Risolvendo il sistema costituito da questa equazione e quella di equilibrio, otteniamo

$$N_1 = N_2 = N_3 = \frac{\sqrt{3}}{2 - 3\sqrt{3}} \frac{\Delta}{l} EF, \quad N_4 = N_5 = -\frac{1}{2 + 3\sqrt{3}} \frac{\Delta}{l} EF.$$

Gli esempi considerati illustrano sufficientemente i metodi atti a risolvere i casi di indeterminazione statica. Questi metodi possono essere assimilati solo risolvendo un numero sufficiente di problemi.

Il metodo più comune di eliminazione dell'indeterminazione statica verrà trattato nel cap. VI.

§ 12

STATO DI SFORZO E DI DEFORMAZIONE DOVUTO A TRAZIONE E COMPRESSIONE

Consideriamo più a fondo le particolarità dello stato di sforzo creatosi in una barra tesa omogenea. Determiniamo prima le sollecitazioni agenti su un punto di una sezione inclinata di α rispetto alla normale (fig. 32). Lo sforzo totale p su questo piano sarà identico per tutti i punti del piano, data la condizione di omogeneità dello stato di sforzo. Ma la risultante delle forze interne della sezione deve essere diretta lungo l'asse della barra ed uguale alla forza di trazione σF, cioè:

$$pF_\alpha = \sigma F,$$

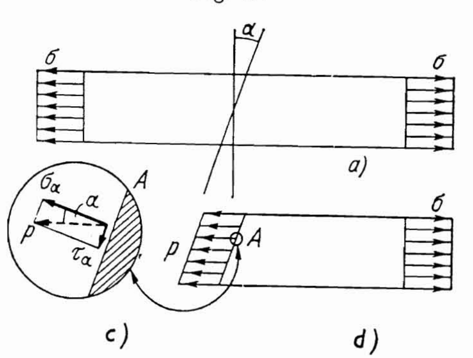
dove F_α è l'area della sezione obliqua:

$$F_\alpha = \frac{F}{\cos \alpha}.$$

Quindi lo sforzo totale nel piano inclinato è

$$p = \sigma \cos \alpha.$$

Fig. 32



Scomponendo questo sforzo lungo la normale e la tangente al piano inclinato (fig. 32 c), otteniamo:

$$\sigma_\alpha = p \cos \alpha, \quad \tau_\alpha = p \operatorname{sen} \alpha,$$

oppure:

$$\sigma_\alpha = \sigma \cos^2 \alpha, \qquad (1.10)$$

$$\tau_\alpha = \frac{1}{2} \sigma \operatorname{sen} 2\alpha. \qquad (1.11)$$

Come si nota la grandezza degli sforzi relativi allo stesso punto di una sezione di un corpo, varia a seconda dell'inclinazione della sezione stessa.

Se $\alpha = 0$, le formule (1.10) e (1.11) danno i seguenti sforzi per la sezione trasversale

$$\sigma_\alpha = \sigma, \quad \tau_\alpha = 0.$$

Se $\alpha = 90°$ (cioè per i piani longitudinali) $\sigma_\alpha = \tau_\alpha = 0$. Ciò significa che gli strati longitudinali di una barra allungata non esercitano pressione uno sull'altro, lungo le superfici longitudinali. In questo senso lo stiramento di una barra può essere paragonato con quello di un fascio di fibre parallele separate.

Lo sforzo tangenziale τ_α acquista il valore massimo per i piani inclinati di 45° rispetto all'asse della barra tesa:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma}{2}.$$

È da notare che il passaggio da un piano arbitrario (α) al piano ($\alpha + 90°$) non influisce sul valore assoluto dello sforzo tangenziale τ_α. Infatti,

$$\left|\frac{1}{2} \sigma \operatorname{sen} 2\alpha\right| = \left|\frac{1}{2} \sigma \operatorname{sen} 2(\alpha + 90°)\right|.$$

Di conseguenza, gli sforzi tangenziali in due piani perpendicolari sono uguali (in valore assoluto). Questa comune caratteristica è denominata legge *della parità degli sforzi di taglio.*

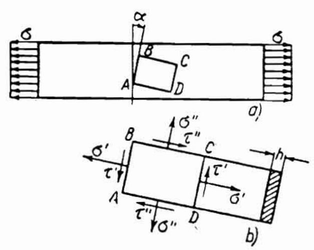
Questa regola può essere interpretata visivamente. Isolando l'elemento rettangolare $ABCD$ di una barra tesa (fig. 33 a) è facile notare come, *indipendentemente* dai valori degli sforzi normali σ' e σ'', gli sforzi tangenziali τ' e τ'' abbiano valore e direzione tali, che i momenti delle loro coppie sono in equilibrio (fig. 33 b). È evidente che per qualsiasi elemento di spessore h si ha:

$$\tau' ABhAD = \tau'' ADhAB,$$

ossia

$$\tau' = \tau''.$$

Fig. 33



Inoltre, come si può notare nella fig. 33 b, i vettori degli sforzi tangenziali, su due piani reciprocamente perpendicolari, o sono entrambi diretti verso lo spigolo comune (spigoli A e C) o entrambi diretti verso l'esterno (B e D).

La legge della parità degli sforzi tangenziali nel caso più generale di sollecitazione combinata verrà estesamente trattata nel cap. VII (§ 50).