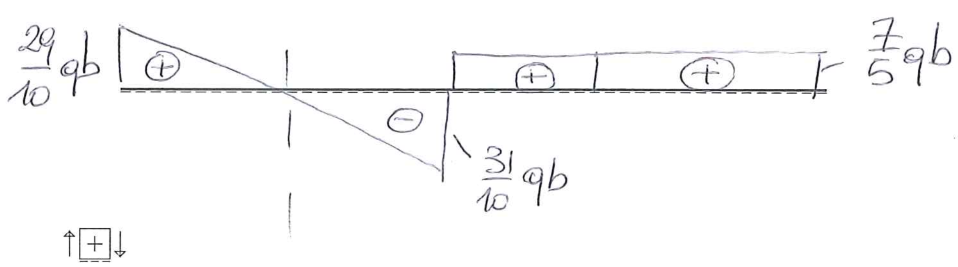
Esercizio n. 2 (12 punti)

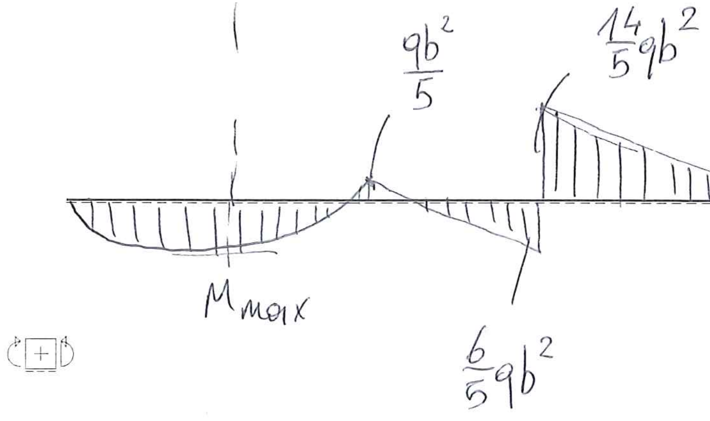
Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura. Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto i corrispondenti grafici. Calcolare infine, riapplicando il PLV, la rotazione del punto D, φ_D.
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari — SdC_IC 22.01.20*002









V_A (⇧) = $\frac{29}{10} qb$; H_B (⇨) = $-2qb$; V_B (⇧) = $9/2 qb$; V_D (⇧) = $-7/5 qb$;

N_{AB} = 0; T_{AB} = $\frac{29}{10} qb - 3qx_1$; M_{AB} = $\frac{29}{10} qbx_1 - \frac{3}{2} qx_1^2$;

N_{CB} = $2qb$; T_{CB} = $\frac{7}{5} qb$; M_{CB} = $\begin{cases} 6/5 qb^2 - \frac{7}{5} qbx_2 \\ -1/5 qb^2 + 7/5 qbx_4 \end{cases}$;

N_{DC} = $2qb$; T_{DC} = $\frac{7}{5} qb$; M_{DC} = $-\frac{7}{5} qbx_3$;

φ_D = $-\frac{43}{30} \frac{qb^3}{EI}$ (↻);

Esercizio n. 3 (4 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce parallele agli assi x e y allo stato di sforzo (piano) caratterizzato dalle componenti di tensione σ_x, σ_y, τ_{xy} e τ_{yx}.
Si chiede di determinare le componenti del vettore sforzo t_{nx} e t_{ny} sulla faccia (di normale $\boldsymbol{n}$), ruotata di un angolo φ rispetto alla faccia di normale y, come indicato in Figura.
Si valutino infine sulla *medesima faccia* le componenti speciali di tensione σ_n e τ_{nm} riferite alle direzioni orientate $\boldsymbol{n}$ e $\boldsymbol{m}$, mutuamente perpendicolari.

Dati:

σ_x = -80 (MPa); τ_{xy} = -60 (MPa);

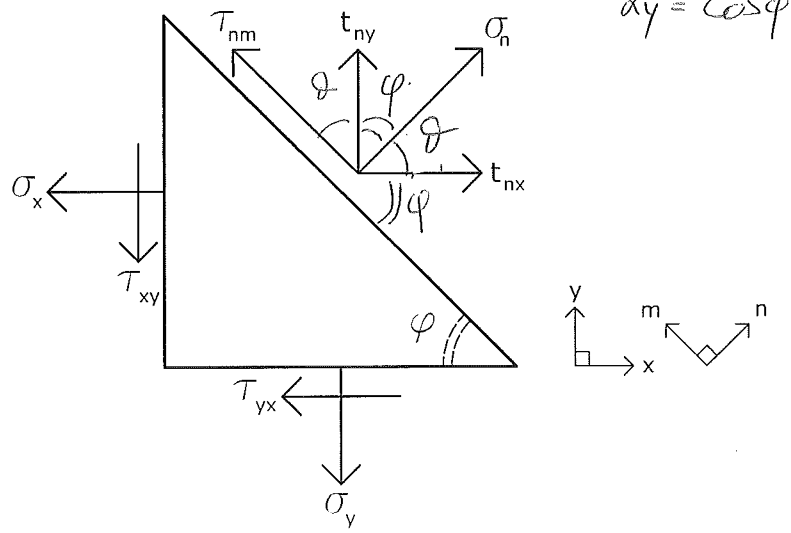
σ_y = 100 (MPa); τ_{yx} = -60 (MPa);

φ = 30° (sen φ = 1/2; cos φ = √3/2).

$\varphi + \theta = \frac{\pi}{2}$

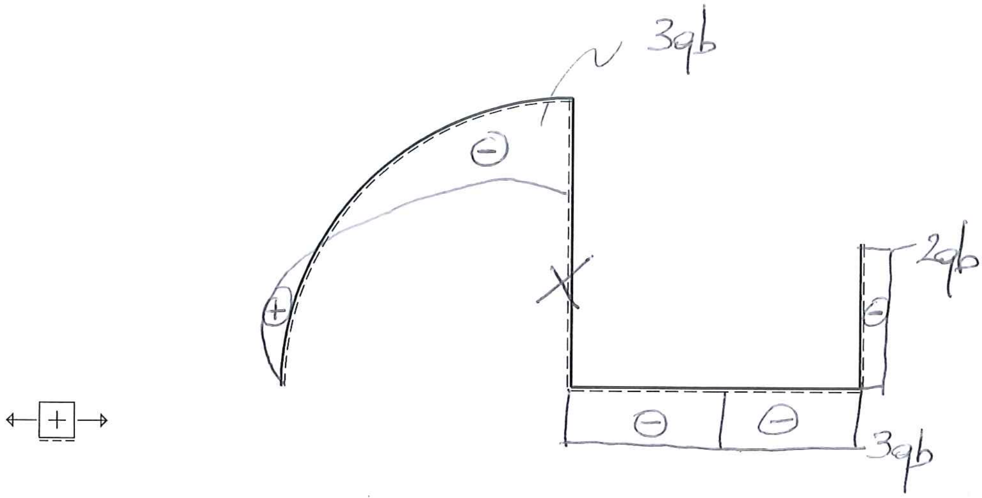
$\sin\theta = \cos\varphi$
$\cos\theta = \sin\varphi$
$\cos(\theta + \frac{\pi}{2}) = -\sin\theta = -\cos\varphi$

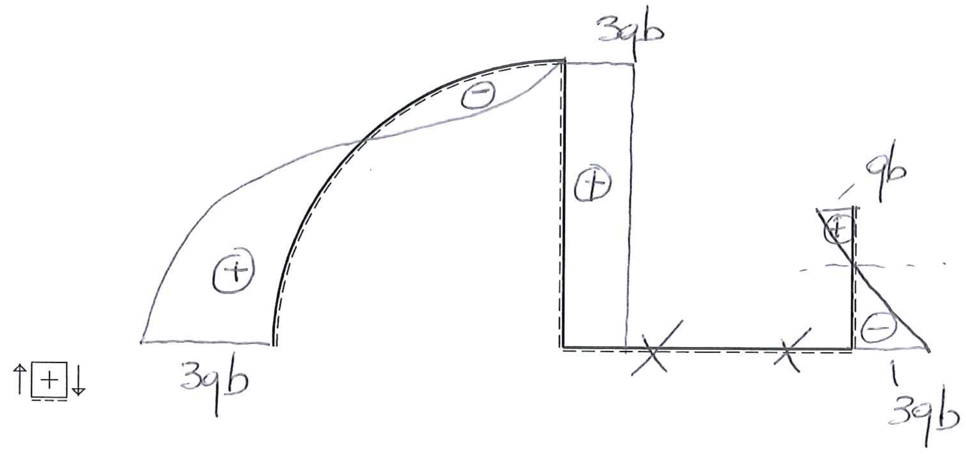
$\alpha_x = \sin\varphi$ $\quad \beta_x = -\cos\varphi$
$\alpha_y = \cos\varphi$ $\quad \beta_y = \sin\varphi$

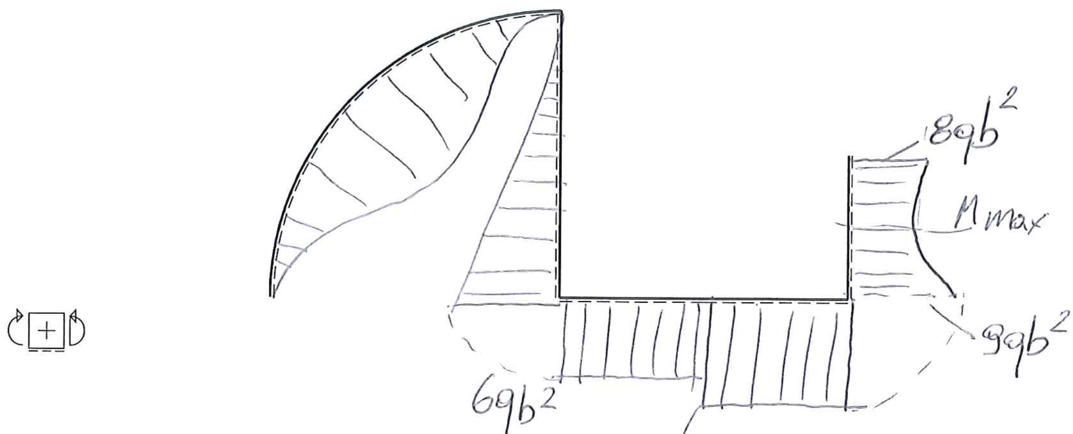


t_{nx} = $-40 - 30\sqrt{3} = -91.962$ (MPa); t_{ny} = $-30 + 50\sqrt{3} = +56.603$ (MPa);

σ_n = $55 - 30\sqrt{3} = +3.038$ (MPa); τ_{nm} = $30 + 45\sqrt{3} = +107.942$ (MPa);







$H_A\,(\Rightarrow) = -3qb$; $H_F\,(\Rightarrow) = qb$; $V_F\,(\Uparrow) = -2qb$; $M_F\,(\circlearrowleft) = 8qb^2$;

$N_{AB} = +3qb\sin\theta - 6qb\sin^2\theta$; $T_{AB} = +3qb\cos\theta - 6qb\sin\theta\cos\theta$; $M_{AB} = +6qb^2\sin\theta - 6qb^2\sin^2\theta$;

$N_{BC} = 0$; $T_{BC} = +3qb$; $M_{BC} = 3qbx_2$;

$N_{CD} = -3qb$; $T_{CD} = 0$; $M_{CD} = 6qb^2$;

$N_{DE} = -3qb$; $T_{DE} = 0$; $M_{DE} = 9qb^2$;

$N_{FE} = -2qb$; $T_{FE} = \begin{cases} qb - 4qx_5 \\ -3qb + 4qx_6 \end{cases}$; $M_{FE} = \begin{cases} 8qb^2 - qbx_5 + 2qx_5^2 \\ 9qb^2 - 3qbx_6 + 2qx_6^2 \end{cases}$;

NB: $N_{AB} = +3qb\sin\theta(1-2\sin\theta)$
$T_{AB} = +3qb\cos\theta(1-2\sin\theta)$
$M_{AB} = -6qb^2\sin\theta(\sin\theta-1)$