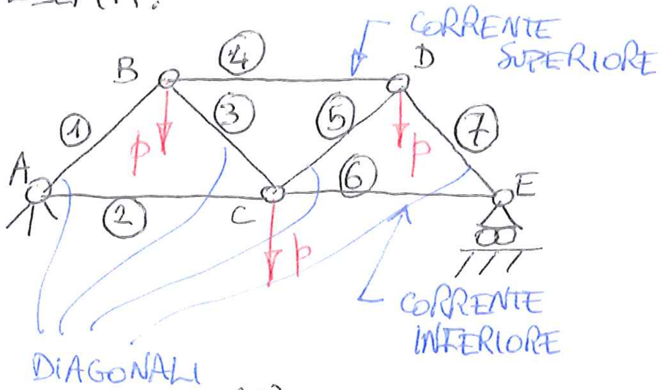
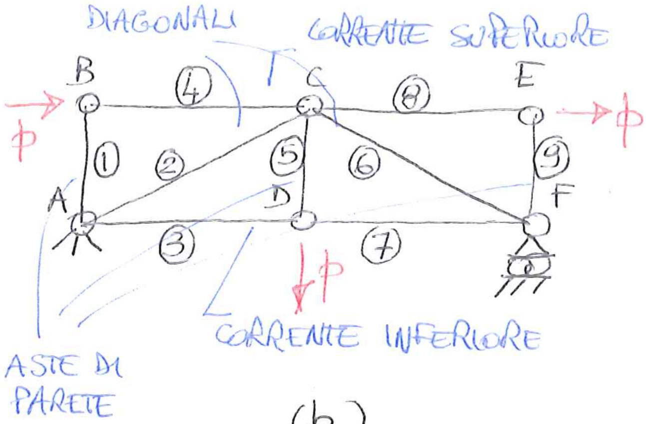
STRUTTURE RETICOLARI: METODI SPECIALI DI RISOLUZIONE

LE STRUTTURE RETICOLARI SONO PARTICOLARI STRUTTURE A MAGLIE CHIUSE, COSTITUITE DA SOLE BIELLE E CARICATE SOLTANTO AI NODI.

ESEMPI:



(a)

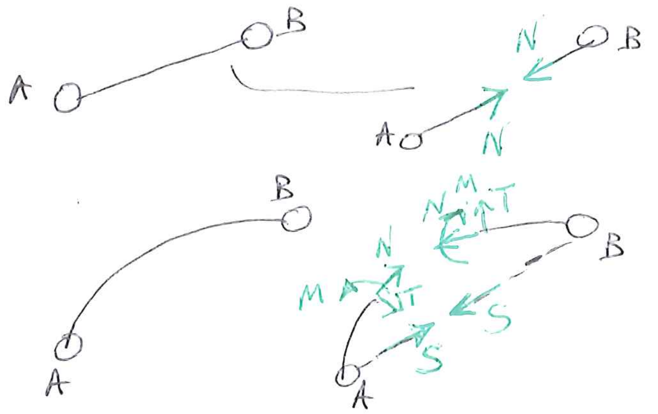


(b)

SI RICORDA CHE SI DEFINISCE "BIELLA" UNA TRAVE CHE SODDISFA QUESTI REQUISITI:

- È VINCOLATA SOLO ALLE ESTREMITÀ
- È VINCOLATA ALLE ALTRE SOLO MEDIANTE CERNIERE
- È PRIVA DI CARICHI IN CAMPATA.

IN QUESTE CONDIZIONI UNA TRAVE



→ SE È RETTILINEA È SOGGETTA SOLO AD AZIONE ASSIALE COSTANTE, N (NON CI SONO NÉ TAGLIO, NÉ MOMENTO FLETTENTE)

→ SE È CURVA È SOGGETTA A N, T, M, MA LA RISULTANTE DI N E T È OVUNQUE COSTANTE E DIRETTA COME LA CONGIUNGENTE LE ESTREMITÀ, S (COME SI VEDRÀ PIÙ AVANTI)

I METODI DI RISOLUZIONE PER QUESTO TIPO DI STRUTTURE SFRUTTANO QUESTA CIRCOSTANZA.

STRUTTURE RETICOLARI SONO UTILIZZATE PER COPRIRE GRANDI LUCI O GRANDI SVILUPPI IN ALTEZZA: TIPICHE APPLICAZIONI COMPRENDONO:

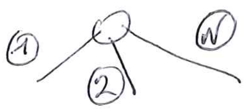
- PONTI, STRADALI E FERROVIARI [ESEMPIO: VECCHIO PONTE DELLA SCAFFA, ALL'USCITA DI CAGLIARI VERSO PULA]
- SOSTEGNI DI COPERTURE PER GRANDI SPAZI [CAPANNONI, PADIGLIONI FIERISTICI]
- ANTENNE
- SOSTEGNI DI ELETTRODOTTI

CIÒ CHE CARATTERIZZA LE STRUTTURE RETICOLARI (E NE GIUSTIFICA LA

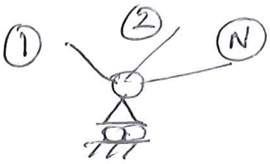
NOTEVOLE DIFFUSIONE) È L'ELEVATA EFFICIENZA STRUTTURALE: SI HA INFATTI UNA OTTIMIZZAZIONE DELLA RESISTENZA IN FUNZIONE DEL MINIMO IMPIEGO DI MATERIALE.

PER LE STRUTTURE RETICOLARI LA RISOLUZIONE È POSSIBILE E UNIVOCAMENTE DETERMINATA PER QUALSIASI CONDIZIONE DI CARICO SOLO NEL CASO CHE SI TRATTI DI STRUTTURE ISOSTATICHE NON LABILI.
OCCORRE QUINDI ACCERTARE PREVENTIVAMENTE CHE CI SIA CORRISPONDENZA FRA GDL E GDV.
A QUESTO SCOPO SI PUÒ UTILIZZARE IL METODO TRADIZIONALE (DI VALIDITÀ GENERALE PER SISTEMI PIANI), CHE CONSISTE NEL CONSIDERARE LE TRAVI COME "SEDE" DEI GDL (3 PER CIASCUNA) E I COLLEGAMENTI INTERNI E A TERRA COME "SEDE" DEI GDV.
QUESTO METODO DI CONTEGGIO DEI GDV È POCO AGEVOLE QUANDO IL NUMERO DI TRAVI CHE CONVERGONO NEL COLLEGAMENTO È ELEVATO E/O VARIABILE FRA UN COLLEGAMENTO E L'ALTRO: SI DEVE PER ESEMPIO TENERE CONTO CHE

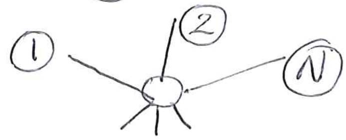
- PER UNA CERNIERA INTERNA (LIBERA) CHE COLLEGA N TRAVI IL GRADO DI VINCOLO È $2N-2$
- PER UNA CERNIERA INTERNA CHE COLLEGA N TRAVI ED È MONTATA A TERRA TRAMITE UN CARRELLO, IL GDV È $2N-1$
- PER UNA CERNIERA A TERRA CHE COLLEGA N TRAVI IL GDV È $2N$.



GDV = 2N - 2



GDV = 2N - 1



GDV = 2N

SEGUENDO QUESTO METODO, SI CONCLUDE CHE ENTRAMBE LE STRUTTURE RETICOLARI VISTE IN PRECEDENZA SONO ISOSTATICHE (NON LABILI: QUESTO RICHIEDE PERÒ ELEMENTI DI ANALISI CINEMATICA):
PER QUELLA IN FIGURA (a) SI TROVA INFATTI:

$$(a)\quad \left.\begin{aligned} GDL &= 3 \times 7 = 21 \\ GDV &= 4(A) + 4(B) + 6(C) + 4(D) + 3(E) = 21 \end{aligned}\right\} GDL = GDV$$

TENENDO CONTO CHE NELLE CERNIERE INTERNE B E D CONVERGONO 3 TRAVI, MENTRE NELLA C NE CONVERGONO 4; A È CERNIERA A TERRA IN CUI CONVERGONO 2 TRAVI ED E È CERNIERA INTERNA MONTATA SU CARRELLO A TERRA IN CUI CONVERGONO 2 ASTE.

PER QUELLA IN FIGURA (b) SI TROVA INVECE:

$$(b)\quad \left.\begin{aligned} GDL &= 3 \times 9 = 27 \\ GDV &= 6(A) + 2(B) + 8(C) + 4(D) + 2(E) + 5(F) = 27 \end{aligned}\right\} GDL = GDV$$

TENENDO CONTO CHE IN QUESTO CASO IN (A) C'È CERNIERA A TERRA IN CUI CONVERGONO 3 TRAVI E IN (F) UNA CERNIERA INTERNA MONTATA SU CARRELLO A TERRA IN CUI CONVERGONO ANCORA 3 TRAVI; LE CERNIERE INTERNE IN (B) ED (E) HANNO 2 TRAVI CHE VI CONVERGONO MENTRE QUELLE IN (C) E (D) VEDONO CONVERGERE, RISPETTIVAMENTE 5 E 3 TRAVI.

SI PUÒ UTILIZZARE PERÒ UN METODO SPECIALE (VALIDO SOLO PER LE STRUTTURE RETICOLARI) PER IL CONTEGGIO DEI GDL/GDV: CON QUESTO METODO SI ASSUME CHE I NODI, CONSIDERATI ALLA STREGUA DI PUNTI MATERIALI, SIANO "SEDE" DEI GDL (2 PER OGNI NODO) E LE TRAVI CHE LI COLLEGANO SIANO "SEDE" DEI GDV [1 GDV PER TRAVE: UN ELEMENTO RIGIDO CHE COLLEGA 2 PUNTI LIBERI INTRODUCE INFATTI UN VINCOLO, FISSANDONE LA DISTANZA, d: $d^2 = (x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2$] INSIEME AI VINCOLI A TERRA (DA CONTEGGIARE COME GDV RIFERITI A UN UNICO CORPO RIGIDO). PER LE 2 STRUTTURE PRESENTATE QUESTO METODO FORNISCE QUESTI VALORI:

(a) $GDL = 2 \times 5 = 10$

$GDV = 1 \times 7 + 2$ (CERNIERA A TERRA IN (A)) $+ 1$ (CARRELLO A TERRA IN (E)) $= 10$ } $GDL = GDV$

(b) $GDL = 2 \times 6 = 12$

$GDV = 1 \times 9 + 2$ (CERNIERA IN (A)) $+ 1$ (CARRELLO IN (F)) $= 12$ } $GDL = GDV$.

I DUE METODI FORNISCONO NUMERI DIVERSI (PERCHÉ DIVERSA È LA LOGICA CHE LI CARATTERIZZA) E NON POSSONO ESSERE MESCOLATI. SE PERÒ FORNISCONO CORRISPONDENZA FRA GDL E GDV, ALLORA INDICANO CHE LA STRUTTURA È ISOSTATICA, E DUNQUE UNIVOCAMENTE RISOLUBILE SE I VINCOLI SONO BEN DISPOSTI.

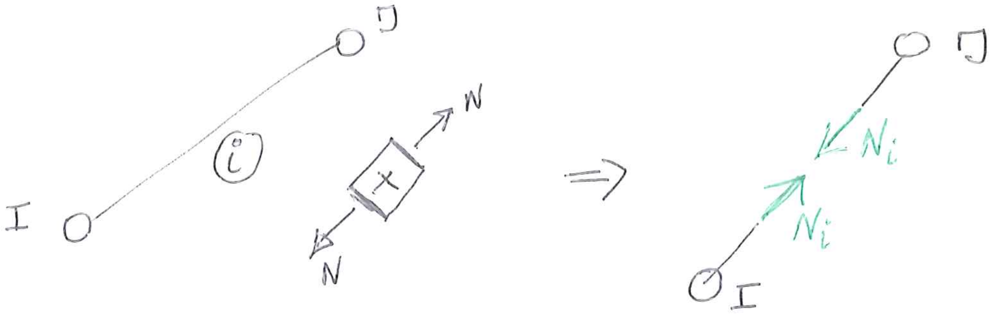
PER RISOLVERE LE STRUTTURE RETICOLARI SONO DISPONIBILI DEI METODI SPECIALI CHE SFRUTTANO IL FATTO CHE OGNI TRAVE TRASMETTE AI NODI DI ESTREMITÀ O UNA AZIONE ASSIALE COSTANTE, N (CASO DI TRAVE AD ASSE RETTILINEO) O UNA FORZA COSTANTE S, DIRETTA SECONDO LA CONGIUNGENTE I NODI (CASO DI TRAVE AD ASSE CURVO).
FRA QUESTI SI VEDONO NEL DETTAGLIO I SEGUENTI:

- METODO DI EQUILIBRIO AI NODI
- METODO DELLE SEZIONI DI RITTER.

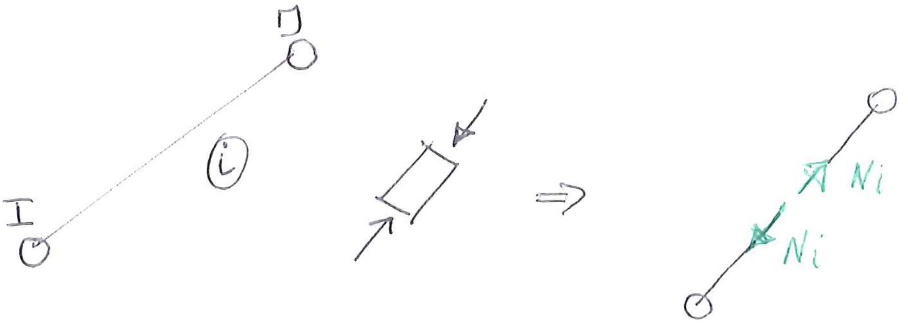
FACENDO RIFERIMENTO SPECIFICO A TRAVI AD ASSE RETTILINEO; PER TRAVI AD ASSE CURVO LA GENERALIZZAZIONE È COMUNQUE SEMPLICE (TENENDO CONTO CHE IN LUOGO DELL'AZIONE ASSIALE N SI PRENDE IN ESAME LA RISULTANTE S DELL'AZIONE INTERNA PROIETTATA NELLA DIREZIONE DELLA CONGIUNGENTE)

NEL RAPPRESENTARE L'AZIONE ASSIALE N_i DELLA i-ESIMA TRAVE NEI 2 NODI DI ESTREMITÀ, SI IPOTIZZA CHE SIA DI TRAZIONE, CIOÈ CHE LA TRAVE AGISCA COME UN TIRANTE.

IN QUESTO CASO AI DUE NODI DI ESTREMITA' RISULTANO APPLICATE 2 FORZE, EGUALI E OPPOSTE PER IL PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE, CHE TENDONO A "STRAPPARLI":



SE INVECE LA TRAVE i-ESIMA È SOGGETTA A COMPRESSIONE, ALLORA ESSA SI COMPORTA DA PUNTONE E LE 2 FORZE (EGUALI E OPPOSTE) CHE ESSA ESERCITA SUI NODI TENDONO A "SPINGERLI":



IN GENERALE CONVIENE ASSUMERE CHE TUTTE LE TRAVI SI COMPORTINO COME TIRANTI E SI RAPPRESENTINO IN QUESTO MODO LE AZIONI TRASMESSE AI NODI; SE, A SEGUITO DEL CALCOLO, SI TROVASSERO VALORI NEGATIVI DI N_i (DENOTANDO CON CIÒ UN COMPORTAMENTO DA PUNTONE), CONVIENE, IN QUESTO CASO, MANTENERE IL VERSO USCENTE E ASSOCIARE A N_i IL SEGNO NEGATIVO RISULTANTE DAL CALCOLO.

IN QUESTO CASO INFATTI, VISTO CHE LA MEDESIMA FORZA N_i È APPLICATA A DUE PUNTI DIVERSI, È FACILE SBAGLIARSI E "INVERTIRE LA FRECCIA" SOLO DA UNA DELLE DUE PARTI, VIOLANDO COSÌ IL PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE.

DEL RESTO IL MODO DI PRESENTARE I RISULTATI DEL CALCOLO DELLE AZIONI INTERNE IN UNA STRUTTURA RETICOLARE È PIÙ EFFICACE SE SI RIPORTANO I VALORI DELLE AZIONI ASSIALI (DOTATI DI SEGNO) TRAVE PER TRAVE IN UN'UNICA TABELLA E SI IDENTIFICANO I PUNTONI, INGROSSANDOLI NEL DISEGNO DELLA STRUTTURA.

I PUNTONI INFATTI, ESSENDO SOGGETTI AD AZIONE DI COMPRESSIONE, SONO POSSIBILMENTE SOGGETTI A FENOMENI DI INSTABILITA' DELL'EQUILIBRIO E VENGONO, DI NORMA, REALIZZATI CON SEZIONI TRASVERSALI DI MAGGIORI DIMENSIONI.

LE MODALITA' OPERATIVE DEI 2 METODI VENGONO ORA ILLUSTRATE.

1. METODO DELL'EQUILIBRIO AI NODI

- SI PARTE "ELIMINANDO" LE TRAVI E SOSTITUENDOLE CON LE AZIONI ASSIALI CHE ESSE TRASMETTONO AI NODI DI ESTREMITÀ.

- SI SCRIVONO LE EQUAZIONI DI EQUILIBRIO AI NODI PENSATI COME PUNTI MATERIALI: SOLE EQUAZIONI DI EQUILIBRIO IN TERMINI DI RISULTANTE $\vec{R} = \vec{0} \Rightarrow R_x = 0$ & $R_y = 0$ E NON DI MOMENTO RISULTANTE: PER OGNI NODO SI POSSONO COSÌ SCRIVERE 2 EQUAZIONI.

  CIÒ CONSENTE DI DETERMINARE 2N INCOGNITE: LE AZIONI ASSIALI IN TUTTE LE TRAVI E LE COMPONENTI DI REAZIONE NEI VINCOLI A TERRA.

- OCCORRE PARTIRE DA UN NODO NEL QUALE CONVERGANO AL MASSIMO 2 TRAVI: IL METODO PROCEDE POI CON RISOLUZIONE "IN CASCATA" DELLE EQUAZIONI CHE A MANO A MANO SI SCRIVONO, SOSTITUENDO VIA VIA I RISULTATI OTTENUTI; CIÒ RICHIEDE PARTICOLARE ATTENZIONE NELL'EFFETTUARE I CALCOLI PERCHÉ EVENTUALI ERRORI SI PROPAGANO, RIPERCUOTENDOSI NEI RISULTATI DEI CALCOLI SUCCESSIVI.

- ACCANTO ALLA VERSIONE ANALITICA DEL METODO APPENA DELINEATO, SE NE PUÒ IMPLEMENTARE UNA FORMA GRAFICA, CHE CONSISTE NELL'IMPORRE CHE IL POLIGONO DELLE FORZE APPLICATE A OGNI NODO SIA CHIUSO: QUESTO BASTA A DETERMINARE INTENSITÀ E VERSO (LA DIREZIONE È GIÀ NOTA A PRIORI!) DELLE AZIONI ASSIALI. UNA VOLTA RISOLTO UN NODO, SI PASSA AL SUCCESSIVO, SCEGLIENDOLO SEMPRE IN MODO DA AVERE SOLO DUE NUOVE FORZE INCOGNITE DA DETERMINARE: LE AZIONI ASSIALI PRECEDENTEMENTE DETERMINATE IN UN ALTRO NODO SONO INFATTI DA CONSIDERARE NOTE.

2) METODO DELLE SEZIONI DI RITTER

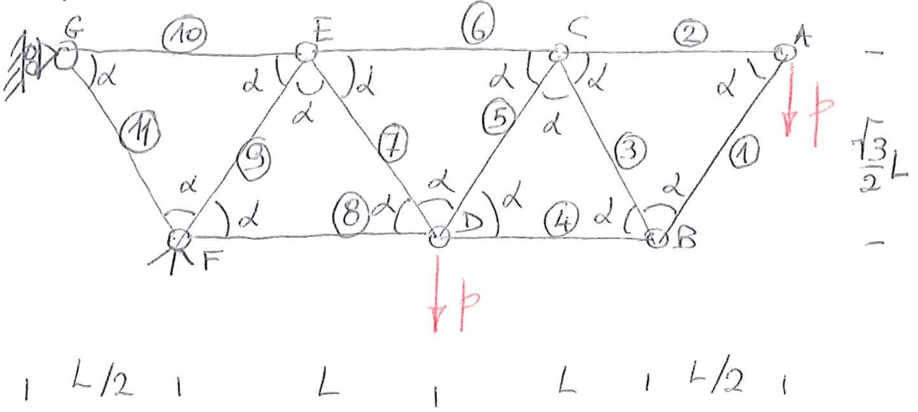
- CONSISTE NELL'IMPORRE L'EQUILIBRIO DI UNA PARTE DI STRUTTURA OTTENUTA MEDIANTE UN SEZIONAMENTO DELLA STRUTTURA COMPLETA: LE DUE PARTI COSÌ OTTENUTE SONO ARTICOLATE E PER IL POSTULATO DELL'IRRIGIDIMENTO SI IMPONE CHE NON POSSANO RUOTARE O SPOSTARSI L'UNA RISPETTO ALL'ALTRA

- SI SFRUTTA LA CARATTERISTICA DELLA PRESENZA DI SOLE AZIONI ASSIALI E SI SCRIVONO, DI NORMA, EQUAZIONI DI EQUILIBRIO NEI CONFRONTI DEI MOMENTI; OCCASIONALMENTE ANCHE EQUAZIONI DI EQUILIBRIO IN TERMINI DI COMPONENTI DELLA RISULTANTE.

- CON UN'OPPORTUNA SCELTA DEI POLI (O DELLA DIREZIONE DI PROIEZIONE DELLA RISULTANTE) È POSSIBILE OTTENERE EQUAZIONI IN UNA SOLA INCOGNITA, ANCHE SE PIÙ COMPLICATE DI QUELLE OTTENUTE CON IL METODO DELL'EQUILIBRIO AI NODI; IN QUESTO SENSO IL VANTAGGIO È CHE LA SOLUZIONE NON DIPENDE DAI CALCOLI EFFETTUATI IN PRECEDENZA E NON C'È PROPAGAZIONE DEGLI ERRORI.

- IN ALCUNI CASI PUÒ CAPITARE CHE OCCORRA DETERMINARE PREVENTIVAMENTE ALCUNE AZIONI ASSIALI.

SI PASSA A RISOLVERE CON I DUE METODI ILLUSTRATI LA STRUTTURA RETICOLARE PRESENTATA DI SEGUITO, FORMATA DA 5 MAGLIE A FORMA DI TRIANGOLO EQUILATERO, DI LATO L



$\alpha = 60°$

$\cos\alpha = \frac{1}{2}$

$\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

7 NODI, 11 ASTE / TRAVI

SI VERIFICA CHE LA STRUTTURA E' ISOSTATICA.

METODO TRADIZIONALE : $GDL = 3 \times 11 = 33\ GDL$

$GDV = 2(A) + 4(B) + 6(C) + 6(D) + 6(E) + 6(F) + 3(G) = 33\ GDV$

$\Rightarrow GDL = GDV \Rightarrow$ STRUTTURA ISOSTATICA.

METODO SPECIALE PER STRUTTURE RETICOLARI : $GDL = 2 \times 7 = 14\ GDL$

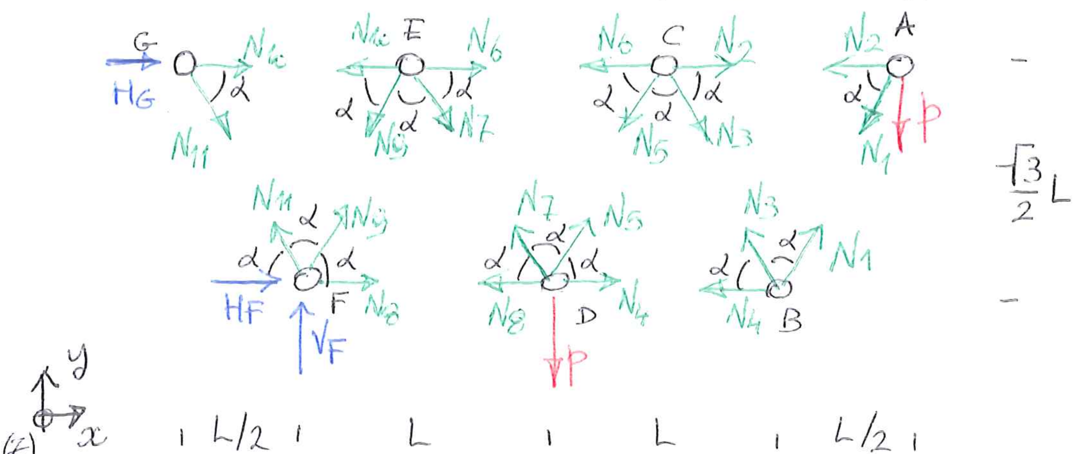
$GDV = 1 \times 11 + 2(F) + 1(G) = 14\ GDV$

$\Rightarrow GDL = GDV \Rightarrow$ STRUTTURA ISOSTATICA.

SI OSSERVI CHE I DUE METODI FORNISCONO NUMERI DIVERSI PERCHÉ DIVERSE SONO LE LOGICHE ALLA BASE DEI CONTEGGI.

A) METODO DELL'EQUILIBRIO AI NODI.

SI PROCEDE A "ELIMINARE" TUTTE LE TRAVI, SOSTITUENDOLE CON LE AZIONI ASSIALI CHE CIASCUNA TRASMETTE AI NODI D'ESTREMITÀ. SI SCEGLIE DI ASSUMERE CHE TUTTE LE TRAVI SI COMPORTINO COME TIRANTI.

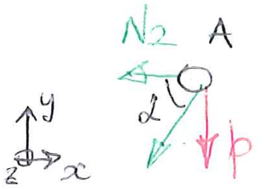


LE 3 REAZIONI VINCOLARI INCOGNITE.

SI OSSERVI PRELIMINARMENTE CHE CON 7 NODI SI POSSONO SCRIVERE 14 EQUAZIONI DI EQUILIBRIO INDIPENDENTI, SUFFICIENTI A DETERMINARE LE AZIONI ASSIALI NELLE 11 TRAVI E

SI INIZIA DA UN NODO DOVE SIANO PRESENTI 2 SOLE QUANTITÀ INCOGNITE: A

NODO A



$\rightarrow R_x = 0 \qquad -N_2 - N_1\cos\alpha = 0 \qquad [1]$

$\uparrow R_y = 0 \qquad -p - N_1\sin\alpha = 0 \qquad [2]$

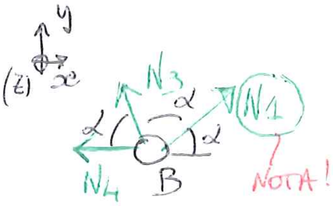
DALLA [2] SI OTTIENE:

$$N_1 = -\frac{p}{\sin\alpha} \Rightarrow N_1 = \frac{-p\ 2\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} \Rightarrow \underline{N_1 = -\frac{2\sqrt{3}}{3}p} \quad \text{(PUNTONE)}$$

SOSTITUENDO NELLA [1]:

$$N_2 = -N_1\cos\alpha \Rightarrow N_2 = -\left[-\frac{2\sqrt{3}}{3}p\right]\cdot\frac{1}{\cancel{2}} \Rightarrow \underline{N_2 = +\frac{\sqrt{3}}{3}p} \quad \text{(TIRANTE)}$$

NODO (B)



$$\rightarrow R_x = 0 \quad -N_4 - N_3\cos\alpha + \underline{N_1}\cos\alpha = 0 \quad [3]$$

$$\uparrow R_y = 0 \quad N_3\sin\alpha + \underline{N_1}\sin\alpha = 0 \quad [4]$$

NOTA: LE QUANTITÀ SOTTOLINEATE SONO NOTE.

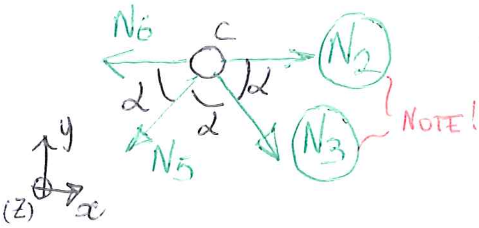
DALLA [4] SI OTTIENE, DOPO AVERE ELIMINATO IL FATTORE COMUNE $\sin\alpha$:

$$N_3 = -N_1 \Rightarrow N_3 = -\left[-\frac{2\sqrt{3}}{3}p\right] \Rightarrow \underline{N_3 = +\frac{2\sqrt{3}}{3}p} \quad \text{(TIRANTE)}$$

POI, SOSTITUENDO NELLA [3]:

$$N_4 = (N_1 - N_3)\cos\alpha \Rightarrow N_4 = \left(-\frac{\cancel{2}\sqrt{3}}{3}p - \left[\frac{\cancel{2}\sqrt{3}}{3}p\right]\right)\frac{1}{\cancel{2}} \Rightarrow \underline{N_4 = -\frac{2\sqrt{3}}{3}p} \quad \text{(PUNTONE)}$$

NODO (C)



$$\rightarrow R_x = 0 \quad -N_6 - N_5\cos\alpha + \underline{N_3}\cos\alpha + \underline{N_2} = 0 \quad [5]$$

$$\uparrow R_y = 0 \quad -N_5\sin\alpha - \underline{N_3}\sin\alpha = 0 \quad [6]$$

DALLA [6] SI OTTIENE, ELIMINANDO IL FATTORE COMUNE $\sin\alpha$:

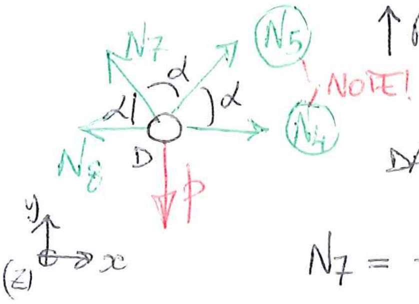
$$N_5 = -N_3 \Rightarrow N_5 = -\left[\frac{2\sqrt{3}}{3}p\right] \Rightarrow \underline{N_5 = -\frac{2\sqrt{3}}{3}p} \quad \text{(PUNTONE)}$$

POI, SOSTITUENDO NELLA [5]:

$$N_6 = N_2 + (N_3 - N_5)\cos\alpha \Rightarrow N_6 = \frac{\sqrt{3}}{3}p + \left[\frac{\cancel{2}\sqrt{3}}{3}p - \left(-\frac{\cancel{2}\sqrt{3}}{3}p\right)\right]\frac{1}{\cancel{2}} \Rightarrow \underline{N_6 = +\frac{3\sqrt{3}}{3}p}$$

(TIRANTE)

NODO (D)



$$\rightarrow R_x = 0 \quad -N_8 - N_7\cos\alpha + \underline{N_5}\cos\alpha + \underline{N_4} = 0 \quad [7]$$

$$\uparrow R_y = 0 \quad N_7\sin\alpha + \underline{N_5}\sin\alpha - p = 0 \quad [8]$$

DALLA [8] SI OTTIENE, DIVIDENDO TUTTI I TERMINI PER $\sin\alpha$:

$$N_7 = -N_5 + \frac{p}{\sin\alpha} \Rightarrow N_7 = -\left[-\frac{2\sqrt{3}}{3}p\right] + \frac{p\ 2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \underline{N_7 = +\frac{4\sqrt{3}}{3}p}$$

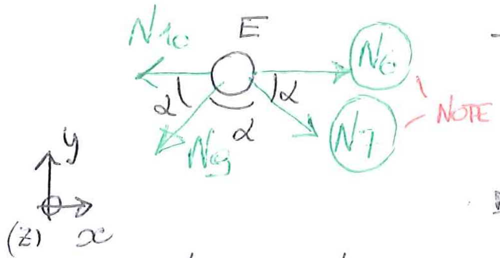
(TIRANTE)

SOSTITUENDO NELLA [7] SI TROVA:

$$N_8 = (N_5 - N_7)\cos\alpha + N_4 \Rightarrow N_8 = \left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}p - \frac{4\sqrt{3}}{3}p\right)\cdot\frac{1}{2} - \frac{2\sqrt{3}}{3}p \Rightarrow \underline{N_8 = -\frac{5\sqrt{3}}{3}p}$$

(PUNTONE)

NODO (E)



$$\rightarrow R_x = 0 \qquad -N_{10} - N_9\cos\alpha + \underline{N_7}\cos\alpha + \underline{N_6} = 0 \qquad [9]$$

$$\uparrow R_y = 0 \qquad -N_9\sin\alpha - \underline{N_7}\sin\alpha = 0 \qquad [10]$$

DALLA [10] SI OTTIENE, SEMPLIFICANDO IL TERMINE COMUNE $\sin\alpha$:

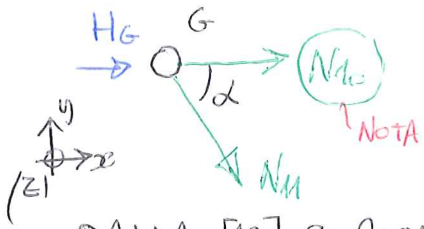
$$N_9 = -N_7 \Rightarrow N_9 = -\left[\frac{4\sqrt{3}}{3}p\right] \Rightarrow \underline{N_9 = -\frac{4\sqrt{3}}{3}p} \qquad \text{(PUNTONE)}$$

SOSTITUENDO NELLA [9] SI RICAVA:

$$N_{10} = (N_7 - N_9)\cos\alpha + N_6 \Rightarrow N_{10} = \left[\frac{4\sqrt{3}}{3}p - \left(-\frac{4\sqrt{3}}{3}p\right)\right]\cdot\frac{1}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{3}p \Rightarrow \underline{N_{10} = \frac{7\sqrt{3}}{3}p}$$

(TIRANTE)

NODO (G) (NEL NODO (F) CI SAREBBERO 3 INCOGNITE!)



$$\rightarrow R_x = 0 \qquad H_G + N_{11}\cos\alpha + \underline{N_{10}} = 0 \qquad [11]$$

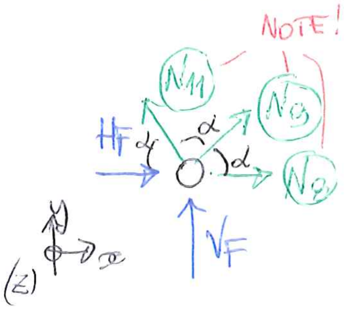
$$\uparrow R_y = 0 \qquad -N_{11}\cdot\sin\alpha = 0 \qquad [12]$$

DALLA [12] SI RICAVA IMMEDIATAMENTE $\underline{N_{11} = 0}$

E SOSTITUENDO NELLA [11]:

$$H_G = -N_{10} \Rightarrow \underline{H_G = -\frac{7\sqrt{3}}{3}p}$$

NODO (F)



$$\rightarrow R_x = 0 \qquad H_F - \underline{N_{11}}\cos\alpha + \underline{N_9}\cos\alpha + \underline{N_8} = 0 \qquad [13]$$

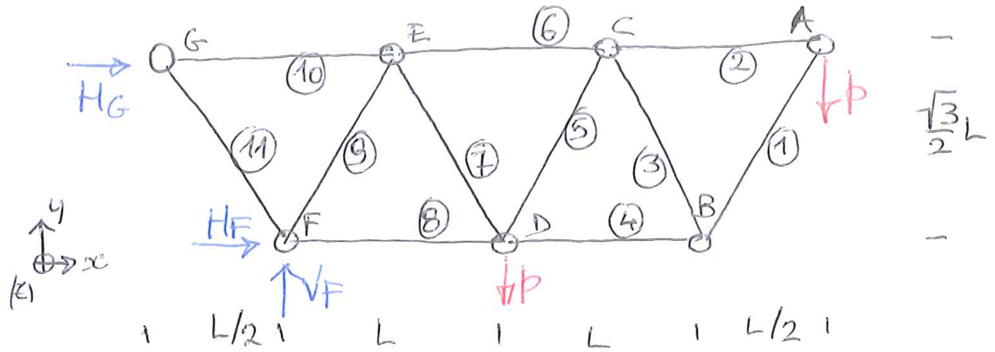
$$\uparrow R_y = 0 \qquad V_F + \underline{N_{11}}\sin\alpha + \underline{N_9}\sin\alpha = 0 \qquad [14]$$

DALLA [14] SI RICAVA:

$$V_F = -(N_{11} + N_9)\sin\alpha \Rightarrow V_F = -\left(-\frac{4\sqrt{3}}{3}p\right)\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \underline{V_F = +2p}$$

E DALLA [13]: $H_F = (N_{11} - N_9)\cos\alpha - N_8 \Rightarrow H_F = -\left(-\frac{4\sqrt{3}}{3}p\right)\frac{1}{2} - \left(-\frac{5\sqrt{3}}{3}p\right) \Rightarrow \underline{H_F = \frac{7\sqrt{3}}{3}p}$

SI OSSERVA CHE LE REAZIONI VINCOLARI SI POSSONO DETERMINARE ANCHE A PARTIRE DAL DIAGRAMMA DI CORPO LIBERO DELLA STRUTTURA RETICOLARE, CHE COSTITUISCE UN UNICO CORPO RIGIDO:



$$\begin{cases} \rightarrow R_x = 0 \quad H_G + H_F = 0 & [15] \\ \uparrow R_y = 0 \quad V_F - p_{(D)} - p_{(A)} = 0 & [16] \\ \circlearrowleft M_{z(G)} = 0 \quad + H_F \frac{\sqrt{3}}{2} L + V_F \frac{L}{2} - p_{(D)} \frac{3}{2} L - p_{(A)} \cdot 3L = 0 & [17] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} H_G + H_F = 0 & [15'] \\ \underline{V_F = 2p} & [16'] \\ \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} H_F + \frac{1}{\cancel{2}} V_F = \frac{9}{\cancel{2}} p & [17'] \end{cases}$$

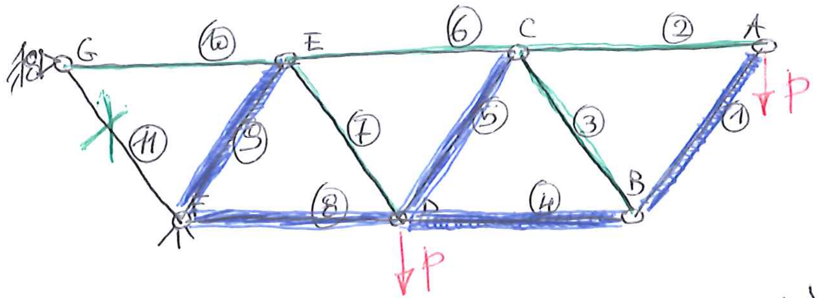
DALLA [17'], SOSTITUENDOVI LA [16'] SI TROVA:

$$\sqrt{3} H_F + 2p = 9p \quad \Rightarrow \quad \sqrt{3} H_F = 7p \quad \Rightarrow \quad \underline{H_F = \frac{7\sqrt{3}}{3} p}$$

E DALLA [15'] SEGUE $\underline{H_G = -\frac{7\sqrt{3}}{3} p}$

VALORI CHE COINCIDONO CON QUELLI OTTENUTI CON IL METODO DELL'EQUILIBRIO AI NODI E CONFERMANO LA CORRETTEZZA DEL PROCEDIMENTO.

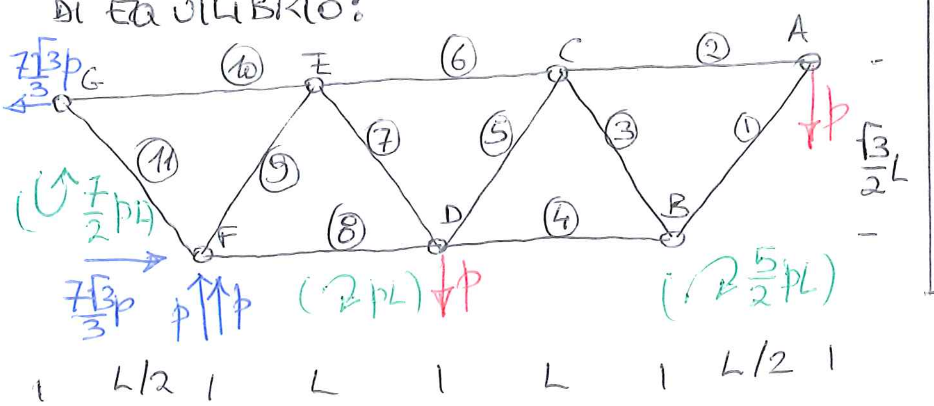
IN SINTESI, QUESTI I RISULTATI:



$N_1 = N_{AB}$	$= -\frac{2\sqrt{3}}{3} p$		[P]
$N_2 = N_{AC}$	$= +\frac{\sqrt{3}}{3} p$		[T]
$N_3 = N_{BC}$	$= +\frac{2\sqrt{3}}{3} p$		[T]
$N_4 = N_{BD}$	$= -\frac{2\sqrt{3}}{3} p$		[P]
$N_5 = N_{CD}$	$= -\frac{2\sqrt{3}}{3} p$		[P]
$N_6 = N_{CE}$	$= +\frac{3\sqrt{3}}{3} p$		[T]
$N_7 = N_{DE}$	$= +\frac{4\sqrt{3}}{3} p$		[T]
$N_8 = N_{DF}$	$= -\frac{5\sqrt{3}}{3} p$		[P]
$N_9 = N_{EF}$	$= -\frac{4\sqrt{3}}{3} p$		[P]
$N_{10} = N_{EG}$	$= \frac{7\sqrt{3}}{3} p$		[T]
$N_{11} = N_{FG}$	$= 0$		[–]

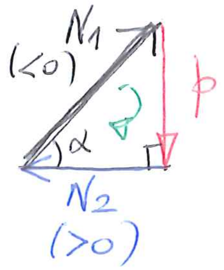
SI OSSERVA CHE IL CORRENTE SUPERIORE È TESO, QUELLO INFERIORE È COMPRESSO; LE TRAVI DIAGONALI SONO ALTERNATIVAMENTE COMPRESSE E TESE: SI ATTUA MEDIANTE QUESTE UN TRASFERIMENTO DEL CARICO DA UN CORRENTE ALL'ALTRO.

IL COMPORTAMENTO GLOBALE È RAPPRESENTATO DAL DIAGRAMMA DI CORPO LIBERO IN CONDIZIONI DI EQUILIBRIO:



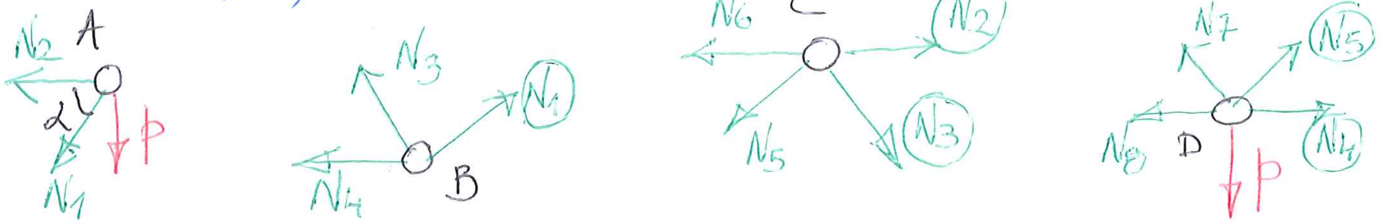
IL METODO DI EQUILIBRIO AI NODI PUÒ ESSERE USATO ANCHE IN FORMA GRAFICA: PER IL NODO (A) IL POLIGONO DELLE FORZE, COSTRUITO SOMMANDO LE FORZE IN QUALSIASI ORDINE DEVE ESSERE CHIUSO. POICHÉ SONO NOTE LE DIREZIONI SECONDO CUI AGISCONO LE FORZE E IL VERSO DI PERCORRENZA DEL POLIGONO È IMPOSTO DALLA PRESENZA DI FORZE NOTE, LA CONDIZIONE DI CHIUSURA FISSA IL VALORE (ASSOLUTO) DELLE AZIONI ASSIALI; IL SEGNO È POI + (POSITIVO) SE LA FORZA HA LO STESSO VERSO DI QUELLA (USCENTE) DAL NODO; IL SEGNO È − (NEGATIVO) IN CASO OPPOSTO.

(A)

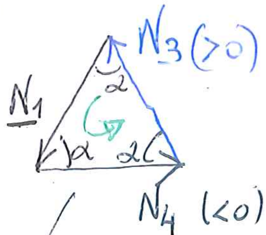


$$|N_1|\sin\alpha = p \Rightarrow |N_1| = \frac{2\sqrt{3}}{3}p\ (<0) \Rightarrow \underline{N_1 = -\frac{2\sqrt{3}}{3}p}$$

$$|N_1|\cos\alpha = |N_2| \Rightarrow |N_2| = \frac{\sqrt{3}}{3}p\ (>0) \Rightarrow \underline{N_2 = +\frac{\sqrt{3}}{3}p}$$



(B)

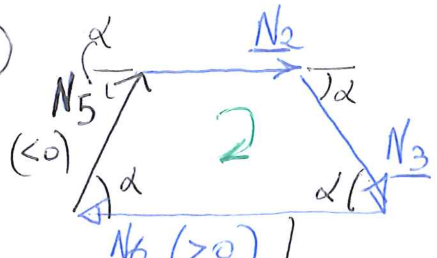


TRIANGOLO EQUILATERO

$$|N_3| = |N_1| \Rightarrow |N_3| = \frac{2\sqrt{3}}{3}p\ (>0) \Rightarrow \underline{N_3 = +\frac{2\sqrt{3}}{3}p}$$

$$|N_4| = |N_1| \Rightarrow |N_4| = \frac{2\sqrt{3}}{3}p\ (<0) \Rightarrow \underline{N_4 = -\frac{2\sqrt{3}}{3}p}$$

(C)



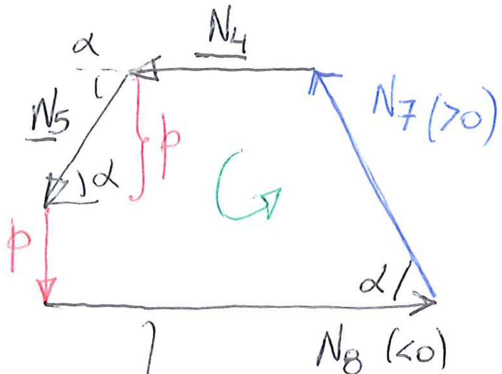
TRAPEZIO ISOSCELE

$$|N_5| = |N_3| \Rightarrow |N_5| = \frac{2\sqrt{3}}{3}p\ (<0) \Rightarrow \underline{N_5 = -\frac{2\sqrt{3}}{3}p}$$

$$|N_6| = |N_2| + |N_3|\cdot\cos\alpha + |N_5|\cos\alpha \Rightarrow |N_6| = \frac{\sqrt{3}}{3}p + 2\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}p = \frac{3\sqrt{3}}{3}p\ (>0)$$

$$\Rightarrow \underline{N_6 = +\frac{3\sqrt{3}}{3}p}$$

(D)

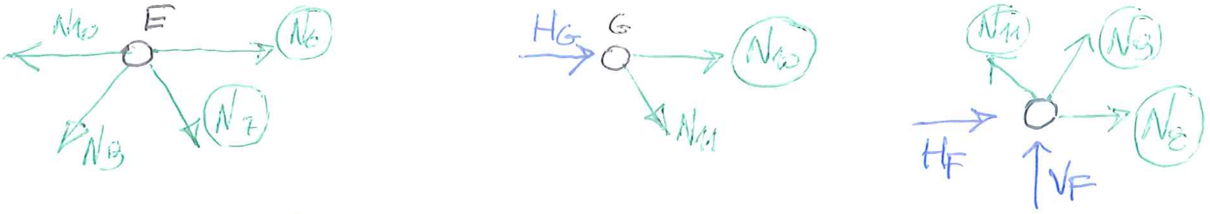


PENTAGONO IRREGOLARE CON LATI ORIZZONTALI PARALLELI.

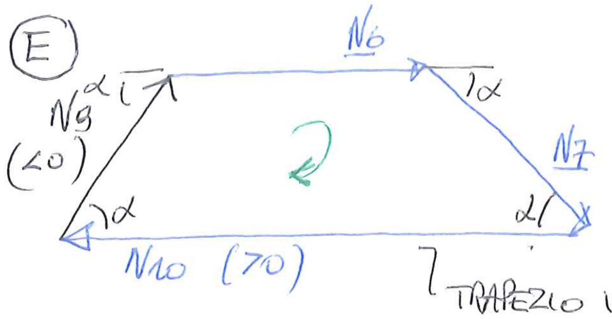
$$|N_7|\cdot\sin\alpha = 2p \Rightarrow |N_7| = \frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot 2p\ (>0) \Rightarrow \underline{N_7 = +\frac{4\sqrt{3}}{3}p}$$

$$|N_8| = |N_4| + |N_5|\cos\alpha + |N_7|\cdot\cos\alpha$$

$$\Rightarrow |N_8| = \frac{2\sqrt{3}}{3}p + \frac{\sqrt{3}}{3}p + \frac{2\sqrt{3}}{3}p\ (<0) \Rightarrow \underline{N_8 = -\frac{5\sqrt{3}}{3}p}$$



(E)



TRAPEZIO ISOSCELE

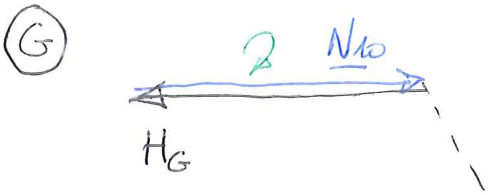
$|N_9| = |N_7| \Rightarrow |N_9| = \frac{4\sqrt{3}}{3}p \ (<0) \Rightarrow N_9 = -\frac{4\sqrt{3}}{3}p$

$|N_{10}| = |N_6| + |N_7|\cdot\cos\alpha + |N_9|\cdot\cos\alpha$

$\Rightarrow |N_{10}| = \frac{3\sqrt{3}}{3}p + \frac{2\sqrt{3}}{3}p + \frac{2\sqrt{3}}{3}p = \frac{7\sqrt{3}}{3}p \ (>0)$

$\Rightarrow N_{10} = +\frac{7\sqrt{3}}{3}p$

(G)

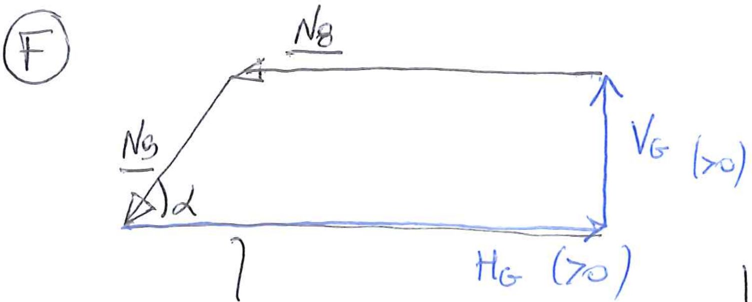


POICHÉ 2 LATI DEL POLIGONO SONO ALLINEATI E IL POLIGONO HA 3 SOLI LATI, IL TRIANGOLO DEGENERA IN UN SEGMENTO!

$|H_G| = |N_{10}| \Rightarrow |H_G| = \frac{7\sqrt{3}}{3}p \ (<0) \Rightarrow H_G = -\frac{7\sqrt{3}}{3}p$

$|N_{11}| = 0 \Rightarrow N_{11} = 0$

(F)



TRAPEZIO

$|V_G| = |N_9|\sin\alpha \Rightarrow |V_G| = +\frac{\cancel{4}^{2}\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{3}}p\cdot\frac{\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{2}} \ (>0)$

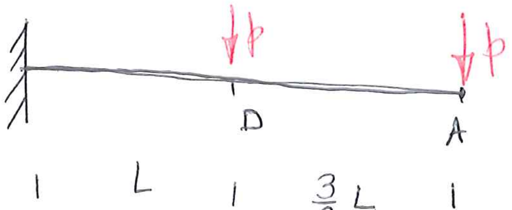
$\Rightarrow V_G = 2p$

$|H_G| = |N_8| + |N_9|\cos\alpha$

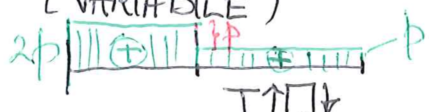
$\Rightarrow |H_G| = \frac{5\sqrt{3}}{3}p + \frac{\cancel{4}^{2}\sqrt{3}}{3}p\cdot\frac{1}{\cancel{2}} = \frac{7\sqrt{3}}{3}p \ (>0)$

$\Rightarrow H_G = +\frac{7\sqrt{3}}{3}p$

SI OSSERVI CHE DAL PUNTO DI VISTA STATICO LA TRAVE RETICOLARE È ASSIMILABILE - COME CORPO RIGIDO - A UNA MENSOLA SOGGETTA A 2 CARICHI:



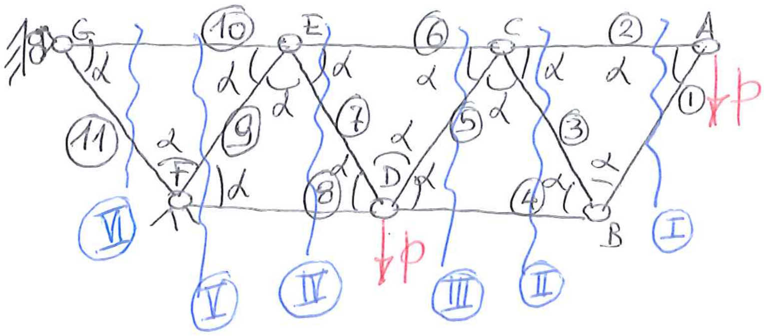
QUESTA PERÒ SOSTIENE IL SISTEMA DEI CARICHI MEDIANTE TAGLIO E MOMENTO FLETTENTE (VARIABILE)



QUI INVECE I CARICHI VERTICALI SONO SOSTENUTI DA UN SISTEMA DI AZIONI ASSIALI CHE PRODUCONO UN CANALE STATICO ATTRAVERSO I DUE CORRENTI E I DIAGONALI

2. METODO DELLE SEZIONI DI RITTER

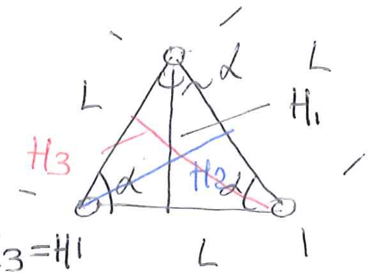
SI PROVVEDE A SEZIONARE LA STRUTTURA CON LE SEI SEZIONI INDICATE IN FIGURA:



$\alpha = 60°$

$\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos\alpha = \frac{1}{2}$



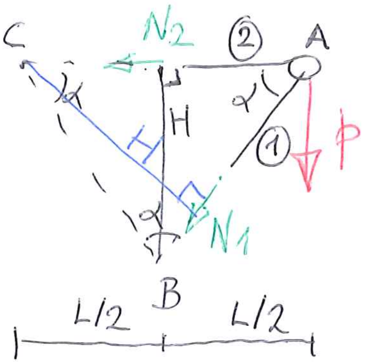
$H_1 = H_2 = H_3 = H$

$H = L \sin\alpha = L\frac{\sqrt{3}}{2}$.

SI PROCEDE POI A SCRIVERE OPPORTUNE EQUAZIONI DI EQUILIBRIO PER UNA DELLE 2 PARTI IN CUI LA STRUTTURA RISULTA SUDDIVISA.

SI OSSERVI PRELIMINARMENTE CHE ESSENDO LE MAGLIE DEI TRIANGOLI EQUILATERI DI LATO L, SI HA CHE LE ALTEZZE RELATIVE A CIASCUN LATO SONO EGUALI E PARI A $\frac{\sqrt{3}}{2}L$.

SEZIONE (I)



$$\circlearrowleft M_{z(C)}^{①\cup②} = 0 \quad -N_1 \cdot H - pL = 0 \qquad [18]$$

$$\Rightarrow -N_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\cancel{L} - p\cancel{L} = 0$$

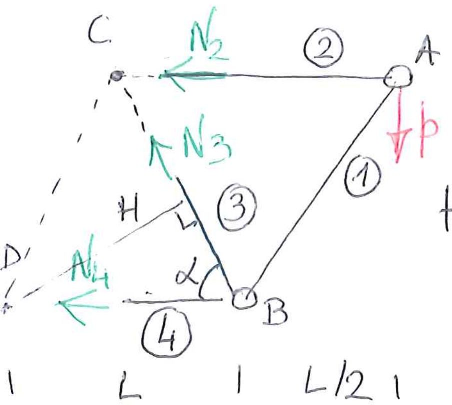
$$N_1 = -\frac{2\sqrt{3}}{3}p$$

$$\circlearrowleft M_{z(B)}^{①\cup②} = 0 \quad N_2 \cdot H - pL = 0 \qquad [19]$$

$$\Rightarrow N_2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}\cancel{L} - p\frac{\cancel{L}}{\cancel{2}} = 0$$

$$N_2 = +\frac{\sqrt{3}}{3}p$$

SEZIONE (II)



$$\circlearrowleft M_{z(C)}^{①\cup②\cup③\cup④} = 0 \quad -pL - N_4 H = 0 \qquad [20]$$

$H = \frac{\sqrt{3}}{2}L$

$$\Rightarrow -N_4 \frac{\sqrt{3}}{2}\cancel{L} - p\cancel{L} = 0$$

$$N_4 = -\frac{2\sqrt{3}}{3}p$$

$$\uparrow R_y^{①\cup②\cup③\cup④} = 0 \quad N_3 \sin\alpha - p = 0 \qquad [21]$$

$$N_3 = +\frac{2\sqrt{3}}{3}p$$

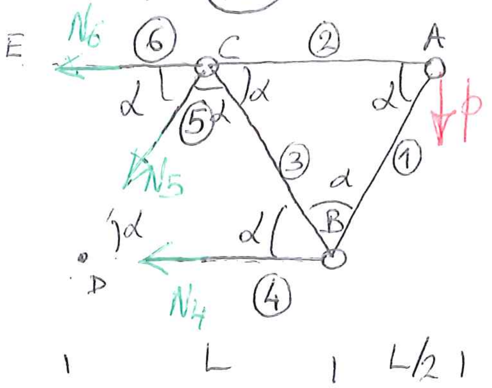
SI OSSERVI CHE LA [21] CONTIENE UNA SOLA INCOGNITA; SE SI USASSE INVECE LA

EQUAZIONE $M_{z(D)}^{①\cup②\cup③\cup④} = 0$ SI TROVEREBBE:

$$\circlearrowleft M_{z(D)}^{①\cup②\cup③\cup④} = 0 \qquad N_2 H + N_3 H - p \cdot \frac{3}{2} L = 0 \qquad [21\ bis]$$

E QUESTA RICHIEDEREBBE DI SOSTITUIRE IL VALORE DI N_2 GIA' DETERMINATO

SEZIONE (III)



$$\circlearrowleft M_{z(D)}^{①\cup②\cup③\cup④\cup⑤\cup⑥} = 0 \qquad N_6 \cdot H - p \frac{3}{2} L = 0 \qquad [22]$$

$$H = \frac{\sqrt{3}}{2} L \qquad \Rightarrow N_6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} \cancel{L} - p \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{\cancel{2}} \cancel{L} = 0$$

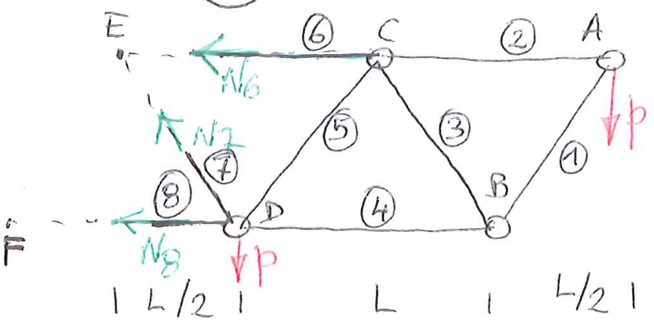
$$N_6 = \sqrt{3} p \Rightarrow \underline{N_6 = \frac{3\sqrt{3}}{3} p}$$

$$\uparrow R_y^{①\cup②\cup③\cup④\cup⑤\cup⑥} = 0 \qquad -N_5 \sin\alpha - p = 0 \qquad [23]$$

$$\Rightarrow N_5 \frac{\sqrt{3}}{2} + p = 0 \qquad \underline{N_5 = -\frac{2\sqrt{3}}{3} p}$$

SE SI SCRIVESSE INVECE $M_{z(E)}^{①\cup②\cup③\cup④\cup⑤\cup⑥} = 0$ SI DOVREBBE SOSTITUIRE IL VALORE CALCOLATO DI N_4.

SEZIONE (IV)



$$\circlearrowleft M_{z(E)}^{①\cup②\cup③\cup④\cup⑤\cup⑥\cup⑦\cup⑧} = 0$$

$$H = \frac{\sqrt{3}}{2} L \quad \therefore \quad -N_8 \cdot H - p \frac{L}{2} - p \cdot 2L = 0 \qquad [24]$$

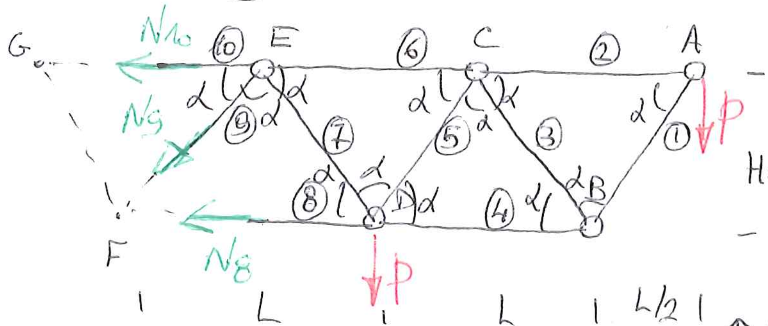
$$\Rightarrow N_8 \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} \cancel{L} + \frac{5}{\cancel{2}} p \cancel{L} = 0 \Rightarrow \underline{N_8 = -\frac{5\sqrt{3}}{3} p}$$

$$\uparrow R_y^{①\cup②\cup③\cup④\cup⑤\cup⑥\cup⑦\cup⑧} = 0 \qquad N_7 \sin\alpha - p_{(D)} - p_{(A)} = 0 \qquad [25]$$

$$\Rightarrow N_7 \frac{\sqrt{3}}{2} - 2p = 0 \qquad \Rightarrow \underline{N_7 = +\frac{4\sqrt{3}}{3} p}$$

ANALOGA CONSIDERAZIONE A QUANTO SOPRA RIPORTATO SE PER LA PARTE IN ESAME SI SCRIVESSE $M_{z(F)}^{①\cup②\cup③\cup④\cup⑤\cup⑥\cup⑦\cup⑧} = 0$: SI DOVREBBE SOSTITUIRE IL VALORE GIÀ CALCOLATO DI N_6.

SEZIONE (V)



$$\circlearrowleft M_{z(F)}^{①\cup②\ldots\cup⑩} = 0 \qquad N_{10} \cdot H - p_{(D)} L - p_{(A)} \frac{5}{2} L = 0 \qquad [26]$$

$$H = \frac{\sqrt{3}}{2} L \qquad \Rightarrow N_{10} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} \cancel{L} - \frac{7}{\cancel{2}} p \cancel{L} = 0$$

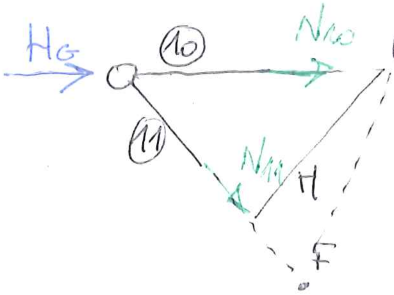
$$\underline{N_{10} = +\frac{7\sqrt{3}}{3} p}$$

$$\uparrow R_y^{①\cup②\ldots\cup⑩} = 0 \qquad -N_9 \sin\alpha - p - p = 0 \qquad [27]$$

$$\Rightarrow N_9 \frac{\sqrt{3}}{2} + 2p = 0 \qquad \underline{N_9 = -\frac{4\sqrt{3}}{3} p}$$

DI NUOVO, SE IN LUOGO DELLA [27] SI SCRIVESSE $M_{z(G)}^{1 \cup 2 \cup \ldots \cup 10} = 0$ SERVIREBBE SOSTITUIRE IL VALORE GIÀ NOTO DI N_8.

SEZIONE VI



$$\sum M_{z(E)}^{10 \cup 11} = 0 \qquad N_{11} \cdot H = 0$$

$$\Rightarrow N_{11} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} L = 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{N_{11} = 0}$$

SI OSSERVI CHE CON IL METODO DELLE SEZIONI DI RITTER, A FRONTE DI EQUAZIONI PIÙ COMPLESSE DI QUELLE GENERATE DAL METODO DELL'EQUILIBRIO AI NODI È STATO POSSIBILE CONSEGUIRE 2 RISULTATI IMPORTANTI:

1) DETERMINARE LE AZIONI ASSIALI UNA PER VOLTA (PER ESEMPIO, CON LA OPPORTUNA EQUAZIONE SI PUÒ CALCOLARE SOLTANTO N_5, SE OCCORRE CONOSCERE SOLO QUESTO VALORE).

2) LE EQUAZIONI COSÌ OTTENUTE NON SI BASANO SULLA CONOSCENZA DI VALORI GIÀ DETERMINATI: EVENTUALI ERRORI DI CALCOLO NON SI PROPAGANO.