Università degli Studi di Trento – Facoltà di Ingegneria

CORSO DI SCIENZA DELLE COSTRUZIONI 2A

A.A. 2002-03

Secondo compito scritto in aula del 09.06.2003

Testo 1.

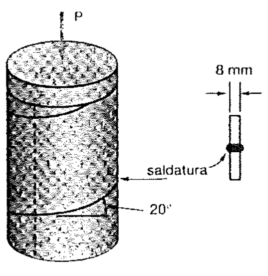
Nota: I risultati numerici vanno riportati su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui fogli a quadretti che sono stati forniti. **Riportare sempre nei calcoli almeno 3 cifre decimali significative**.

Allievo:.. Matricola:.......

Esercizio n.1 (6 punti)

Un tubo di 300 mm di diametro esterno è realizzato con un nastro di acciaio di 8 mm di spessore che viene saldato lungo una linea elicoidale che forma un angolo di 20° con un piano perpendicolare all'asse del tubo.

1. Sapendo che è applicata una forza assiale P = 240 kN, determinare lo sforzo normale, σ_n, e tangenziale, τ_n, nelle direzioni rispettivamente normale e tangenziale alla saldatura;
2. Supponendo che le tensioni ammissibili nelle direzioni normale e tangenziale alla saldatura sono rispettivamente σ_{amm} = 120 MPa e τ_{amm} = 80 MPa, determinare l'intensità dalla massima forza assiale, P_{max} che può essere applicata.

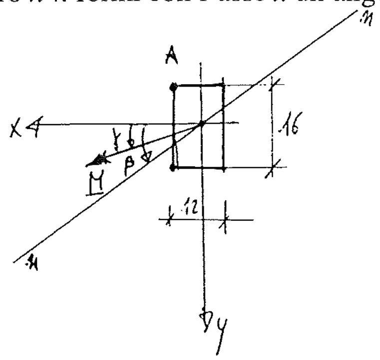


σ_n = ... MPa; τ_n = ... MPa; P_{max} = ... kN;

Esercizio n.2 (6 punti)

Si consideri una trave in legno (tensione ammissibile σ_{amm} = 10 MPa) con sezione trasversale caratterizzata dalle dimensioni seguenti: H = 12 cm, H = 16 cm.
La trave è sollecitata da un momento flettente di modulo M = 2.5 kN·m e il cui asse vettore forma un angolo $\gamma = 20°$ con l'asse x.
Si richiede di

1. calcolare la tensione normale σ_z nel punto A ed eseguire la verifica di resistenza;
2. calcolare il massimo momento flettente (in modulo) M_{max} sopportabile dalla trave (facendo riferimento alla tensione normale σ_z valutata nel punto A);
3. calcolare l'angolo β che l-asse neutro n-n forma con l'asse x;
4. determinare la larghezza B che la sezione dovrebbe avere, a parità di altezza H affinché l'asse neutro n-n formi con l'asse x un angolo β= 45°.



σ_z = ... MPa; *verifica soddisfatta*: .... sì/no; M_{max} = ...kN·m;

β = ...°; B = ... cm

Esercizio n.3 (6 punti)

Una trave di acciaio tipo IPE 100 (tensione ammissibile $\sigma_{amm,acciaio}$ = 160 MPa, modulo elastico $E_{acciaio}$ = 210000 MPa) è inflessa lungo l'asse x dal momento flettente M_x.
Si calcoli l'altezza H di una trave in legno (tensione ammissibile $\sigma_{amm,legno}$ = 10 MPa, modulo elastico E_{legno} = 10000 MPa) di assegnata larghezza B = 14 cm in modo tale che:

1. le due travi abbiano la stessa capacità resistente a flessione rispetto all'asse x.
2. le due travi abbiano la stessa rigidezza flessionale rispetto all'asse x.

Designazione profilo h mm	b mm	s_a mm	r mm	Sezione cm²	Peso kg/m	Valori statici relativi agli assi xx-yy J_x cm⁴	J_y cm⁴	W_x cm³	W_y cm³	i_x cm	i_y cm
IPE 80	46	3,8*	5,2	7,64	6,0	80,1	8,49	20,0	3,69	3,24	1,05
IPE 100	55	4,1	5,7	10,30	8,1	171,0	15,90	34,2	5,79	4,07	1,24
IPE 120	64	4,4	6,3	13,20	10,4	318,0	27,70	53,0	8,65	4,90	1,45
IPE 140	73	4,7	6,9	16,40	12,9	541,0	44,90	77,3	12,30	5,74	1,65

H_1 = ... cm; H_2 = ...cm

Esercizio n.4 (6 punti)

Tre tavole in legno sono collegate tra di loro mediante chiodatura a formare una trave la cui sezione trasversale è mostrata in Fig. A (*le misure sono espresse in mm*).
Il carico ammissibile a taglio per ciascun chiodo è pari a T_{amm}= 0.8kN e la spaziatura tra essi è pari a d= 100mm.
Si determini la massima azione tagliante V_A che la sezione può sopportare in virtù della chiodatura.
Se il collegamento tra le tavole fosse realizzato con l'utilizzo di colla (vedi Fig. B) si determini la tensione tangenziale τ_{colla} agente su di essa nel caso in cui la sezione fosse sollecitata da un'azione tagliante V_B = 2.5kN.

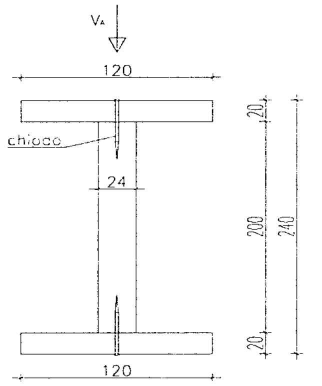


Fig.A

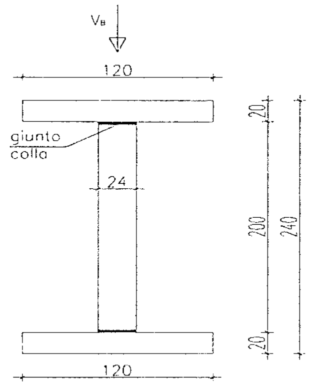
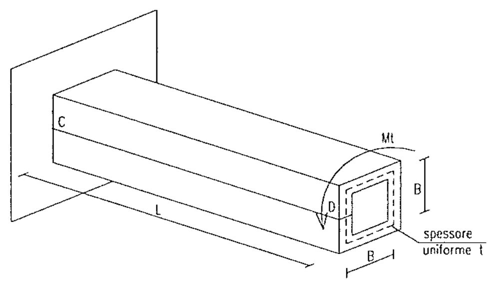


Fig.B

V_A = ... kN; τ_{colla} = ...MPa;

Esercizio n.5 (6 punti)

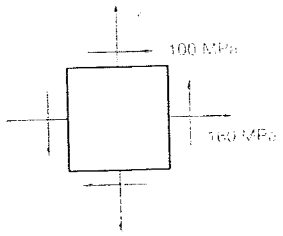
Si determini l'angolo di torsione $\theta_c = \Theta_c L$ e la tensione tangenziale massima $\tau_{max,c}$ causata da un momento torcente M_t pari a 7.0 kN·m applicato all'estremità di un'asta tubolare di rame (E = 104000 MPa e ν = 0.3) di lunghezza L = 100mm avente sezione quadrata in parete sottile di lato B = 70 mm e spessore t = 4 mm.
Si immagini poi di sezionare il profilo lungo la linea CD, senza asportare materiale, in modo da trasformare il profilo iniziale in un profilo aperto.
Per questa nuova configurazione e per un momento torcente M_t = 0.35 KN·m determinare l'angolo di torsione $\theta_a = \Theta_a L$ e la tensione tangenziale massima $\tau_{max,a}$ nella sezione.



θ_c = ...°; $\tau_{max,c}$ = ... MPa; θ_a = ...°; $\tau_{max,c}$ = ... MPa

Esercizio n.6 (bonus, 3 punti)

Lo stato di sforzo piano indicato in Figura si verifica in un elemento strutturale in acciaio con tensione di snervamento σ_o =250.MPa.
Determinare con il criterio di Tresca e con quello di von Mises quale è il valore massimo della tensione normale σ_y sopportabile in sicurezza dal materiale.



1. $\sigma_{y,\mathrm{Tresca}}$ = ... MPa

2. $\sigma_{y,\mathrm{von\ Mises}}$ = ... MPa

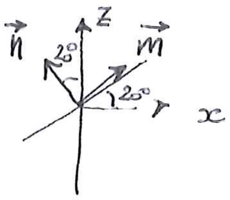
Corso di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI 2A

Soluzioni del secondo compito scritto in aula del 09.06.03

Esercizio 1 (6 punti)

1. $$A = \pi\left(\frac{d^2}{4} - \frac{(d-2t)^2}{4}\right) = \pi\left(\frac{d^2}{4} - \frac{d^2}{4} + dt - t^2\right) = \pi t(d-t) = 7338.760\ \text{mm}^2$$

$$\sigma_z = \frac{P}{A} = \frac{P}{\pi t (d-t)}$$



$$\sigma_n = \sigma_z \alpha_z^2$$
$$\tau_n = \sigma_z \alpha_z \beta_z$$

$$\alpha_z = \cos 20° = 0.940$$
$$\beta_z = \cos 70° = 0.342$$

2. Deve risultare, in condizione limite

$$\sigma_n = \sigma_{amm.} \qquad \qquad \frac{P_{MAX}}{A}\alpha_z^2 = \sigma_{amm.}$$
$$\tau_n = \tau_{amm.} \quad \Rightarrow \quad \frac{P_{MAX}}{A}\alpha_z\beta_z = \tau_{amm.}$$

$$P_{MAX} = \min\left(\frac{\sigma_{amm.} A}{\alpha_z^2}, \frac{\tau_{amm.} A}{\alpha_z \beta_z}\right).$$

Valori numerici:

Testo	1	2	3	4
P	240 kN	200 kN	220 kN	260 kN
σ_z	32.703 MPa	27.253 MPa	29.978 MPa	35.428 MPa
σ_n	28.878 MPa	24.065 MPa	26.471 MPa	31.284 MPa
τ_n	10.511 MPa	8.759 MPa	9.635 MPa	11.386 MPa
$\sigma_{amm} \frac{A}{\alpha_z^2}$	997.315 kN	872.651 kN	1121.979 kN	1371.308 kN
$\tau_{amm} \frac{A}{\alpha_z \beta_z}$	1826.734 kN	1598.392 kN	2055.075 kN	2511.759 kN
P_{MAX}	997.315 kN	872.651 kN	1121.979 kN	1371.308 kN

Esercizio 2 (6 punti)

1. $M_x = M \cos\gamma$ $\qquad$ $J_x = \frac{1}{12} B H^3 = \frac{1}{12} 120 \cdot 160^3 = 40.96 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$

$M_y = M \sin\gamma$ $\qquad$ $J_y = \frac{1}{12} H B^3 = \frac{1}{12} 160 \cdot 120^3 = 23.04 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$

$$\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} y - \frac{M_y}{J_y} x = M \left(\frac{\cos\gamma \, y}{J_x} - \frac{\sin\gamma \, x}{J_y} \right)$$

$$\sigma_z\big|_A = M \left[\frac{\cos\gamma \, (-80)}{J_x} - \frac{\sin\gamma \, (60)}{J_y} \right]$$

poiché $A = (60 \text{ mm}, -80 \text{ mm})$ $\qquad$ $|\sigma_z|_A| \leq \sigma_{amm}$.

2. $|\sigma_z|_A| = \sigma_{amm}$

$$M_{MAX} = \sigma_{amm} \cdot \frac{1}{\frac{80 \cos\gamma}{J_x} + \frac{60 \sin\gamma}{J_y}}$$

3. $\tan\beta = \frac{J_x}{J_y} \tan\gamma = \left(\frac{H}{B}\right)^2 \tan\gamma$

$$\beta = \arctan\left[\left(\frac{H}{B}\right)^2 \tan\gamma \right]$$

4. $\beta = 45°$ $\quad$ $\tan\beta = 1$ $\qquad$ $1 = \frac{H^2}{B^2} \tan\gamma$

$B^2 = H^2 \tan\gamma$ $\qquad$ $B = H \sqrt{\tan\gamma}$

Valori numerici

Testo	1	2	3	4
γ [°]	20	15	30	25
$\sigma_z\|_A$ [MPa]	−6.815	−6.401	−7.484	−7.177
M_{MAX} [kN·m]	3.668	3.905	3.341	3.483
β [°]	32,9	25,5	45,7	39,7
B [cm]	9.65	8.28	12.16	10.92

Esercizio 3 (6 punti)

1. Trave in acciaio

$$M_{x\,MAX} = \sigma_{amm,acciaio} \cdot W_{x,acciaio}$$

Trave in legno

$$\sigma_{z,legno} = \frac{M_{x\,MAX}}{W_{x,legno}} \leq \sigma_{amm,legno}.$$

e in condizioni limite vale il segno di eguaglianza.

$$W_{x,legno} \geq \frac{M_{x\,MAX}}{\sigma_{amm,legno}}$$

$$W_{x,legno} = \frac{BH^2}{6}$$

e in condizioni limite

$$\frac{BH^2_{min}}{6} = \frac{M_{x\,MAX}}{\sigma_{amm,legno}} \qquad H^2_{min} = \frac{6\ \sigma_{amm,acciaio}\ W_{x,acciaio}}{B \cdot \sigma_{amm,legno}}$$

$$\Rightarrow H_{min} = \sqrt{6\ \frac{\sigma_{amm,acciaio}}{\sigma_{amm,legno}}\ \frac{W_{x,acciaio}}{B}} = H_1$$

2. Trave in acciaio:

$$EJ_x = E_{acciaio} \cdot J_{x,acciaio}$$

Trave in legno

$$EJ_x = E_{legno} \cdot \frac{1}{12} BH^3_{legno}$$

in condizioni di eguaglianza

$$E_{acciaio} \cdot J_{x,acciaio} = E_{legno} \cdot \frac{1}{12} BH^3_{legno}$$

$$H_{legno} = \sqrt[3]{12 \frac{E_{acciaio}}{E_{legno}} \cdot \frac{J_{x,acciaio}}{B}} = H_2$$

Valori numerici

Testo	1	4	3	2
TRAVE	IPE 100	IPE 80	IPE 120	IPE 140
$W_{x,ecc}$ [cm^3]	34.2	20.0	53.0	77.3
$J_{x,ecc.}$ [cm^4]	171.0	80.1	318.0	541.0
H_1 [cm]	15.31	11.71	19.06	23.02
H_2 [cm]	14.55	11.30	17.89	21.35

Esercizio 4 (6 punti)

Soluzione

Si determina il momento di inerzia della sezione, supposta perfettamente solidale, attorno all'asse orizzontale baricentrico

$$I = \frac{120 \cdot 20^3}{12} \cdot 2 + 2 \cdot 120 \cdot 20 \cdot 110^2 + \frac{24 \cdot 200^3}{12}$$

$$= (160'000 + 58'080'000 + 16'000'000)\ mm^4$$

$$= 74'240'000\ mm^4$$

Si determina il momento statico di un'ala rispetto al baricentro

$$S = 20 \cdot 120 \cdot 110\ mm^3 = 264'000\ mm^3$$

Si determina V_A [testo 1]

$$\frac{T_{amm}}{d} = \frac{0,8 \cdot 10^3\ N}{100\ mm} = \frac{V_A\ S}{I} = V_A \cdot \frac{264'000}{74'240'000\ mm}$$

$$8\ \frac{N}{mm} = \frac{0,00356}{mm}\ V_A$$

$$V_A = 2,25\ KN$$

La tensione tangenziale sulla colla è pari a: [testo 1]

$$\tau_{colla} = \frac{V_B\ S}{t\ I} = \frac{2,5 \cdot 10^3\ N \cdot 264'000\ mm^3}{24 \cdot 74'240'000\ mm^5} = 0,370\ MPa$$

Analogamente per gli altri casi. Risultati numerici

Testo	1	2	3	4
d [mm]	100	80	120	110
V_B [kN]	2,50	2,80	2.60	2.70
V_A [kN]	2,25	2.81	1.87	2.05
τ_{colla} [MPa]	0,370	0.419	0,385	0.400

Esercizio 5 (6 punti)

Soluzione

Si determina innanzitutto il modulo G

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{104'000\,MPa}{2(1+0,3)} = 40'000\,MPa$$

CASO SEZIONE SOTTILE CHIUSA

$$J_t^{(c)} = \frac{4\Omega^2}{\oint \frac{ds}{t(s)}} = \frac{4 \cdot B^4}{\frac{1}{t} \cdot 4B} = B^3 t = 70^3 \cdot 4\,mm^4 = 1'372'000\,mm^4$$

[testo 1] $$\Theta^{(c)} = \frac{M_t}{G J_t^{(c)}} = \frac{7 \cdot 10^6\,Nmm}{40'000\,MPa \cdot 1372'000\,mm^4} = \frac{0,00013}{mm}$$

$$\vartheta^{(c)} = \Theta^{(c)} \cdot L = \frac{0,00013}{mm} \cdot 100\,mm = 0,01276\,rad = 0,73^\circ$$

$$\tau_{z,max}^{(c)} = \frac{M_t}{2t\Omega} = \frac{7 \cdot 10^6\,Nmm}{2 \cdot 4\,mm \cdot 70^2\,mm^2} = 178,57\,MPa$$

CASO SEZIONE SOTTILE APERTA

$$J_t^{(a)} = \frac{1}{3} \cdot 4B \cdot t^3 = \frac{4}{3} B t^3 = \frac{4}{3} \cdot 70\,mm \cdot 4^3\,mm^3 = 5973,33\,mm^4$$

[testo 1] $$\Theta^{(a)} = \frac{M_t}{G J_t^{(a)}} = \frac{0,35 \cdot 10^6\,N\,mm}{40'000\,\frac{N}{mm^2} \cdot 5973,33\,mm^4} = \frac{0,00146}{mm}$$

$$\vartheta^{(a)} = \Theta^{(a)} \cdot L = \frac{0,00146}{mm} \cdot 100\,mm = 0,1465\,rad = 8,4^\circ$$

$$\tau_{z,max}^{(a)} = \frac{M_t}{J_t} \cdot t = \frac{0,35 \cdot 10^6\,N\,mm}{5973,33\,mm^4} \cdot 4\,mm = 234,37\,MPa$$

Analogamente per gli altri testi: le soluzioni numeriche sono:

Testo	1	2	3	4
$M_{t,c}$ [kN.m]	7.0	8.0	5.0	6.0
$M_{t,a}$ [kN.m]	0.35	0.40	0.25	0.30
ϑ_c [°]	0.73	0.84	0.52	0.63
$\tau_{max,c}$ [MPa]	178.57	204.08	127.55	153.06

ϑ_a [°]	8.4	9.6	6.0	7.2
$\tau_{MAX,a}$ [MPa]	234.37	267.86	167.41	200.89

Se invece si calcolano $J_t^{(c)}$ e $J_t^{(a)}$ tenendo conto che la lunghezza "netta" del lato è $B-2(\frac{t}{2})$ si trova

$$J_t^{(c)} = \frac{4\,(B-t)^4}{4\,\frac{1}{t}\,(B-t)} = (B-t)^3 \cdot t = \quad 1'149984 \text{ mm}^4$$

$$J_t^{(a)} = \frac{1}{3}\,4(B-t)t^3 = \frac{4}{3}(B-t)\,t^3 = \quad 5632 \text{ mm}^4$$

si giunge ai seguenti risultati:

Testo	1	2	3	4
ϑ_c [°]	0.87	1.00	0.62	0.75
$\tau_{MAX,c}$ [MPa]	200.87	229.57	143.48	172.18
ϑ_a [°]	8.90	10.17	6.36	7.63
$\tau_{MAX,a}$ [MPa]	248.58	284.09	177.56	213.07

Esercizio 6 (3 punti, bonus)

1. Criterio di Tresca

Si deve avere, al limite

$$\tau_{MAX} = \max\left\{\left|\frac{\sigma_1-\sigma_2}{2}\right|, \left|\frac{\sigma_1-\sigma_3}{2}\right|, \left|\frac{\sigma_2-\sigma_3}{2}\right|\right\} = \frac{\sigma_0}{2}.$$

Si ha, evidentemente, per $\sigma_y > 0$ (trazione)

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}.$$

$$\sigma_2 = 0$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

quando $\sigma_3 < 0$, cioè per

$$\left(\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}\right)^2 < \left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2$$

ovvero $$\frac{\sigma_x^2+\sigma_y^2+2\sigma_x\sigma_y}{4} < \frac{\sigma_x^2+\sigma_y^2-2\sigma_x\sigma_y}{4} + \tau_{xy}^2$$

$$\frac{4\sigma_x\sigma_y}{4} < \tau_{xy}^2 \qquad \sigma_y < \frac{\tau_{xy}^2}{\sigma_x} = \frac{(100)^2}{160} = 62.5\ MPa$$

mentre

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_3 = 0$$

quando $\sigma_2 > 0$ cioè quando $\sigma_y > 62.5\ MPa$.

Nel primo caso ($\sigma_y < 62.5\ MPa$)

$$\tau_{MAX} = \left|\frac{\sigma_1-\sigma_3}{2}\right| = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2} = \frac{\sigma_0}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_x^2-2\sigma_x\sigma_y+\sigma_y^2}{4}+\tau_{xy}^2 = \frac{\sigma_0^2}{4}$$

$$\sigma_y^2 - 2\sigma_y\sigma_x + \sigma_x^2 + 4\tau_{xy}^2 - \sigma_0^2 = 0 \qquad [\cdot]$$

$$\sigma_y = \sigma_x \pm \sqrt{\cancel{\sigma_x^2} - (\cancel{\sigma_x^2}+4\tau_{xy}^2-\sigma_0^2)}$$

$$\sigma_y = \sigma_x \pm \sqrt{\sigma_0^2 - 4\tau_{xy}^2} = \begin{cases} (+) & \sigma_y^* \\ (-) & \sigma_y^{**} \end{cases}$$

e l'unico valore accettabile è quello positivo e inferiore a 62.5 MPa.

[·] Si noti che la funzione $\sigma_y^2 - 2\sigma_y\sigma_x + \sigma_x^2 + 4\tau_{xy}^2 - \sigma_0^2$ è <0 (cioè $\tau_{MAX} < \frac{\sigma_0}{2}$) all'interno dell'intervallo delle radici σ_y^*, σ_y^{**})

Nel secondo caso ($\sigma_y > 62.5$ MPa)

$$\tau_{MAX} = \left|\frac{\sigma_1-\sigma_3}{2}\right| = \frac{\sigma_1}{2} = \frac{1}{2}\left[\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2}\right] = \frac{\sigma_0}{2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2 = \left(\frac{\sigma_0}{2} - \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}\right)^2$$

$$\frac{\cancel{\sigma_x^2}-2\sigma_x\sigma_y+\cancel{\sigma_y^2}}{4}+\tau_{xy}^2 = \frac{1}{4}\left(4\sigma_0^2+\cancel{\sigma_x^2}+\cancel{\sigma_y^2}-4\sigma_0\sigma_x-4\sigma_0\sigma_y+2\sigma_x\sigma_y\right)$$

$$\sigma_0^2 - 2\sigma_0\sigma_x - 2\sigma_0\sigma_y + 4\sigma_x\sigma_y - 4\tau_{xy}^2 = 0$$

$$\sigma_y\left(4\sigma_x - 2\sigma_0\right) = 4\tau_{xy}^2 - \sigma_0^2 + 2\sigma_0\sigma_x$$

$$\sigma_y^{***} = \frac{4\tau_{xy}^2-\sigma_0^2+2\sigma_0\sigma_x}{4\sigma_x-2\sigma_0} = \frac{\sigma_0(\sigma_x-\sigma_0)}{\sigma_x-\sigma_0}+\frac{\tau_{xy}^2}{\sigma_x-\sigma_0} = \sigma_0 - \frac{\tau_{xy}^2}{\sigma_0-\sigma_x}$$

accettabile a condizione che $\sigma_y^{***} > 62.5$ MPa.

2. Criterio di Von Mises.

Risulta in condizioni limite:

$$\sqrt{\sigma_x^2+\sigma_y^2-\sigma_x\sigma_y+3\tau_{xy}^2} = \sigma_0$$

$$\sigma_x^2+\sigma_y^2-\sigma_x\sigma_y+3\tau_{xy}^2 = \sigma_0^2$$

$$\Rightarrow \sigma_y^2 - \sigma_x\sigma_y + \left(\sigma_x^2-\sigma_0^2+3\tau_{xy}^2\right) = 0$$

$$\sigma_y = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2-\sigma_x^2+\sigma_0^2-3\tau_{xy}^2} = \begin{cases} + & \sigma_y' \\ - & \sigma_y'' \end{cases}$$

Di nuovo la funzione $\sigma_y^2-\sigma_x\sigma_y+(\sigma_x^2-\sigma_0^2+3\tau_{xy}^2)$ come funzione di σ_y è negativa all'interno dell'intervallo delle radici, cioè la verifica di sicurezza è soddisfatta per $\sigma_y'' \leq \sigma_y \leq \sigma_y'$.

Ovviamente si considerano i soli valori positivi di σ_y.

A calcoli fatti si trovano i seguenti risultati numerici:

Testo	1	2	3	4
σ_0 [MPa]	250.00	275.00	300.00	320.00
σ_y^* [MPa]	310.00	348.75	383.61	409.80
σ_y^{**} [MPa]	10.00	[−28.75]	[−63.61]	[−89.80]
σ_y^{***} [MPa]	138.89	188.04	228.57	257.50
$\sigma_{y,Tresca}$ [MPa]	10.00	—	—	—
	138.89	188.04	228.57	257.50
σ_y' [MPa]	195,33	242.56	281.99	310.65
σ_y'' [MPa]	−35,33	−82.56	−121.99	−150.65
$\sigma_{y,Von Mises}$ [MPa]	195,33	242.56	281.99	310.65.

Università degli Studi di Trento – Facoltà di Ingegneria

CORSO DI SCIENZA DELLE COSTRUZIONI 2

A.A. 2001-02

Secondo compito scritto in aula del 17.06.2002

Testo 4.

Nota: I risultati numerici vanno riportati su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui fogli a quadretti che sono stati forniti. Riportare sempre almeno 3 cifre decimali significative.

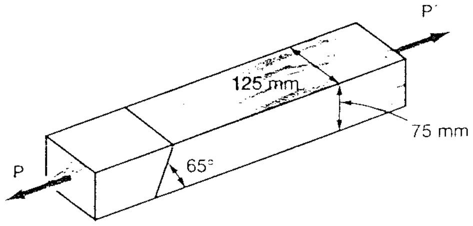
Allievo:.. Matricola:.......

Esercizio n.1 (6 punti)

Due elementi di legno con sezione rettangolare di dimensioni 75 × 125 mm sono incollati come indicato in Figura: si noti che il *piano* del giunto è inclinato di 65° rispetto all'asse della trave.

Si richiede quanto segue:

1. Sapendo che P = 2.5 kN, determinare lo sforzo normale, σ_n, e tangenziale, τ_n, nel piano del giunto, nonché lo sforzo σ_z presente nella trave;
2. Supponendo che la *tensione tangenziale di snervamento* τ_o sia pari a 440 kPa, determinare il massimo carico assiale P_{max} che il giunto può sopportare, la corrispondente tensione normale $\sigma_{n,max}$ (sempre nel piano del giunto) e lo sforzo σ_z presente nella trave in queste condizioni.
   'max



σ_n = 0.219038 MPa; $\lvert\tau_n\rvert$ = 0.102139 MPa; σ_z = 0.266667 MPa;
P_{max} = 10.770 kN; $\sigma_{n,max}$ = 0.943583 MPa; $\sigma_{z,max}$ = 1.148758 MPa.

Esercizio n.2 (6 punti)

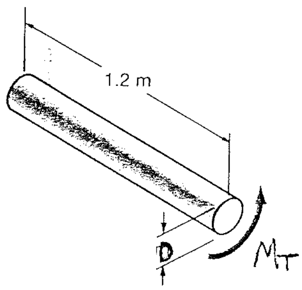
In una prova di trazione si sottopone un'asta di materiale plastico avente diametro D pari a 20 mm a una forza di trazione di valore P = ...8.... kN.
Sapendo che su una base di misura l_o = 150 mm si rileva una variazione di lunghezza Δl = ..18.. mm e una riduzione di diametro ΔD = 0.85 mm, si richiede di determinare il modulo di elasticità longitudinale (o modulo di Young), E, il coefficiente di contrazione trasversale (o coefficiente di Poisson), ν, e la rigidezza assiale, EA (dove A rappresenta l'area della sezione trasversale). Si richiede infine di valutare quali sarebbero la variazione di lunghezza, ΔL, e di raggio, ΔR, prodotte dalla stessa forza di trazione se la base di misura avesse lunghezza L_o = 500 mm.

E = ...212.207.... MPa; ν = ...0.35417....; EA = ...66 667.... kN;

ΔL = ...60.0.... mm; ΔR = ...0.425.... mm

Esercizio n.3 (6 punti)

Si calcoli l'angolo di torsione $\vartheta = \Theta L$ causato da un momento torcente M_T = 5 kN· m in un albero pieno di alluminio (E = 70000 MPa, ν = 1/3) di diametro D = 95. mm e lunghezza L = 1200 mm come quello indicato in Figura.
Si ripetano i calcoli determinando il valore dell'angolo di torsione ϑ' per il caso in cui la sezione dell'albero sia costituita da una sezione circolare cava con diametro esterno pari a D (come sopra) e diametro interno pari a 4/5D.
Nota: si tenga conto che il momento d'inerzia polare di una sezione circolare è pari a $I_P = (\pi R^4)/2$.

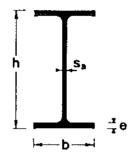


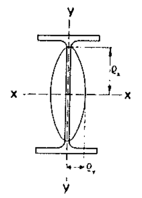
ϑ = ...1,6378.... °; ϑ' = ...2.7740.... °.
0,0286 rad   0.0484 rad

Esercizio n.4 (6 punti)

Una trave formata da un profilo IPE 140 è costituita da un acciaio con tensione di snervamento σ_o= 250 MPa. Determinare, con un fattore di sicurezza s = 1.5, quale è il massimo momento flettente M_x applicabile alla trave quando questa è inflessa rispetto all'asse x.

Determinare in queste condizioni quanto vale il raggio di curvatura r dell' asse geometrico della trave se il modulo elastico è E = 210000 MPa.





Designazione profilo h mm	b mm	s_a mm	e mm	Sezione cm²	Peso kg/m	Valori statici relativi agli assi xx-yy					
						J_x cm⁴	J_y cm⁴	W_x cm³	W_y cm³	ϱ_x cm	ϱ_y cm
IPE 80	46	3,8*	5,2	7,64	6,0	80,1	8,49	20,0	3,69	3,24	1,05
IPE 100	55	4,1	5,7	10,30	8,1	171,0	15,90	34,2	5,79	4,07	1,24
IPE 120	64	4,4	6,3	13,20	10,4	318,0	27,70	53,0	8,65	4,90	1,45
IPE 140	73	4,7	6,9	16,40	12,9	541,0	44,90	77,3	12,30	5,74	1,65

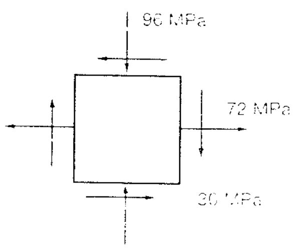
M_x = 12,883 kN·m; r = 88,184 m;

Esercizio n.5 (6 punti)

Sia dato lo stato di sforzo piano definito dalle componenti indicate in Figura. È noto che tale stato di sforzo viene applicato a un elemento di materiale con una resistenza allo snervamento a trazione σ_o = 250 MPa.

Determinare il fattore di sicurezza s rispetto allo snervamento (definito come rapporto fra la tensione ideale – fornita dal criterio di resistenza – e la tensione di snervamento) per i due casi seguenti:

1. criterio di resistenza di Tresca (o della massima tensione tangenziale);
2. criterio di esistenza di von Mises (o della massima energia di distorsione).



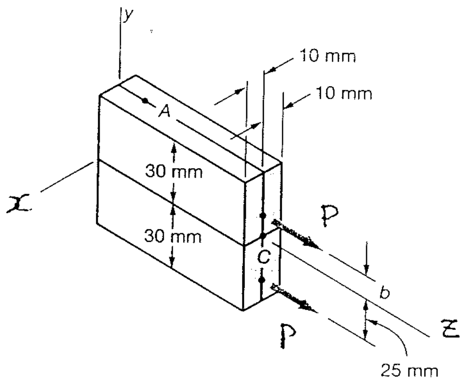
$\sigma_x = 72$ MPa
$\tau_{xy} = -30$ MPa
$\sigma_y = -96$ MPa

s_1 = 1,4014 (0,7136); s_2 = 1,6133 (0,6198);

Esercizio n.6 (bonus, 3 punti)

Due forze eguali, ciascuna di valore P = 18 kN sono applicate alla barra rettangolare di sezione 20 × 60 mm come indicato in Figura. Determinare lo sforzo σ_z nel punto A nei tre casi seguenti:

1. $b = 0$ mm;
2. $b = 15$ mm;
3. $b = 25$ mm.



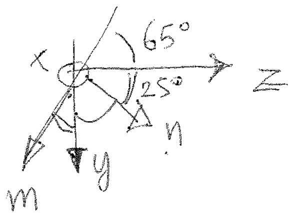
1. $\sigma_z|_A$ = − 7,50 MPa
2. $\sigma_z|_A$ = 15,0 MPa
3. $\sigma_z|_A$ = 30,0 MPa

4/4

① $\sigma_z = \dfrac{P}{A}$ $\quad \sigma_y = 0 \quad \tau_{yz} = 0 \quad A = 9.375 \times 10^{-3}\ m^2$

$\alpha_x = 0 \quad \alpha_y = \cos 65^\circ \quad \alpha_z = \cos 25^\circ = 0.90631$

$\beta_x = 0 \quad \beta_y = \cos 25^\circ \quad \beta_z = \cos 115^\circ = -0.42262$



$\underline{t}_n = \underline{t}_x \alpha_x + \underline{t}_y \alpha_y + \underline{t}_z \alpha_z$

$\underline{t}_x = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}; \quad \underline{t}_y = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}; \quad \underline{t}_z = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ P/A \end{Bmatrix}$

$t_{nx} = 0; t_{ny} = 0; t_{nz} = \sigma_z \alpha_z \qquad \sigma_n = \sigma_z \alpha_z^2 = \dfrac{P}{A} \alpha_z^2$

$\tau_{nm} = \sigma_z \alpha_z \beta_z = \dfrac{P}{A} \alpha_z \beta_z$.

$\tau_{nm} = \tau_0 = \dfrac{P_{MAX}}{A} \alpha_z \beta_z$

$P_{max} = \dfrac{\tau_0 A}{\alpha_z \beta_z} \qquad \sigma_{n,max} = \dfrac{P_{MAX}}{A} \alpha_z^2 = \dfrac{\tau_0}{\alpha_z \beta_z} \alpha_z^2 = \dfrac{\tau_0 \alpha_z}{\beta_z}$

$\sigma_{z,max} = \dfrac{P_{MAX}}{A} = \dfrac{\tau_0}{\alpha_z \beta_z}$

② $\varepsilon_z = \dfrac{\Delta l}{l_0} \qquad \nu = \dfrac{\dfrac{\Delta D}{D}}{\dfrac{\Delta l}{l_0}} = \dfrac{\Delta D}{D} \cdot \dfrac{l_0}{\Delta l} = \dfrac{\Delta D}{\Delta l} \cdot \dfrac{l_0}{D}$

$A = \dfrac{\pi D^2}{4} \qquad \sigma_z = \dfrac{P}{A} = \dfrac{4P}{\pi D^2}$

$\sigma_z = E \varepsilon_z \qquad E = \dfrac{\sigma_z}{\varepsilon_z} = \dfrac{\dfrac{4P}{\pi D^2}}{\dfrac{\Delta l}{l_0}} = \dfrac{4P}{\pi D^2} \cdot \dfrac{l_0}{\Delta l}$

$EA = \dfrac{\cancel{4}P}{\cancel{\pi D^2}} \cdot \dfrac{l_0}{\Delta l} \cdot \dfrac{\cancel{\pi D^2}}{\cancel{4}} = \dfrac{P l_0}{\Delta l}$

$\Delta L = \varepsilon_z . L_0 = \Delta l \cdot \dfrac{L_0}{l_0}$

$\Delta R = \nu \varepsilon_z \cdot \dfrac{D}{2} = \dfrac{\Delta D}{\cancel{\Delta l}} \cdot \dfrac{\cancel{l_0}}{\cancel{D}} \cdot \dfrac{\cancel{\Delta l}}{\cancel{l_0}} \cdot \dfrac{\cancel{D}}{2} = \dfrac{\Delta D}{2}$.

$A = 3.1415 \times 10^{-3}\ m^2$. $\qquad \varepsilon_r = 0.0425$

(3) $$\Theta = \frac{M_t}{G I_p} \qquad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \qquad I_p = \frac{\pi}{2}\left(\frac{D}{2}\right)^4 = \frac{\pi D^4}{32}$$

$$\vartheta = \Theta L = \frac{M_t L}{G I_p} = \frac{M_t L}{\frac{E}{2(1+\nu)} \frac{\pi D^4}{32}} = \frac{64\, M_t L (1+\nu)}{\pi E D^4}$$

$$\vartheta^\circ = \vartheta \cdot \frac{180}{\pi} = \frac{11520\, M_t L (1+\nu)}{\pi^2 E D^4}$$

$$I_p' = \frac{\pi}{2}\left[\left(\frac{D}{2}\right)^4 - \left(\frac{4}{5}\frac{D}{2}\right)^2\right] = \frac{\pi}{2}\left[\frac{D^4}{16}\right]\left(1 - \frac{256}{625}\right) = \frac{\pi}{32} D^4 \frac{369}{625}$$

$$\vartheta' = \Theta' L = \frac{M_t L}{G I_p'} = \frac{M_t L}{\frac{E}{2(1+\nu)} \frac{\pi D^4}{32} \cdot \frac{369}{625}} = \frac{64\, M_t L (1+\nu)}{\pi E D^4} \cdot \frac{625}{369}$$

$$\vartheta'^\circ = \vartheta \cdot \frac{180}{\pi} = \frac{11520\, M_t L (1+\nu)}{\pi^2 E D^4} \cdot \frac{625}{369}$$

(4) $$k = \frac{\sigma_0}{s} = 166.67 \times 10^6 \ \text{Pa}$$

$$M_x = k W_x$$

$$\frac{1}{r} = \frac{M_x}{E I_x} \qquad r = \frac{E I_x}{M_x} = \frac{E I_x}{k W_x} = \frac{E}{k} \cdot \frac{I_x}{W_x}$$

(5) Criterio di Tresca

$$\tau^\circ = \frac{\sigma_0}{2}$$

$$\tau_{MAX} = \max\left\{\left|\frac{\sigma_1}{2}\right|, \left|\frac{\sigma_2}{2}\right|, \left|\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right|\right\} \qquad \sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$s = \frac{\tau^\circ}{\tau_{MAX}} = \frac{\sigma_0}{\max\{|\sigma_1|, |\sigma_2|, |\sigma_1 - \sigma_2|\}}$$

Criterio di von Mises:

$$J_2 = k^2 \Rightarrow \left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2\right) = \sigma_{id}^2$$

$$\left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2\right) = \left[2\left(\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}\right)^2 + 2\left[\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2\right] - \left(\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}\right)^2 + \left[\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2\right.\right.$$

$$\left(\sigma_1^2+\sigma_2^2-\sigma_1\sigma_2\right) = \left(\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2 + 3\tau_{xy}^2$$

$$= \frac{\sigma_x^2}{4} + \frac{\cancel{2}\sigma_x\sigma_y}{\cancel{4}2} + \frac{\sigma_y^2}{4} + 3\left(\frac{\sigma_x^2}{4} - \frac{\cancel{2}\sigma_x\sigma_y}{\cancel{4}2} + \frac{\sigma_y^2}{4}\right) + 3\tau_{xy}^2$$

$$= \sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \cancel{1}(\sigma_x\sigma_y) + 3\tau_{xy}^2 .$$

$$= (\sigma_x-\sigma_y)^2 + 3\tau_{xy}^2 + \sigma_x\sigma_y .$$

$$S' = \sqrt{\frac{\sigma_0^2}{(\sigma_x-\sigma_y)^2+3\tau_{xy}^2+\sigma_x\sigma_y}}$$

6

$$b' = 25\,mm$$

$$\sigma_z = \left\{\left[\frac{P}{A} + \frac{P.b'}{I_x}y\right] + \left(\frac{P}{A} - \frac{Pb}{I_x}y\right)\right\}$$

$$\sigma_z = \frac{2P}{A} + \frac{P(b'-b)}{I_x}y$$

$$\sigma_z\Big|_A = \frac{2P}{A} + \frac{P(b'-b)}{I_x}\cdot\left(-\frac{H}{2}\right)$$

$$\sigma_z\Big|_A = P\left(\frac{2}{BH} + \frac{12(b'-b)\left(-\frac{H}{2}\right)}{BH^3}\right)$$

$$\sigma_z\Big|_A = P\left(\frac{2}{BH} + \frac{6\left[-(b'-b)\right]}{BH^2}\right)$$

$$\sigma_z\Big|_A = \frac{P}{BH}\left[2 + \frac{6(b-b')}{H}\right]$$

1. $$\sigma_z\Big|_A = \frac{P}{BH}\left[2 - \frac{6b'}{H}\right]$$

2. $$\sigma_z\Big|_A = \frac{P}{BH}\left[2 + \frac{6\left(\frac{3}{5}b'-b'\right)}{H}\right] = \frac{P}{BH}\left[2 - \frac{12}{5}\frac{b'}{H}\right]$$

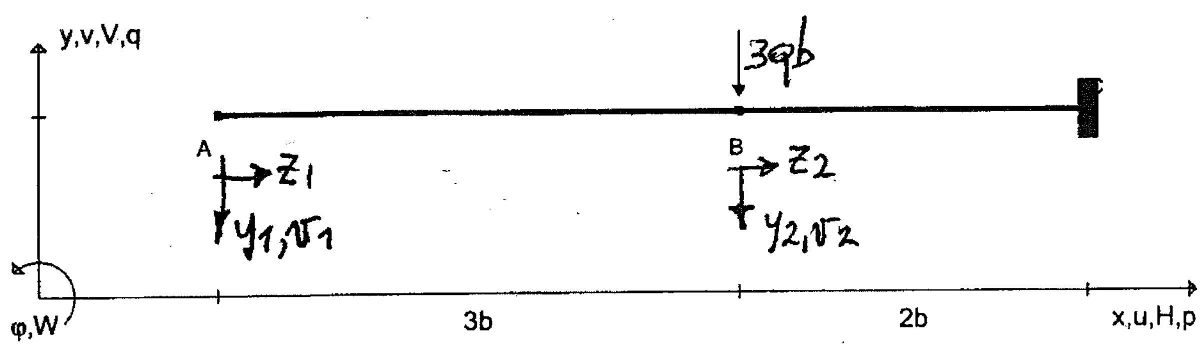
3. $$\sigma_z\Big|_A = \frac{P}{BH}\cdot 2$$

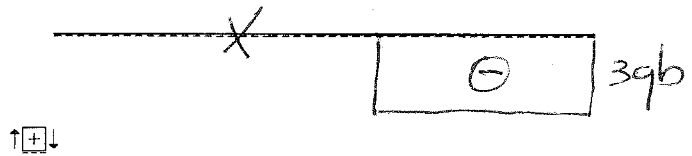
Esercizio n. 2 (7 punti)

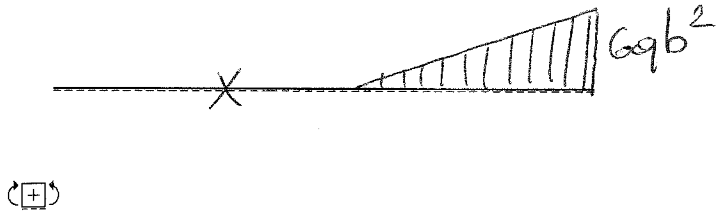
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A, B e C.
Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. Lo spostamento verticale del punto A, v_A;
4. La rotazione del punto B, θ_B.

Universita' di Cagliari — SdC_SdA 11.03.16*001







H_C (⇨) = 0; V_C (⇧) = $3qb$; M_C (↶) = $-6qb^2$;

N_{AB} = 0; T_{AB} = 0; M_{AB} = 0;

N_{BC} = 0; T_{BC} = $-3qb$; M_{BC} = $-3qbz_2$;

c.c in A = //; c.c in B = $\begin{cases} v_1(z_1=3b) = v_2(z_2=0) \\ v_1'(z_1=3b) = v_2'(z_2=0) \end{cases}$;

c.c in C = $\begin{cases} v_2(z_2=2b) = 0 \\ v_2'(z_2=2b) = 0 \end{cases}$;

$v_1(z_1)$ = $26\dfrac{qb^4}{EJ} - 6\dfrac{qb^3 z_1}{EJ}$; $v_1'(z_1)$ = $-6\dfrac{qb^3}{EJ}$;

$v_2(z_2)$ = $8\dfrac{qb^4}{EJ} - 6\dfrac{qb^3 z_2}{EJ} + \dfrac{1}{2}\dfrac{qbz_2^3}{EJ}$; $v_2'(z_2)$ = $-6\dfrac{qb^3}{EJ} + \dfrac{3}{2}\dfrac{qbz_2^2}{EJ}$;

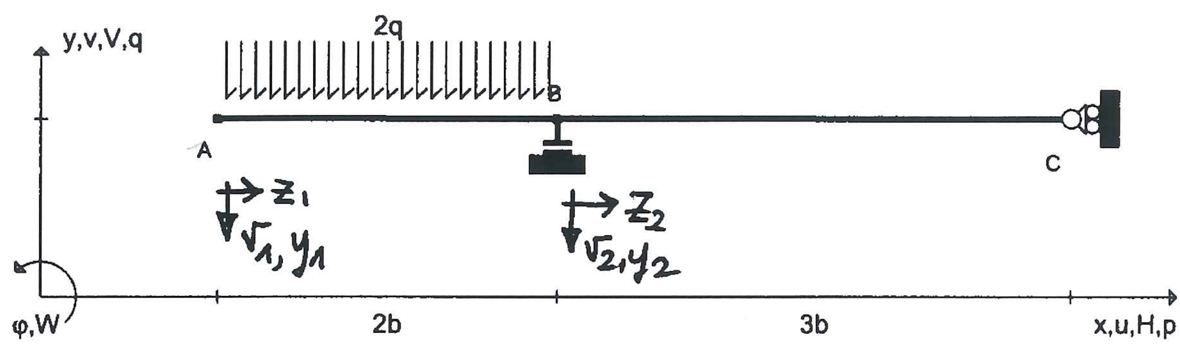
v_A = $26\dfrac{qb^4}{EJ}$ (↓); θ_B = $-6\dfrac{qb^3}{EJ}$ (↶);

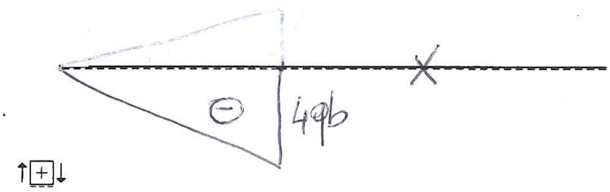
Esercizio n. 2 (10 punti)

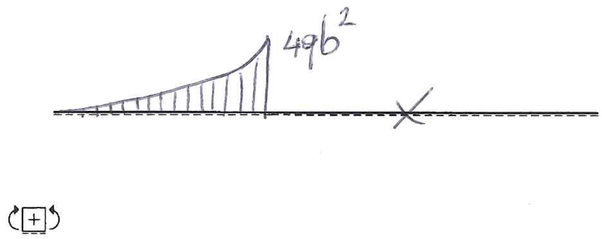
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli agli estremi *A*, *B* e *C*.
Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. Lo spostamento verticale del punto *A*, v_A;
4. Lo spostamento verticale del punto *C*, v_C.

Universita' di Cagliari — SdC_SdA 05.04.12*001







V_B (⇧) = 4qb; M_B = $-4qb^2$; H_C (⇨) = 0;

N_{AB} = 0; T_{AB} = $-2qz_1$; M_{AB} = $-qz_1^2$;

N_{BC} = 0; T_{BC} = 0; M_{BC} = 0;

c.c in *A* = //; c.c in *B* = $\begin{cases} v_1(z_1=2b) = v_2(z_2=0) = 0 \\ v_1'(z_1=2b) = v_2'(z_2=0) = 0 \end{cases}$;

c.c in *C* = //;

$v_1(z_1) = \frac{4qb^4}{EI} - \frac{8}{3}\frac{qb^3 z_1}{EI} + \frac{1}{12}\frac{qz_1^4}{EI}$; $v_1'(z_1) = -\frac{8}{3}\frac{qb^3}{EI} + \frac{1}{3}\frac{qz_1^3}{EI}$;

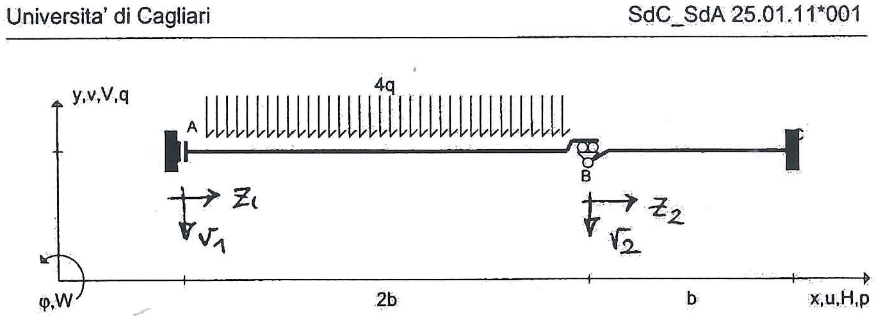
$v_2(z_2)$ = 0; $v_2'(z_2)$ = 0;

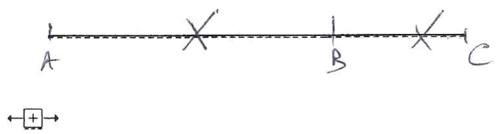
$v_A = 4\frac{qb^4}{EI}$ (↓); v_C = 0;

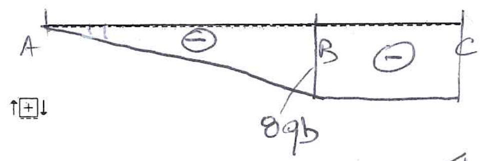
Esercizio n. 2 (12 punti)

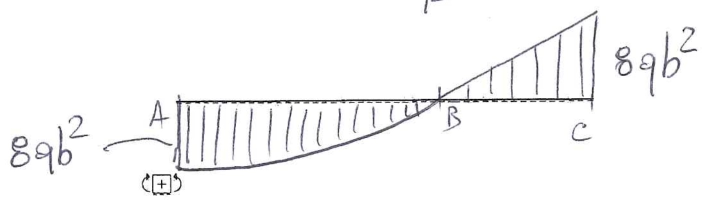
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli agli estremi A, B e C.
Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. Lo spostamento verticale del punto A, v_A;
4. Lo spostamento verticale del punto B, v_B.









M_A (↶) = $-8qb^2$; V_C(⇧) = $8qb$; M_C (↶) = $-8qb^2$;

N_{AB} = 0; T_{AB} = $-4qz_1$; M_{AB} = $8qb^2 - 2qz_1^2$;

N_{BC} = 0; T_{BC} = $-8qb$; M_{BC} = $-8qbz_2$;

c.c in A = $v_1'(z_1=0)=0$; c.c in B = $v_1(z_1=2b) = v_2(z_2=0)$;

c.c in C = $v_2(z_2=b)=0$ $\quad v_2'(z_2=b)=0$

$v_1(z_1)$ = $16\frac{qb^4}{EJ} - 4\frac{qb^2z_1^2}{EJ} + \frac{1}{6}\frac{qz_1^4}{EJ}$; $v_1'(z_1)$ = $-8\frac{qb^2z_1}{EJ} + \frac{2}{3}\frac{qz_1^3}{EJ}$;

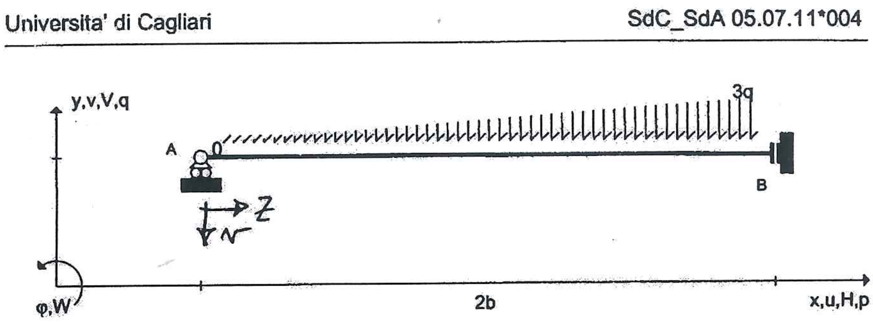
$v_2(z_2)$ = $\frac{8}{3}\frac{qb^4}{EJ} - 4\frac{qb^3z_2}{EJ} + \frac{4}{3}\frac{qbz_2^3}{EJ}$; $v_2'(z_2)$ = $-4\frac{qb^3}{EJ} + 4\frac{qbz_2^2}{EJ}$;

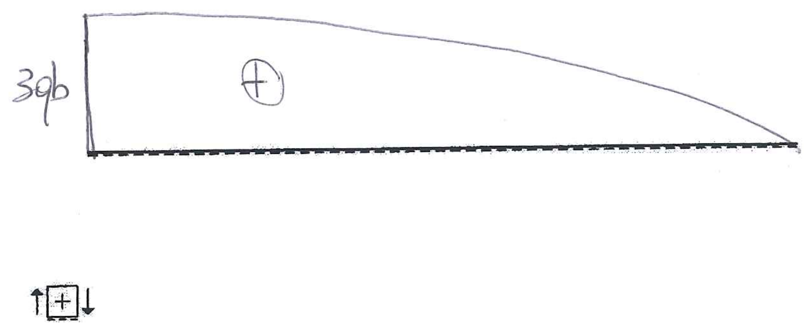
v_A = $16\frac{qb^4}{EJ}$ (↓); v_B = $\frac{8}{3}qb^4/EJ$ (↓);

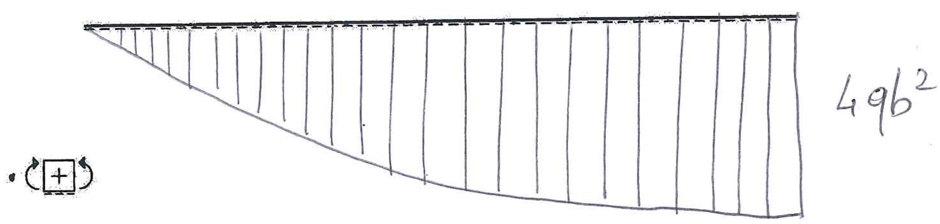
Esercizio n. 2 (10 punti)

Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli agli estremi A e B.
Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z)$;
3. La rotazione del punto A, θ_A;
4. Lo spostamento verticale del punto B, v_B.







V_A (⇧) = 3qb; H_B (⇨) = 0; M_B = $4qb^2$;	
N_{AB} = 0; T_{AB} = $3qb - \frac{3}{4} qz^2/b$; M_{AB} = $3qbz - \frac{1}{4} qz^3/b$;	
c.c in A = $v(z=0)=0$;	c.c in B = $v'(z=2b)=0$;
$v(z)$ = $5\frac{qb^3z}{EJ} - \frac{1}{2}\frac{qbz^3}{EJ} + \frac{1}{80}\frac{qz^5}{bEJ}$;	$v'(z)$ = $\frac{5qb^3}{EJ} - \frac{3}{2}\frac{qbz^2}{EJ} + \frac{1}{16}\frac{qz^4}{bEJ}$;
θ_A = $\frac{5qb^3}{EJ}$;	v_B = ↓ $\frac{32}{5}\frac{qb^4}{EJ}$;

Università degli Studi di Cagliari

Facoltà di Architettura

CORSO DI SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2011-2012

Prova scritta in aula del 05.04.2012

Parte II - Testo 1

CdS **Edilizia** □ CdS **AdC** □ CdS **SdA** □

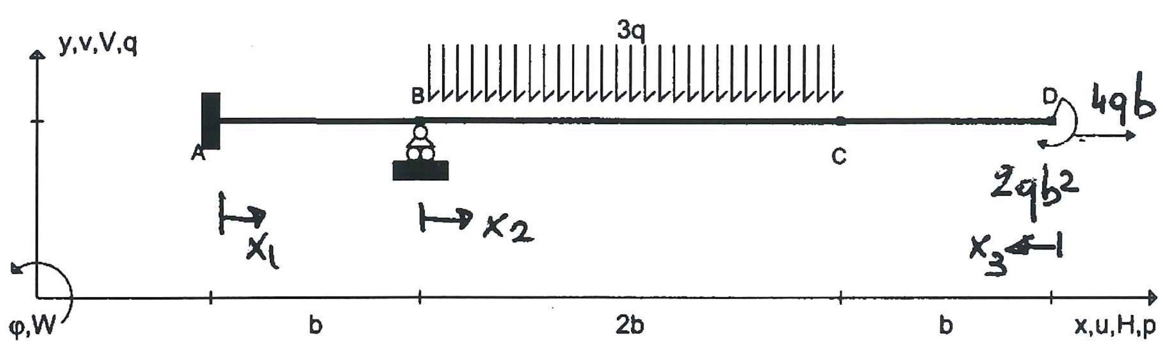
Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

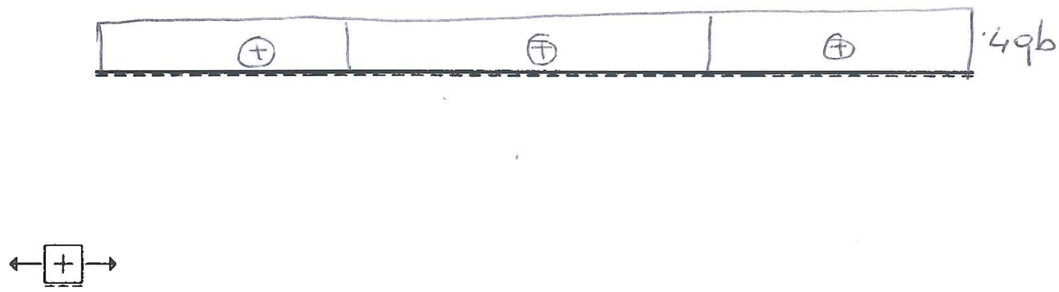
Allievo:.................................e-mail:...................... Matricola:.......

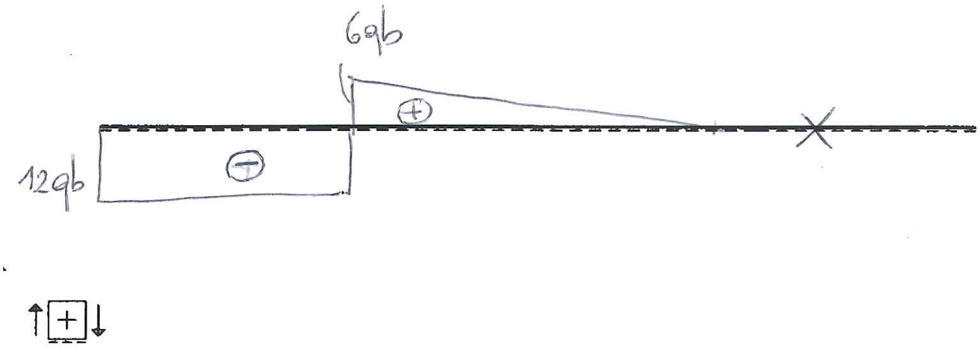
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento in A, M_A.
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.
Calcolare infine, riapplicando il PLV, lo spostamento verticale del punto D, v_D.
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari SdC_SdA 05.04.12*001







$H_A(\Rightarrow) =$ $-4qb$; $V_A(\Uparrow) =$ $-12qb$; $M_A(\circlearrowleft) =$ $-4qb^2$; $V_B(\Uparrow) =$ $18qb$;

$N_{AB} =$ $4qb$; $T_{AB} =$ $-12qb$; $M_{AB} =$ $4qb^2 - 12qbx_1$;

$N_{BC} =$ $4qb$; $T_{BC} =$ $6qb - 3qx_2$; $M_{BC} =$ $-8qb^2 + 6qbx_2 - \frac{3}{2}qx_2^2$;

$N_{DC} =$ $4qb$; $T_{DC} =$ 0 ; $M_{DC} =$ $-2qb^2$;

$v_D =$ $-25 \frac{qb^4}{EI}$ $(\downarrow)$

Università degli Studi di Cagliari

Facoltà di Architettura

CORSO DI SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2009-2010

Prova scritta in aula del 25.01.2011

Parte II - Testo 1

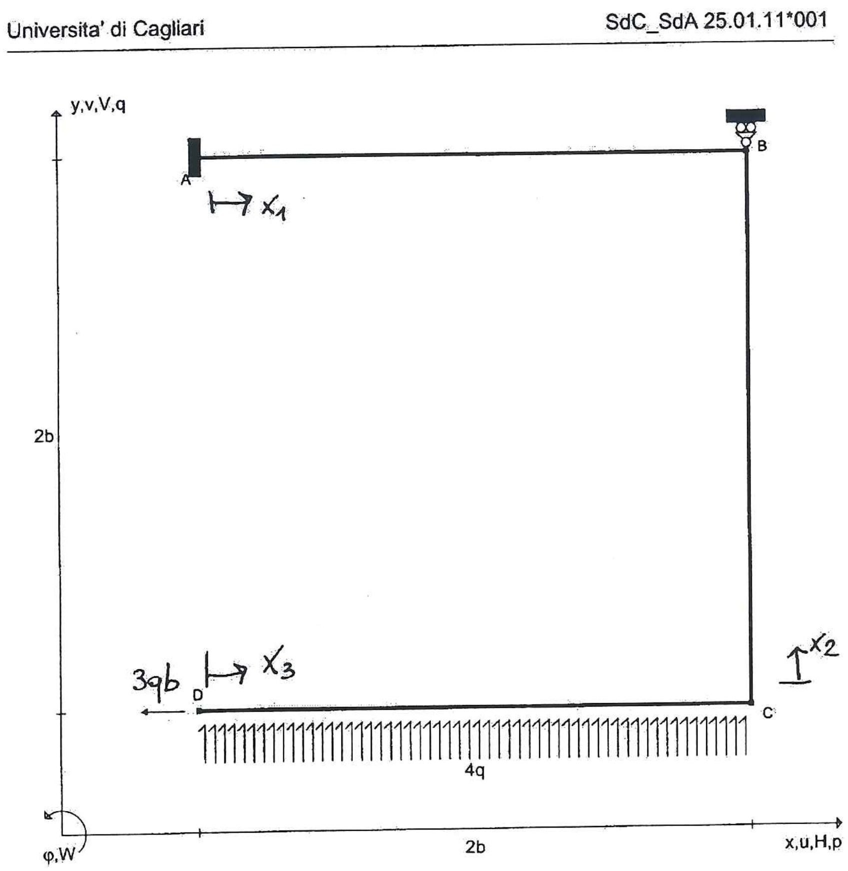
Corso di studio **EA** □ Corso di studio **AdC** □ Corso di studio **SdA** □

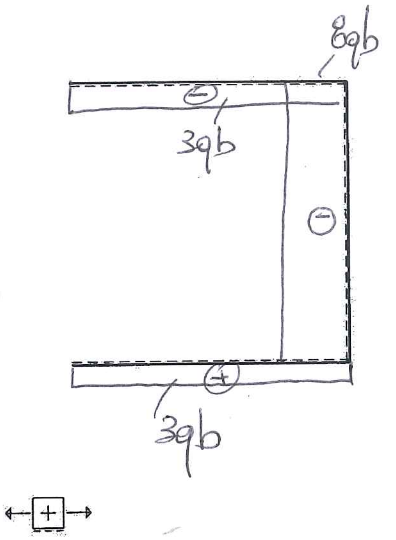
Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

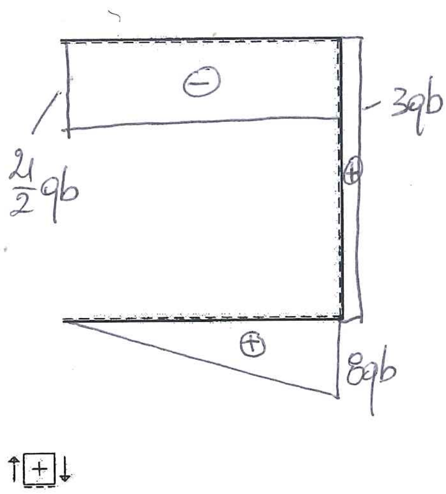
Allievo:.................................... e-mail:...................... Matricola:.......

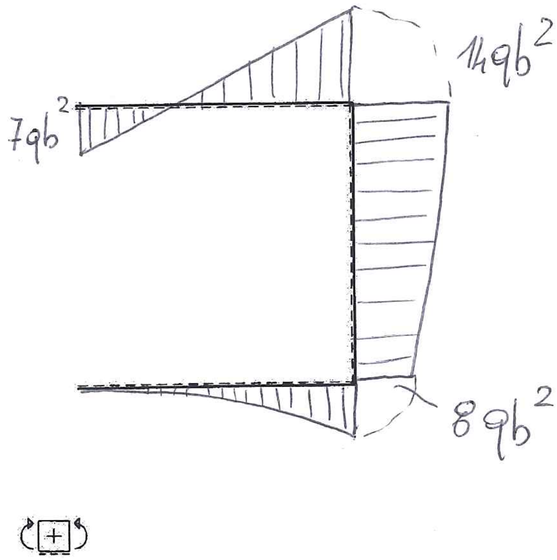
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, la reazione vincolare in B, V_B.
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.
Calcolare infine, riapplicando il PLV, l'abbassamento verticale del punto D, v_D.
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.









H_A (⇨) = 3qb; V_A (⇧) = −21/2 qb; M_A = −7qb²; V_B (⇧) = +5/2 qb;

N_{AB} = $-3qb$; T_{AB} = $-21/2\,qb$; M_{AB} = $7qb^2 - \frac{21}{2}qbx_1$;

N_{CB} = $-8qb$; T_{CB} = $+3qb$; M_{CB} = $-8qb^2 - 3qbx_2$;

N_{DC} = $+3qb$; T_{DC} = $+4qx_3$; M_{DC} = $-2qx_3^2$;

v_D = $+66\,\frac{qb^4}{EJ}$ (↑)