

# Statica per l'edilizia storica

Università degli Studi di Cagliari  
Corso di Laurea Magistrale in  
Architettura  
A.A. 2016-2017

*Prof. ing. Antonio Cazzani, Dr. ing. Flavio Stochino*

[antonio.cazzani@unica.it](mailto:antonio.cazzani@unica.it)

*<http://people.unica.it/antoniocazzani/ses/>*

*Lezione 7 – Verifica delle murature in assenza di effetti sismici*

# Sommario

- Introduzione
  - La normativa Italiana per gli edifici in muratura
- Le indicazioni della Normativa (in assenza di effetti sismici)
  - Caratteristiche meccaniche dei materiali
  - Organizzazione strutturale
  - Le verifiche di sicurezza agli SLU
- Approfondimenti e precisazioni
- Esempi di calcolo
  - Determinazione delle caratteristiche di resistenza ed elastiche
  - Determinazione della riduzione della capacità portante da carico di punta
  - Verifica allo stato limite ultimo di una parete soggetta a pressoflessione
  - Verifica allo stato limite ultimo di un parete per carichi laterali
  - Verifica allo stato limite ultimo dello scarico di un solaio
  - Calcolo di un architrave
  - Verifica di un arco
  - Verifica di un edificio regolare con il metodo semplificato

# La Normativa Italiana per le costruzioni in muratura

- Decreto del Ministero dei Lavori Pubblici (D.M.LL.PP.) del 20/11/1987:  
"Norme tecniche per la progettazione, esecuzione e collaudo degli edifici in muratura e per il loro consolidamento"  
Fondamenti prescrittivi per le costruzioni in muratura: in particolare definizione delle verifiche con il metodo semiprobabilistico agli Stati Limite oltre che con il metodo alle tensioni ammissibili.
- Ordinanza della Presidenza del Consiglio dei Ministri (O.P.C.M.) n. 3431 del 03/05/2005 che ha modificato ed integrato (O.P.C.M.) n. 3274 del 20/03/2003:  
"Primi elementi in materia di criteri generali per la classificazione sismica del territorio nazionale e di normative tecniche per le costruzioni in zona sismica"  
Fondamenti prescrittivi per le verifiche in presenza di effetti sismici, anche con riferimento alle costruzioni in muratura; unico metodo di verifica è quello semiprobabilistico agli Stati Limite.
- Decreto del Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti (D.M.II.TT.) del 14/01/2008:  
"Norme tecniche per le costruzioni"  
Approccio prestazionale fortemente mirato a garantire la sicurezza sismica; metodo di verifica semiprobabilistico agli Stati Limite, ma con sopravvivenza del metodo delle tensioni ammissibili per opere di classe I (vita utile di 50 anni) o per materiali con modesto comportamento plastico e azioni con crescita lineare.
- Eurocodice 6- Progettazione delle strutture di muratura: EN 1996-1-1/2, 1996-2, 1996-3

# Le indicazioni della Normativa in assenza di effetti sismici

- CAPITOLO 4.5 NTC 08– COSTRUZIONI IN MURATURA
  - 4.5.1 Definizioni
  - 4.5.2 Materiali e caratteristiche tipologiche
  - 4.5.3 Caratteristiche meccaniche delle murature
  - 4.5.4 Organizzazione strutturale
  - 4.5.5 Analisi strutturale
  - 4.5.6 Verifiche
  - 4.5.7 Muratura armata
  - 4.5.8 Verifiche per situazioni transitorie
  - 4.5.9 Verifiche per situazioni eccezionali
  - 4.5.10 Resistenza al fuoco

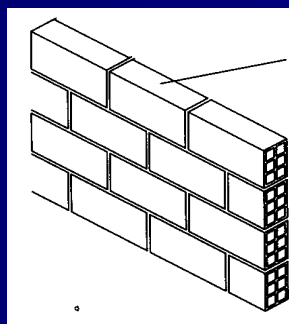
“Formano oggetto delle presenti norme le costruzioni con struttura portante verticale realizzata con sistemi di muratura in grado di sopportare azioni verticali ed orizzontali, collegati tra di loro da strutture di impalcato, orizzontali ai piani ed eventualmente inclinate in copertura, e da opere di fondazione”.

# Premessa

Le murature costituite dall'assemblaggio organizzato ed efficace di elementi e malta possono essere a *singolo paramento*, se la parete è senza cavità o giunti verticali continui nel suo piano, o a *paramento doppio*. In questo ultimo caso, se non è possibile considerare un comportamento monolitico si farà riferimento a normative di riconosciuta validità od a specifiche approvazioni del Servizio Tecnico Centrale su parere del Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici.

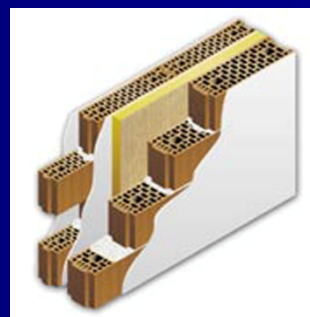
Singolo Paramento

(Immagine tratta da I.V. Carbone, *op. cit.*)



Doppio Paramento

(Immagine tratta da A. Acocella-a, *op. cit.*)



Muratura listata

(Immagine tratta da A. Acocella-b, *op. cit.*)

Nel caso di elementi naturali, le pietre di geometria pressoché parallelepipedica, poste in opera in strati regolari, formano le murature di pietra squadrata. L'impiego di materiale di cava grossolanamente lavorato è consentito per le nuove costruzioni, purché posto in opera in strati pressoché regolari: in tal caso si parla di muratura di pietra non squadrata; se la muratura in pietra non squadrata è intercalata, ad interasse non superiore a 1,6 m e per tutta la lunghezza e lo spessore del muro, da fasce di calcestruzzo semplice o armato oppure da ricorsi orizzontali costituiti da almeno due filari di laterizio pieno, si parla di *muratura listata*.



# Premessa

Le murature armate sono quelle costituite da elementi artificiali pieni o semipieni che includono armature metalliche orizzontali e verticali. In tal modo è possibile coniugare la buona resistenza a compressione del materiale tradizionale con l'alta resistenza a trazione degli elementi metallici.

Essendo il corso di SES prettamente rivolto all'edilizia storica questa modalità costruttiva non verrà affrontata.



Muratura armata  
(Immagine tratta da A. Baratta, *op. cit.*)

# Definizioni e caratteristiche dei materiali

## ■ MATERIALI E CARATTERISTICHE TIPOLOGICHE:

a) **Malte:** La malta è un insieme costituito da una miscela di legante (ad esempio cemento e/o calce), acqua, inerti fini ed eventuali additivi. Le proporzioni tra le varie parti devono essere tali da assicurare lavorabilità all'impasto bagnato e resistenza meccanica allo stato asciutto, dopo la presa e l'indurimento. Le prescrizioni riguardanti le malte per muratura sono contenute nel § 11.10.2.

b) **Elementi Resistenti in muratura:** vengono distinti in due categorie:

-*Naturali:* Gli elementi naturali sono ricavati da materiale lapideo non friabile o sfaldabile, e resistente al gelo; essi non devono contenere in misura sensibile sostanze solubili, o residui organici e devono essere integri, senza zone alterate o rimovibili. Gli elementi devono possedere i requisiti di resistenza meccanica ed adesività alle malte determinati secondo le modalità descritte nel § 11.10.3.

-*Artificiali:* Gli elementi resistenti artificiali possono essere dotati di fori in direzione normale al piano di posa (foratura verticale) oppure in direzione parallela (foratura orizzontale) con caratteristiche di cui al § 11.10. Gli elementi possono essere rettificati sulla superficie di posa.

# Malte per muratura (1/2): a prestazione garantita

- La malta per muratura portante deve garantire prestazioni adeguate al suo impiego in termini di durabilità e di prestazioni meccaniche e deve essere conforme alla norma armonizzata UNI EN 998-2 e, secondo quanto specificato al punto A del § 11.1, recare la Marcatura CE, secondo il sistema di attestazione della conformità indicato nella seguente Tabella 11.10.II:

**Tabella 11.10.II**

Specifica Tecnica Europea di riferimento	Uso Previsto	Sistema di Attestazione della Conformità
Malta per murature UNI EN 998-2	Usi strutturali	2+

Le prestazioni meccaniche di una malta sono definite mediante la sua resistenza media a compressione  $f_m$ . La categoria di una malta è definita da una sigla costituita dalla lettera M seguita da un numero che indica la resistenza  $f_m$  espressa in N/mm<sup>2</sup> secondo la Tabella 11.10.III. Per l'impiego in muratura portante non è ammesso l'impiego di malte con resistenza  $f_m < 2,5$  N/mm<sup>2</sup>.

**Tabella 11.10.III - Classi di malte a prestazione garantita**

Classe	M 2,5	M 5	M 10	M 15	M 20	M d
Resistenza a compressione N/mm <sup>2</sup>	2,5	5	10	15	20	d
<b>d</b> è una resistenza a compressione maggiore di 25 N/mm <sup>2</sup> dichiarata dal produttore						

# Malte per muratura (2/2): a composizione prescritta

- Le classi di malte a composizione prescritta sono definite in rapporto alla composizione in volume secondo la tabella seguente

**Tabella 11.10.IV - Classi di malte a composizione prescritta**

Classe	Tipo di malta	Composizione				
		Cemento	Calce aerea	Calce idraulica	Sabbia	Pozzolana
<b>M 2,5</b>	<b>Idraulica</b>	--	--	1	3	--
<b>M 2,5</b>	<b>Pozzolonica</b>	--	1	--	--	3
<b>M 2,5</b>	<b>Bastarda</b>	1	--	2	9	--
<b>M 5</b>	<b>Bastarda</b>	1	--	1	5	--
<b>M 8</b>	<b>Cementizia</b>	2	--	1	8	--
<b>M 12</b>	<b>Cementizia</b>	1	--	--	3	--

Malte di diverse proporzioni nella composizione, preventivamente sperimentate con le modalità riportate nella norma UNI EN 1015-11:2007, possono essere ritenute equivalenti a quelle indicate qualora la loro resistenza media a compressione non risulti inferiore a quanto previsto in tabella 11.10.III.

# Elementi resistenti in muratura (1/2)

- Per l'impiego nelle opere trattate dalla presente norma, gli elementi sono classificati in base alla percentuale di foratura  $\varphi$  ed all'area media della sezione normale di ogni singolo foro  $f$ . I fori sono di regola distribuiti pressoché uniformemente sulla faccia dell'elemento. La percentuale di foratura è espressa dalla relazione  $\varphi = 100 F/A$  dove:

F è l'area complessiva dei fori passanti e profondi non passanti;

A è l'area lorda della faccia dell'elemento di muratura delimitata dal suo perimetro.

Nel caso dei blocchi in laterizio estrusi la percentuale di foratura  $\varphi$  coincide con la percentuale in volume dei vuoti come definita dalla norma UNI EN 772-9:2001.

La Tab. 4.5.Ia riporta la classificazione per gli elementi in laterizio:

Elementi	Percentuale di foratura $\varphi$	Area $f$ della sezione normale del foro
Pieni	$\varphi \leq 15\%$	$f \leq 9 \text{ cm}^2$
Semipieni	$15\% < \varphi \leq 45\%$	$f \leq 12 \text{ cm}^2$
Forati	$45\% < \varphi \leq 55\%$	$f \leq 15 \text{ cm}^2$

## Elementi resistenti in muratura (2/2)

- La Tab. 4.5.I-b riporta la classificazione per gli elementi in calcestruzzo:

Elementi	Percentuale di foratura $\varphi$	Area $f$ della sezione normale del foro	
		$A \leq 900 \text{ cm}^2$	$A > 900 \text{ cm}^2$
Pieni	$\varphi \leq 15\%$	$f \leq 0,10 A$	$f \leq 0,15 A$
Semipieni	$15\% < \varphi \leq 45\%$	$f \leq 0,10 A$	$f \leq 0,15 A$
Forati	$45\% < \varphi \leq 55\%$	$f \leq 0,10 A$	$f \leq 0,15 A$

Elementi di laterizio di area lorda  $A$  maggiore di  $300 \text{ cm}^2$  possono essere dotati di un foro di presa di area massima pari a  $35 \text{ cm}^2$ , da computare nella percentuale complessiva della foratura, avente lo scopo di agevolare la presa manuale; per  $A$  superiore a  $580 \text{ cm}^2$  sono ammessi due fori, ciascuno di area massima pari a  $35 \text{ cm}^2$ , oppure un foro di presa o per l'eventuale alloggiamento della armatura la cui area non superi  $70 \text{ cm}^2$ .

# Caratteristiche meccaniche delle murature

■ Le proprietà fondamentali in base alle quali si classifica una muratura sono la *resistenza caratteristica a compressione*  $f_{kr}$ , la *resistenza caratteristica a taglio* in assenza di azione assiale  $f_{vk0}$ , il *modulo di elasticità normale secante*  $E$ , il *modulo di elasticità tangenziale secante*  $G$ .

Le resistenze caratteristiche  $f_k$  e  $f_{vk0}$  sono determinate o per via sperimentale su campioni di muro o, con alcune limitazioni, in funzione delle proprietà dei componenti. Le modalità per determinare le resistenze caratteristiche sono indicate nel § 11.10.5, dove sono anche riportate le modalità per la valutazione dei moduli di elasticità.

In ogni caso i valori delle caratteristiche meccaniche utilizzate per le verifiche devono essere indicati nel progetto delle opere.

Quando è richiesto un valore di  $f_k$  maggiore o uguale a 8 MPa si deve controllare il valore di  $f_{kr}$  mediante prove sperimentali come indicato nel § 11.10.

# Caratteristiche meccaniche delle murature: resistenza a compressione (1/3)

La resistenza caratteristica sperimentale a compressione si determina su  $n$  muretti ( $n \geq 6$ ), seguendo sia per la confezione che per la prova le modalità indicate nel seguito.

I provini (muretti) devono avere le stesse caratteristiche della muratura in esame e ognuno di essi deve essere costituito almeno da tre corsi di elementi resistenti e deve rispettare le seguenti limitazioni:

- lunghezza ( $b$ ) pari ad almeno due lunghezze di blocco;
- rapporto altezza/spessore ( $l/t$ ) variabile tra 2.4 e 5.

La confezione è eseguita su di un letto di malta alla base e la faccia superiore è finita con uno strato di malta. Dopo una stagionatura di 28 giorni a  $20^\circ \text{C}$ , 70% di umidità relativa, prima di effettuare la prova, la faccia superiore di ogni provino viene eventualmente livellata con gesso; il muretto può anche essere contenuto fra due piastre metalliche rettificata, utili per gli spostamenti ed il suo posizionamento nella pressa. Il provino viene posto fra i piatti della macchina di prova (uno dei quali articolato) e si effettua quindi la centratura del carico. In proposito è consigliabile procedere anche ad un controllo estensimetrico. Il carico deve essere applicato con una velocità di circa 0.5 MPa ogni 20 secondi.

La resistenza caratteristica è data dalla relazione:  $f_k = f_m - k * s$

Dove:

$f_m$  = resistenza media;

$s$  = stima dello scarto;

$k$  = coefficiente riportato nella tabella seguente:

$n$	6	8	10	12	20
$k$	2.33	2.19	2.1	2.05	1.93

La determinazione della resistenza caratteristica deve essere completata con la verifica dei materiali, da condursi come segue:

- malta:  $n$ . 3 provini prismatici  $40 \times 40 \times 160$  mm da sottoporre a flessione, e quindi a compressione sulle 6 metà risultanti, secondo la norma armonizzata UNI EN 998-2;
- elementi resistenti:  $n$ . 10 elementi da sottoporre a compressione con direzione del carico normale al letto di posa.

# Caratteristiche meccaniche delle murature: resistenza a compressione (2/3)

- In sede di progetto, per le murature formate *da elementi artificiali pieni o semipieni* il valore di  $f_k$  può essere dedotto dalla resistenza a compressione degli elementi  $f_{bk}$  e dalla classe di appartenenza della malta tramite la Tabella 11.10.V. La validità di tale tabella è limitata a quelle murature aventi giunti orizzontali e verticali riempiti di malta e di spessore compreso tra 5 e 15 mm. Per valori non contemplati in tabella è ammessa l'interpolazione lineare; in nessun caso sono ammesse estrapolazioni.

**Tabella 11.10.V - Valore della  $f_k$  per murature in elementi artificiali pieni e semipieni**

Resistenza caratteristica a compressione $f_{bk}$ dell'elemento	Tipo di malta	Tipo di malta			
		$M_{15}$ N/mm <sup>2</sup>	$M_{10}$ N/mm <sup>2</sup>	$M_5$ N/mm <sup>2</sup>	$M_{2.5}$ N/mm <sup>2</sup>
2,0		1,2	1,2	1,2	1,2
3,0		2,2	2,2	2,2	2,0
5,0		3,5	3,4	3,3	3,0
7,5		5,0	4,5	4,1	3,5
10,0		6,2	5,3	4,7	4,1
15,0		8,2	6,7	6,0	5,1
20,0		9,7	8,0	7,0	6,1
30,0		12,0	10,0	8,6	7,2
40,0		14,3	12,0	10,4	---

# Caratteristiche meccaniche delle murature: resistenza a compressione (3/3)

- Nel caso di murature costituite da elementi naturali si assume convenzionalmente la resistenza caratteristica a compressione dell'elemento  $f_{bk}$  pari a:  

$$f_{bk} = 0.75 f_{bm}$$

dove  $f_{bm}$  rappresenta la resistenza media a compressione degli elementi in pietra squadrata.

Il valore della resistenza caratteristica a compressione della muratura  $f_k$  può essere dedotto dalla resistenza caratteristica a compressione degli elementi  $f_{bk}$  e dalla classe di appartenenza della malta tramite la seguente Tabella 11.10.VI.

**Tabella 11.10.VI - Valore della  $f_k$  per murature in elementi naturali di pietra squadrata**

Resistenza caratteristica a compressione Tipo di malta  
 $f_{bk}$  dell'elemento

	M <sub>15</sub> N/mm <sup>2</sup>	M <sub>10</sub> N/mm <sup>2</sup>	M <sub>5</sub> N/mm <sup>2</sup>	M <sub>2.5</sub> N/mm <sup>2</sup>
1,5	1,0	1,0	1,0	1,0
3,0	2,2	2,2	2,2	2,0
5,0	3,5	3,4	3,3	3,0
7,5	5,0	4,5	4,1	3,5
10,0	6,2	5,3	4,7	4,1
15,0	8,2	6,7	6,0	5,1
20,0	9,7	8,0	7,0	6,1
30,0	12,0	10,0	8,6	7,2
40,0	14,3	12,0	10,4	---

Sono ammesse le interpolazioni lineari tra i valori presenti in tabella, ma non le estrapolazioni.

# Caratteristiche meccaniche delle murature: resistenza a taglio (1/2)

La resistenza caratteristica sperimentale a taglio si determina su  $n$  campioni ( $n \geq 6$ ), seguendo sia, per la confezione che per la prova, le modalità indicate nella norma UNI EN 1052-3:2007 e, per quanto applicabile, UNI EN 1052-4:2001. La resistenza caratteristica  $f_{vk0}$  sarà dedotta dalla resistenza media  $f_{vm}$ , ottenuta dai risultati delle prove, mediante la relazione:

$$f_{vk0} = 0.7 f_{vm}$$

In sede di progetto, per le murature formate da elementi artificiali pieni o semipieni ovvero in pietra naturale squadrata, il valore di  $f_{vk0}$  può essere dedotto dalla resistenza a compressione degli elementi tramite la Tabella 11.10.VII. La validità di tale tabella è limitata a quelle murature aventi giunti orizzontali e verticali riempiti di malta, le cui dimensioni sono comprese tra 5 e 15 mm. Per valori non contemplati in tabella è ammessa l'interpolazione lineare; in nessun caso sono ammesse estrapolazioni.

**Tabella 11.10.VII- Resistenza caratteristica a taglio in assenza di tensioni normali  $f_{vk0}$  (valori in  $N/mm^2$ )**

Tipo di elemento resistente	Resistenza caratteristica a compressione $f_{bk}$ dell'elemento	Classe di malta	$f_{vk0}$ ( $N/mm^2$ )
Laterizio pieno e semipieno	$f_{bk} > 15$	$M10 \leq M \leq M20$	0,30
	$7,5 < f_{bk} \leq 15$	$M5 \leq M < M10$	0,20
	$f_{bk} \leq 7,5$	$M2,5 \leq M < M5$	0,10
Calcestruzzo; Silicato di calcio; Cemento autoclavato; Pietra naturale squadrata.	$f_{bk} > 15$	$M10 \leq M \leq M20$	0,20
	$7,5 < f_{bk} \leq 15$	$M5 \leq M < M10$	0,15
	$f_{bk} \leq 7,5$	$M2,5 \leq M < M5$	0,10

# Caratteristiche meccaniche delle murature: resistenza a taglio (2/2)

- In presenza di tensioni di compressione, la resistenza caratteristica a taglio della muratura,  $f_{vk}$ , è definita come resistenza all'effetto combinato delle forze orizzontali e dei carichi verticali agenti nel piano del muro e può essere ricavata tramite la relazione:

$$f_{vk} = f_{vk0} + 0,4 \sigma_n$$

Dove:

$f_{vk0}$ : resistenza caratteristica a taglio in assenza di carichi verticali;

$\sigma_n$ : tensione normale media dovuta ai carichi verticali agenti nella sezione di verifica.

Per elementi resistenti artificiali semipieni o forati deve risultare soddisfatta la relazione:

$$f_{vk} \leq f_{vk,lim} = 1,4 f_{bk}$$

Con:

$f_{vk,lim}$ : valore massimo della resistenza caratteristica a taglio che può essere impiegata nel calcolo;

$f_{bk}$ : valore caratteristico della resistenza degli elementi in direzione orizzontale e nel piano del muro, da ricavare secondo le modalità descritte nella relativa norma armonizzata della serie UNI EN 771.

# Resistenze di progetto (1/4)

- Le resistenze di progetto da impiegare, rispettivamente, per le verifiche a compressione, pressoflessione e a carichi concentrati ( $f_d$ ), e a taglio ( $f_{vd}$ ) valgono:

$$f_d = f_k / \gamma_M$$

$$f_{vd} = f_{vk} / \gamma_M$$

dove

$f_k$  è la resistenza caratteristica a compressione della muratura;

$f_{vk}$  è la resistenza caratteristica a taglio della muratura in presenza delle effettive tensioni di compressione

$\gamma_M$  è il coefficiente parziale di sicurezza sulla resistenza della muratura, comprensivo delle incertezze di modello e di geometria, fornito dalla Tab. 4.5.II, in funzione delle classi di esecuzione più avanti precisate, e a seconda che gli elementi resistenti utilizzati siano di categoria I o di categoria II (vedi § 11.10.1).

## Resistenze di progetto (2/4)

■ **Tabella 4.5.II.** Valori del coefficiente  $\gamma_M$  in funzione della classe di esecuzione e della categoria degli elementi resistenti

Materiale	Classe di esecuzione	
	1	2
Muratura con elementi resistenti di categoria <b>I</b> , malta a prestazione garantita	2,0	2,5
Muratura con elementi resistenti di categoria <b>I</b> , malta a composizione prescritta.	2,2	2,7
Muratura con elementi resistenti di categoria <b>II</b> , ogni tipo di malta	2,5	3,0

## Resistenze di progetto (3/4)

- L'attribuzione delle Classi di esecuzione 1 e 2 viene effettuata adottando quanto di seguito indicato.

In ogni caso occorre (Classe 2):

- disponibilità di specifico personale qualificato e con esperienza, dipendente dell'impresa esecutrice, per la supervisione del lavoro (capocantiere);
- disponibilità di specifico personale qualificato e con esperienza, indipendente dall'impresa esecutrice, per il controllo ispettivo del lavoro (direttore dei lavori).

La Classe 1 è attribuita qualora siano previsti, oltre ai controlli di cui sopra, le seguenti operazioni di controllo:

- controllo e valutazione in loco delle proprietà della malta e del calcestruzzo;
- dosaggio dei componenti della malta "a volume" con l'uso di opportuni contenitori di misura e controllo delle operazioni di miscelazione o uso di malta premiscelata certificata dal produttore.

# Resistenze di progetto (4/4)

- Gli elementi di categoria I hanno un controllo statistico, eseguito in conformità con le citate norme armonizzate, che fornisce resistenza caratteristica dichiarata a compressione riferita al frattile 5%. Gli elementi di categoria II non soddisfano questi requisiti.

L'uso di elementi per muratura portante di Categoria I e II è subordinato all'adozione, nella valutazione della resistenza di progetto, del corrispondente coefficiente di sicurezza  $\gamma_M$ .

**Tabella 11.10.I**

Specifica Tecnica Europea di riferimento	Categoria	Sistema di Attestazione della Conformità
Specifica per elementi per muratura - Elementi per muratura di laterizio, silicato di calcio, in calcestruzzo vibrocompresso (aggregati pesanti e leggeri), calcestruzzo aerato autoclavato, pietra agglomerata, pietra naturale UNI EN 771-1, 771-2, 771-3, 771-4, 771-5, 771-6	CATEGORIA I	2+
	CATEGORIA II	4

# Moduli di elasticità

- Il modulo di elasticità normale secante della muratura è valutato sperimentalmente su  $n$  muretti ( $n \geq 6$ ), seguendo sia per la confezione che per la prova le modalità indicate nella norma UNI EN 1052- 1:2001.

In sede di progetto, in mancanza di determinazione sperimentale, nei calcoli possono essere assunti i seguenti valori:

- modulo di elasticità normale secante  $E = 1000 f_k$
- modulo di elasticità tangenziale secante  $G = 0.4 E$

# Organizzazione strutturale (1/4)

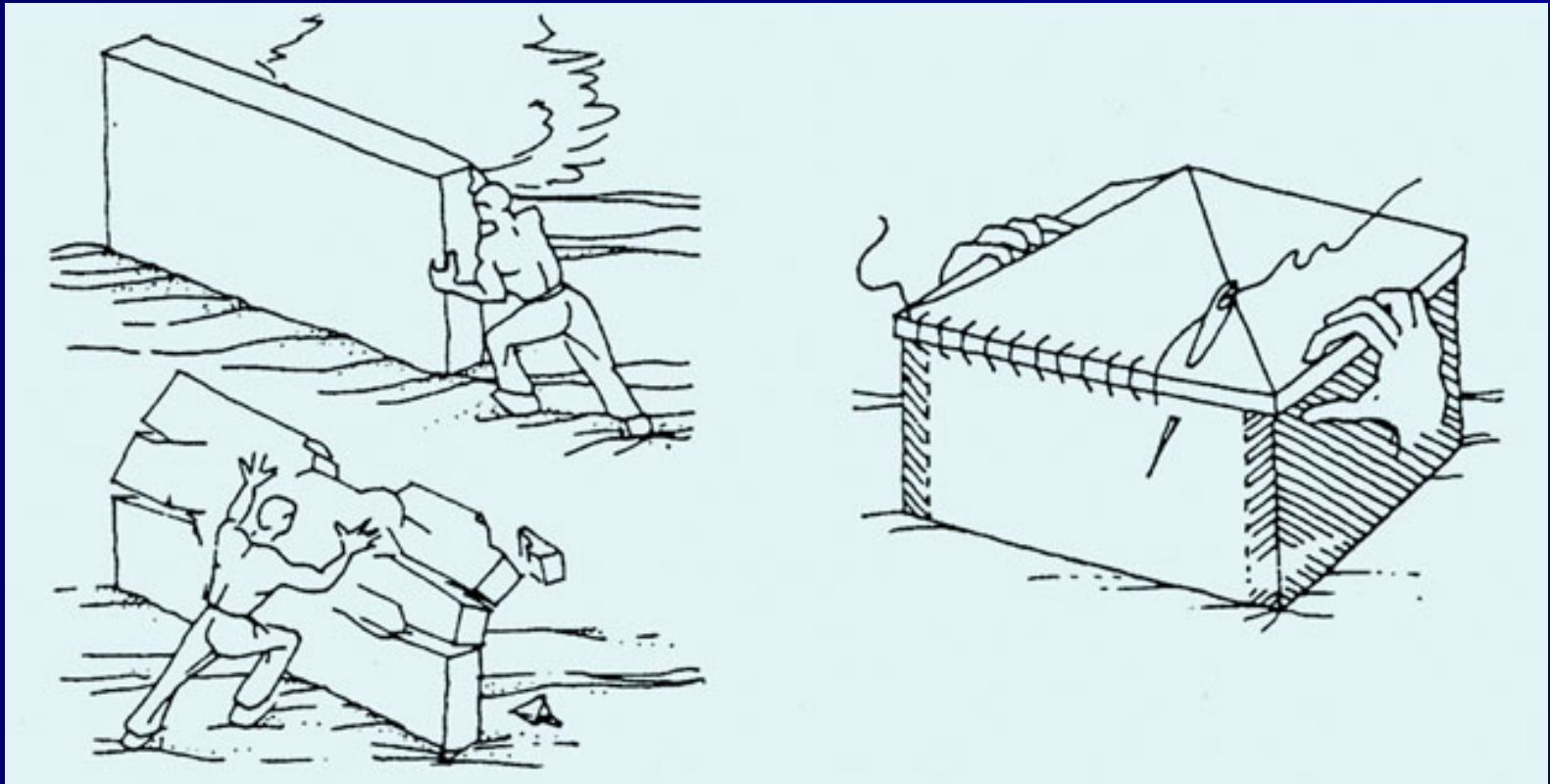
- L'edificio a muratura portante deve essere concepito come una *struttura tridimensionale*. I sistemi resistenti di pareti di muratura, gli orizzontamenti e le fondazioni devono essere collegati tra di loro in modo da resistere alle azioni verticali ed orizzontali.

I pannelli murari sono considerati resistenti anche alle azioni orizzontali quando hanno una lunghezza non inferiore a 0,3 volte l'altezza di interpiano; essi svolgono funzione portante, quando sono sollecitati prevalentemente da azioni verticali, e svolgono funzione di controvento, quando sollecitati prevalentemente da azioni orizzontali. *Ai fini di un adeguato comportamento statico e dinamico dell'edificio, tutti le pareti devono assolvere, per quanto possibile, sia la funzione portante sia la funzione di controventamento.*

Gli orizzontamenti sono generalmente solai piani, o con falde inclinate in copertura, che devono assicurare, per resistenza e rigidezza, la ripartizione delle azioni orizzontali fra i muri di controventamento.

## Organizzazione strutturale (2/4)

- L'organizzazione dell'intera struttura e l'interazione ed il collegamento tra le sue parti devono essere tali da assicurare appropriata resistenza e stabilità, ed un comportamento d'insieme "scatolare".



(Immagine tratta da Touliatos, *op. cit.*)

## Organizzazione strutturale (3/4)

- Per garantire un comportamento scatolare, muri ed orizzontamenti devono essere opportunamente collegati fra loro. Tutte le pareti devono essere collegate al livello dei solai mediante cordoli di piano di calcestruzzo armato e, tra di loro, mediante ammorsamenti lungo le intersezioni verticali. I cordoli di piano devono avere adeguata sezione ed armatura.

Devono inoltre essere previsti opportuni incatenamenti al livello dei solai, aventi lo scopo di collegare tra loro i muri paralleli della scatola muraria. Tali incatenamenti devono essere realizzati per mezzo di armature metalliche o altro materiale resistente a trazione, le cui estremità devono essere efficacemente ancorate ai cordoli.

Per il collegamento nella direzione di tessitura del solaio possono essere omessi gli incatenamenti quando il collegamento è assicurato dal solaio stesso. Per il collegamento in direzione normale alla tessitura del solaio, si possono adottare opportuni accorgimenti che sostituiscano efficacemente gli incatenamenti costituiti da tiranti estranei al solaio.

Il collegamento fra la fondazione e la struttura in elevazione è generalmente realizzato mediante cordolo in calcestruzzo armato disposto alla base di tutte le murature verticali resistenti. È possibile realizzare la prima elevazione con pareti di calcestruzzo armato; in tal caso la disposizione delle fondazioni e delle murature sovrastanti deve essere tale da garantire un adeguato centraggio dei carichi trasmessi alle pareti della prima elevazione ed alla fondazione.

# Organizzazione strutturale (4/4)

- Lo spessore dei muri portanti non può essere inferiore ai seguenti valori:

- muratura in elementi resistenti artificiali pieni	150 mm
- muratura in elementi resistenti artificiali semipieni	200 mm
- muratura in elementi resistenti artificiali forati	240 mm
- muratura di pietra squadrata	240 mm
- muratura di pietra listata	400 mm
- muratura di pietra non squadrata	500 mm

I fenomeni del secondo ordine possono essere controllati mediante la *snellezza convenzionale* della parete, definita dal rapporto:

$$\lambda = h_0 / t$$

dove  $h_0$  è la lunghezza libera di inflessione della parete valutata in base alle condizioni di vincolo ai Bordi e  $t$  è lo spessore della parete.

Il valore della snellezza  $\lambda$  non deve risultare superiore a 20.

# Analisi strutturali

■ La risposta strutturale è calcolata usando:

- analisi semplificate.
- analisi lineari, assumendo i valori secanti dei moduli di elasticità
- analisi non lineari

Per la valutazione di effetti locali è consentito l'impiego di modelli di calcolo relativi a parti isolate della struttura.

Per il calcolo dei carichi trasmessi dai solai alle pareti e per la valutazione su queste ultime degli effetti delle azioni fuori dal piano, è consentito l'impiego di modelli semplificati, basati sullo schema dell'articolazione completa alle estremità degli elementi strutturali.

# Verifiche agli stati limite ultimi

- Gli stati limite ultimi da verificare sono:
  - presso flessione per carichi laterali (resistenza e stabilità fuori dal piano),
  - presso flessione nel piano del muro,
  - taglio per azioni nel piano del muro,
  - carichi concentrati.
  - flessione e taglio di travi di accoppiamento

Le verifiche vanno condotte con riferimento a normative di comprovata validità (E.C. 6, O.P.C.M. n. 3431 -3274).

# Presso flessione per carichi laterali (1/10)

- Per la verifica a presso flessione per carichi laterali, nel caso di adozione dell'ipotesi di articolazione completa delle estremità della parete (v. § 4.5.5), è consentito far riferimento al metodo semplificato di seguito riportato.

La resistenza unitaria di progetto ridotta  $f_{d,rid}$  riferita all'elemento strutturale si assume pari a

$$f_{d,rid} = \Phi f_d$$

in cui  $\Phi$  è il coefficiente di riduzione della resistenza del materiale, riportato in Tab. 4.5.III in funzione della snellezza convenzionale  $\lambda$  e del coefficiente di eccentricità  $m$ .

Il coefficiente di eccentricità  $m$  è definito dalla relazione:

$$m = 6 e/t$$

essendo  $e$  l'eccentricità totale e  $t$  lo spessore del muro.

# Presso flessione per carichi laterali (2/10)

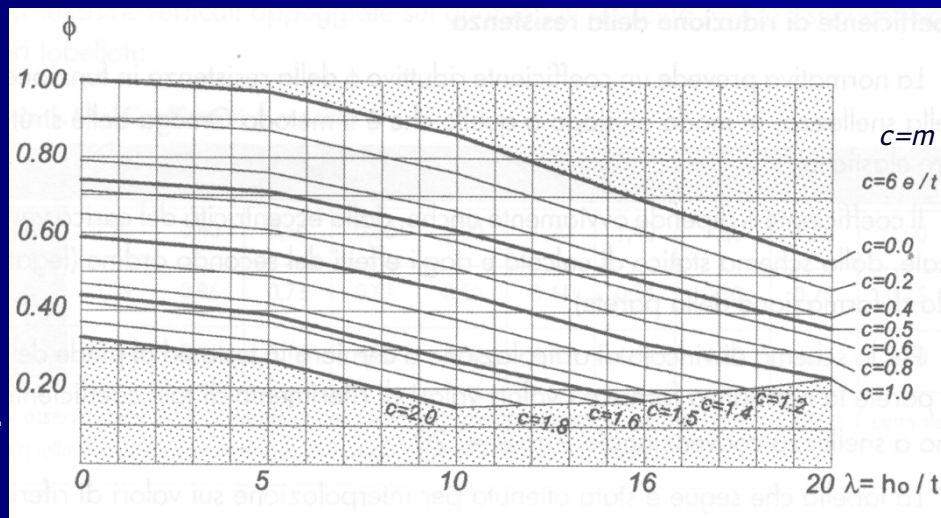
- Valori del coefficiente  $\Phi$  con l'ipotesi della articolazione (a cerniera)

Snellezza $h_0/t$	Coefficiente di eccentricità $m = 6e/t$				
	0	0,5	1,0	1,5	2,0
0	1,00	0,74	0,59	0,44	0,33
5	0,97	0,71	0,55	0,39	0,27
10	0,86	0,61	0,45	0,27	0,15
15	0,69	0,48	0,32	0,17	---
20	0,53	0,36	0,23	---	---

Per valori non contemplati in tabella è ammessa l'interpolazione lineare; in nessun caso sono ammesse estrapolazioni." (2.2.1.4 - Coefficiente di riduzione della resistenza del muro)

Rappresentazione grafica del coefficiente  $\Phi$  di riduzione delle resistenze in funzione della snellezza e per differenti eccentricità.

(Immagine tratta da Iacobelli, *op. cit.*)



## Presso flessione per carichi laterali (3/10)

- Per la valutazione della snellezza convenzionale  $\lambda$  della parete secondo l'espressione

$$\lambda = h_0 / t$$

la lunghezza libera d'inflessione del muro  $h_0$  è data dalla relazione

$$h_0 = \rho h$$

in cui il fattore  $\rho$  tiene conto dell'efficacia del vincolo fornito dai muri ortogonali e  $h$  è l'altezza interna di piano;

$\rho$  assume il valore 1 per muro isolato, e i valori indicati nella Tab. 4.5.IV, quando il muro non ha aperture ed è irrigidito con efficace vincolo da due muri trasversali di spessore non inferiore a 200 mm, e di lunghezza  $l$  non inferiore a  $0,3 h$ , posti ad interasse  $D$ .

# Presso flessione per carichi laterali (4/10)

## ■ Valori di $\rho$

$h/D \leq 0,50$	$\rho = 1$
$0,50 < h/D \leq 1$	$\rho = 1,5 - h/D$
$h/D > 1$	$\rho = 1 / [1 + (h/D)^2]$

Valori dei coefficienti laterali di vincolo.  
(Tabella tratta da Iacobelli, *op. cit.*)

Ricordiamo che  $h$  è l'altezza del muro mentre  $D$  è l'interasse tra muri trasversali di irrigidimento.

Se il generico muro trasversale ha delle aperture (porte o finestre) si ritiene convenzionalmente che la sua funzione di irrigidimento possa essere espletata quando lo stipite delle aperture disti dalla superficie del muro irrigidito almeno  $1/5$  dell'altezza del muro stesso; in caso contrario si assumerà  $\rho = 1$ .

# Presso flessione per carichi laterali (5/10)

- Le eccentricità dei carichi verticali sullo spessore della muratura (necessarie per il calcolo di  $m = 6 e/t$ ) sono dovute alle eccentricità totali dei carichi verticali, alle tolleranze di esecuzione ed alle azioni orizzontali. Esse possono essere determinate convenzionalmente con i criteri che seguono.

a) eccentricità totale dei carichi verticali:

$$e_m = e_{s1} + e_{s2}$$

$e_{s1}$ : dovuta alla eventuale posizione eccentrica del muro del piano superiore rispetto al piano medio del muro da verificare:

$$e_{s1} = (N_1 d_1) / (N_1 + \sum N_2)$$

$e_{s2}$ : eccentricità delle reazioni di appoggio dei solai soprastanti la sezione di verifica:

$$e_{s2} = (\sum N_2 d_2) / (N_1 + \sum N_2)$$

$N_1$  = carico trasmesso dal muro sovrastante supposto centrato rispetto al muro stesso;

$N_2$  = reazione di appoggio dei solai sovrastanti il muro da verificare;

$d_1$  = eccentricità di  $N_1$  rispetto al piano medio del muro da verificare;

$d_2$  = eccentricità di  $N_2$  rispetto al piano medio del muro da verificare.

Tali eccentricità sono da considerarsi positive o negative a seconda che diano luogo a momenti con verso orario o antiorario;

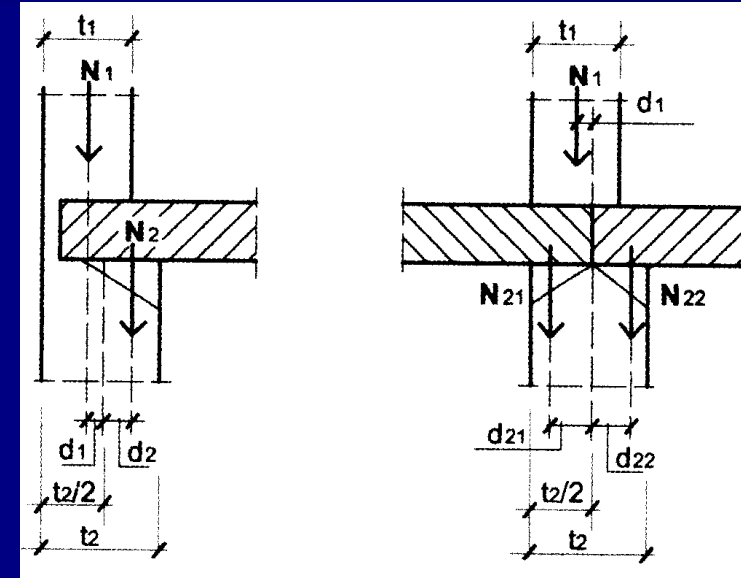


Illustrazione delle eccentricità da considerare.  
(Immagine tratta da Iacobelli, *op. cit.*)

# Presso flessione per carichi laterali (6/10)

- b) eccentricità dovuta a tolleranze di esecuzione  $e_a$ .  
Considerate le tolleranze morfologiche e dimensionali connesse alle tecnologie di esecuzione degli edifici in muratura si prescrive di tenere conto di una eccentricità  $e_a$  che deve essere assunta uguale a  
$$e_a = h/200$$
dove  $h$  è l'altezza interna di piano;

c) eccentricità dovuta al vento  $e_v$  considerato agente in direzione normale al piano della muratura. Tale eccentricità si valuta con la seguente formula:

$$e_v = M_v/N$$

dove  $M_v$  ed  $N$  sono, rispettivamente, il massimo momento flettente dovuto alla pressione (o depressione) del vento, e lo sforzo normale nella relativa sezione di verifica.

Il muro è supposto incernierato al livello dei piani  $e$ , in mancanza di aperture, anche in corrispondenza dei muri trasversali se questi hanno interasse minore di 6 metri.

Le eccentricità  $e_s$ ,  $e_a$  ed  $e_v$  vanno convenzionalmente combinate tra di loro secondo le due seguenti espressioni:

$$e_1 = |e_s| + |e_a|; \quad e_2 = (e_1/2) + |e_v|$$

Il valore di  $e_1$  vale per la verifica dei muri nelle loro sezioni di estremità; Il valore di  $e_2$  vale per la verifica della sezione ove è massimo il valore di  $M_v$ .

# Presso flessione per carichi laterali (7/10)

- I valori delle eccentricità così ricavate si utilizzano per la valutazione del coefficiente di riduzione della resistenza  $\Phi$ .

In ogni caso dovranno risultare:

$$e_1/t \leq 0,33$$

$$e_2/t \leq 0,33$$

dove  $t$  è lo spessore della parete.

L'eccentricità di calcolo non può comunque essere assunta inferiore ad  $e_a$  (eccentricità dovuta alle tolleranze di esecuzione).

# Presso flessione per carichi laterali (8/10)

d

Valori interpolati del coefficiente  $\Phi$  di riduzione della resistenza del muro in funzione della snellezza  $\lambda = h_0/t$  per differenti valori della eccentricità adimensionalizzata  $m=c = (6e)/t$ . Si noti che i valori forniti dalla normativa sono riportati in grassetto.

(Tabella tratta da Iacobelli, *op. cit.*)

$\lambda \backslash c$	0,00	0,20	0,40	0,50	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,50	1,60	1,80	2,00
0	<b>1,00</b>	0,90	0,79	<b>0,74</b>	0,71	0,65	<b>0,59</b>	0,53	0,47	<b>0,44</b>	0,42	0,37	<b>0,33</b>
2	0,99	0,88	0,78	0,73	0,70	0,64	0,57	0,51	0,45	0,42	0,40	0,35	0,31
4	0,98	0,87	0,77	0,72	0,68	0,62	0,56	0,49	0,43	0,40	0,38	0,33	0,28
5	<b>0,97</b>	0,87	0,76	<b>0,71</b>	0,68	0,61	<b>0,55</b>	0,49	0,42	<b>0,39</b>	0,37	0,32	<b>0,27</b>
6	0,95	0,84	0,74	0,69	0,66	0,59	0,53	0,46	0,40	0,37	0,34	0,29	0,25
8	0,90	0,80	0,70	0,65	0,62	0,55	0,49	0,42	0,35	0,32	0,29	0,25	0,20
10	<b>0,86</b>	0,76	0,66	<b>0,61</b>	0,58	0,51	<b>0,45</b>	0,38	0,31	<b>0,27</b>	0,25	0,20	<b>0,15</b>
12	0,79	0,70	0,60	0,56	0,53	0,46	0,40	0,33	0,26	0,23	0,20	-	-
14	0,72	0,64	0,55	0,51	0,47	0,41	0,35	0,28	0,22	0,19	-	-	-
15	<b>0,69</b>	0,61	0,52	<b>0,48</b>	0,45	0,38	<b>0,32</b>	0,26	0,20	<b>0,17</b>	-	-	-
16	0,66	0,58	0,50	0,46	0,43	0,36	0,30	0,23	-	-	-	-	-
18	0,59	0,52	0,45	0,41	0,38	0,32	0,26	-	-	-	-	-	-
20	<b>0,53</b>	0,46	0,39	<b>0,36</b>	0,33	0,28	<b>0,23</b>	-	-	-	-	-	-

$\lambda = h_0/t$  -  $c = 6e/t$

## Presso flessione per carichi laterali (9/10)

La resistenza alle azioni orizzontali è ottenuta tramite il sistema formato dai solai e dalle pareti murarie. La pressione del vento è trasmessa ai solai direttamente investiti.

I solai, sufficientemente rigidi e resistenti nel proprio piano, distribuiscono le azioni orizzontali tra le pareti murarie.

Le pareti murarie si comportano come sistemi piani formati da pannelli in muratura e da catene aderenti (cordoli).

Le azioni orizzontali si distribuiscono tra le pareti murarie in proporzione alla loro rigidezza ed alla loro distribuzione planimetrica.

Il calcolo della rigidezza è effettuato convenzionalmente considerando la muratura resistente anche a trazione.

Nelle verifiche a pressoflessione non si può tenere conto di tale resistenza. (- Muri soggetti a forze orizzontali)

Per gli edifici in muratura di pietra squadrata è possibile effettuare l'analisi strutturale e le verifiche di sicurezza, allorché siano determinate le caratteristiche meccaniche della muratura.

# Presso flessione per carichi laterali (10/10)

## ■ Verifiche per pressoflessione per carichi laterali (fuori dal piano del muro)

Il calcolo va condotto considerando il carico verticale agente alla base del muro, con la combinazione delle azioni più gravosa. Nel calcolo dell'eccentricità si deve tenere conto anche del momento flettente massimo, ottenendo  $e_v = M/N$ .

Si ha poi che allo stato limite deve essere:

$$N_d \leq N_{Rd} = f_d \cdot A \cdot \Phi_t$$

dove

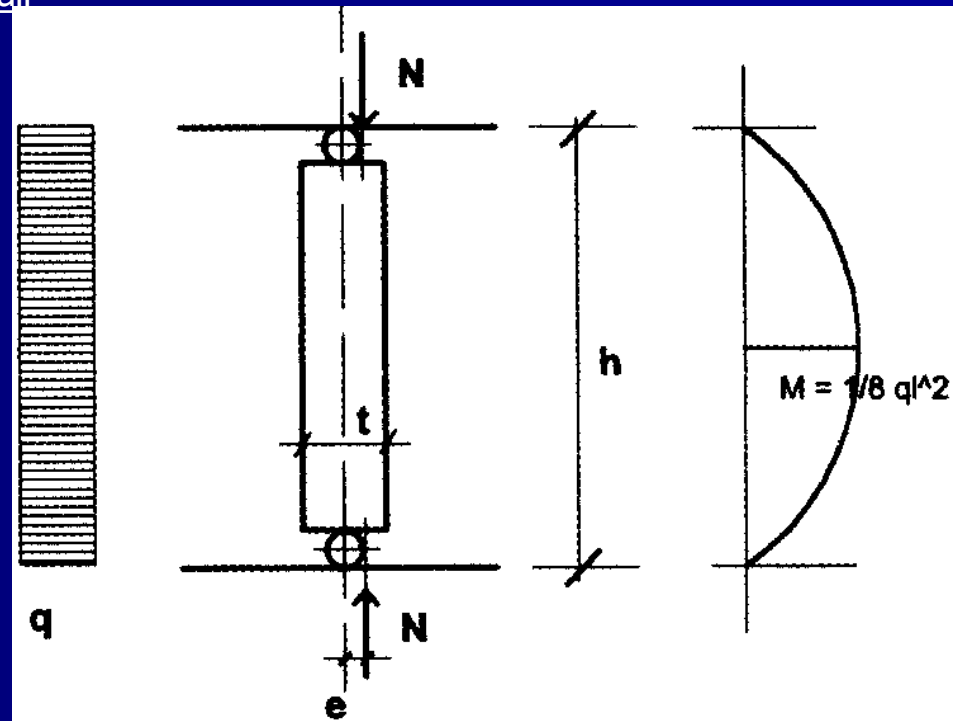
$N_d$  è l'azione assiale di progetto,

$N_{Rd}$  è la resistenza di progetto,

$f_d$  la resistenza a compressione della muratura,

A l'area netta,

$\Phi_t$  il coefficiente riduttivo della resistenza, dipendente da eccentricità e snellezza.



Schema di parete presso-inflessa fuori dal suo piano.  
(Immagine tratta da Iacobelli, *op. cit.*)

# Pressoflessione (1/2)

## ■ Domini di resistenza della muratura normale

Il D.M. II.TT. 14/01/2008 prevede una verifica a pressoflessione condotta allo stato limite ultimo: ciò porta a costruire un dominio di resistenza della muratura.

Si parte da un diagramma delle tensioni rettangolare sulla sezione, di valore pari a  $0.85 f_d$  (plasticizzazione a valore ridotto).

Posto

$$f_d^* = 0.85 f_d = 0.85 f_k / (\gamma_m)$$

t

D

resistenza ridotta di calcolo;

spessore della parete;

lunghezza della parete,

le equazioni di equilibrio in condizioni ultime, denotando con x la posizione dell'asse neutro (parallelo alla lunghezza D della parete) forniscono:

$$N = x \cdot D \cdot f_d^* \quad [4]$$

$$M = N(t/2 - x/2) \quad [5]$$

che, posto  $\xi = x/t$  e osservato che  $N = \xi t \cdot D \cdot f_d^*$  permettono di riscrivere le [4], [5] adimensionalmente.

# Pressoflessione (2/2)

■ Ne segue:

$$n = N / (t \cdot D \cdot f_d^*)$$

$$m = 6 \cdot M / (t^2 \cdot D \cdot f_d^*)$$

D'altra parte è anche:

$$n = \xi$$

$$m = 3 \xi (1 - \xi).$$

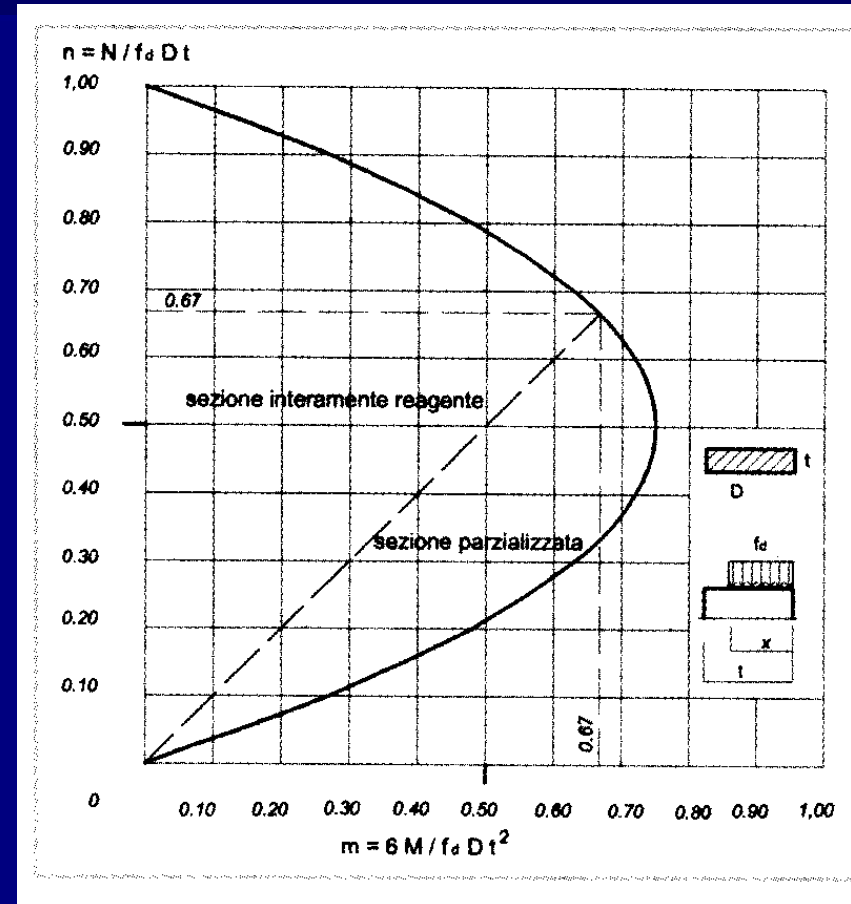
Se si fa variare il parametro  $\xi$  fra i valori 0 e 1 si ottengono i valori con i quali si traccia il grafico del dominio riportato a fianco.

Si osserva che il campo di sezione parzializzata si ottiene ponendo  $x = (2/3) \cdot t$ , ovvero

$$\xi = x/t = 2/3 = 0.67$$

Ciò fornisce:

$$n = \xi = 0.67 \text{ e } m = 3\xi(1 - \xi) = 0.67$$



Dominio di resistenza M-N (in forma adimensionale).  
(Immagine tratta da Iacobelli, *op. cit.*)

# Verifiche in presenza di carichi concentrati (1/2)

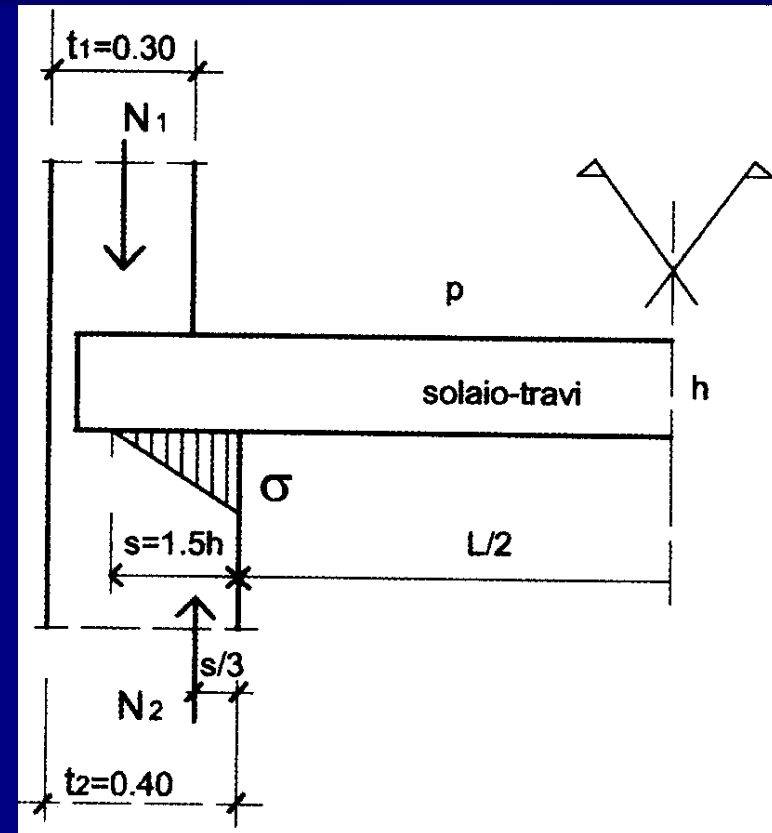
- Il D.M. II.TT. 14/01/2008 prevede specifiche verifiche locali sotto carichi concentrati (scarico verticale di solai e travi sulle strutture portanti).

La verifica con il metodo alle tensioni ammissibili richiede che:

$$N_{dc}/(\beta_c \cdot A_c) \leq \sigma_m$$

dove  $N_{dc}$  è il valore di progetto del carico concentrato,  
 $A_c$  è l'area di appoggio,  
 $\beta_c$  è un coefficiente di amplificazione,  
che dipende dal tipo di muratura,  
 $\sigma_m$  è la tensione ammissibile a compressione.

Poiché  $\beta_c \geq 1$ , si assume prudenzialmente  $\beta_c = 1$ .



Eccentricità dei carichi provenienti da solai.  
(Immagine tratta da Iacobelli, *op. cit.*)

# Verifiche in presenza di carichi concentrati (2/2)

- La verifica con il metodo agli stati limite richiede che:

$$N_{dc} \leq N_{Rdc} = \beta_c \cdot A_c \cdot f_d$$

dove  $N_{dc}$  è il valore di progetto del carico concentrato,

$N_{Rdc}$  è la resistenza di progetto

$A_c$  è l'area di appoggio,

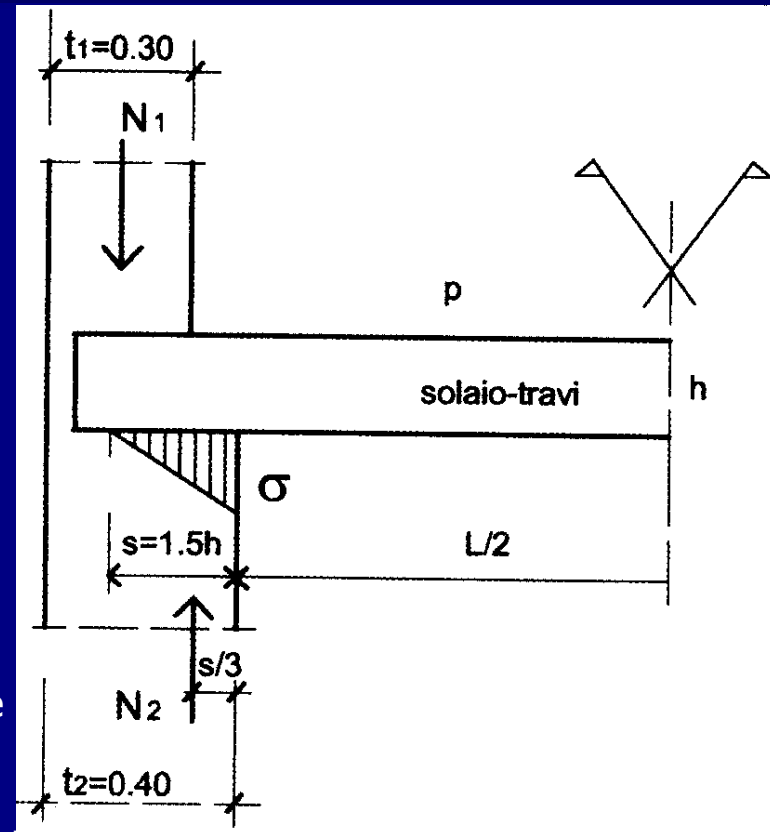
$\beta_c$  è un coefficiente di amplificazione,  
che dipende dal tipo di muratura,

$f_d$  è la resistenza di progetto a compressione  
della muratura.

Ancora, poiché  $\beta_c \geq 1$ , assumere  $\beta_c = 1$  è a favore di sicurezza.

La reazione di appoggio (in fase elastica) si può assumere distribuita con legge triangolare su un'area reagente minore dell'impronta di carico.

Come criterio si può ritenere  $s = 3/2 h$ , con  $h$  = altezza del solaio o della trave.



Eccentricità dei carichi provenienti da solai.

(Immagine tratta da Iacobelli, *op. cit.*)

# Taglio

- La resistenza a taglio di ciascun elemento strutturale verrà valutata per mezzo della seguente relazione:

$$V_t = l' t f_{vd}$$

Dove:

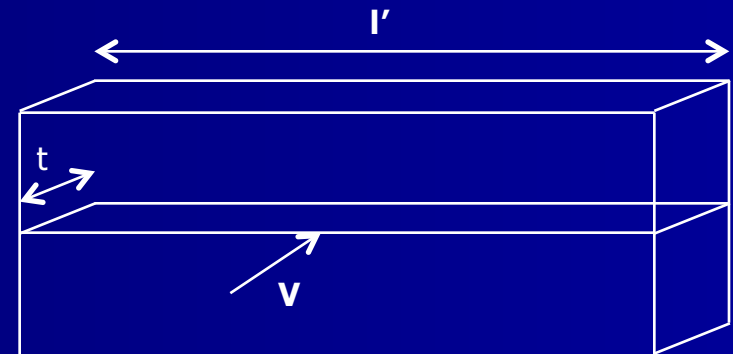
$l'$  = lunghezza della parte compressa della parete,

$t$  = spessore della parete,

$f_{vd}$  = resistenza a taglio del materiale.

La verifica, come in tutti gli approcci agli stati limite si effettuerà confrontando l'azione agente  $V_{ed}$  con quella resistente ed assicurandosi che:

$$V_t > V_{ed}$$



# Verifiche alle tensioni ammissibili (1/2)

- Per edifici semplici è consentito eseguire le verifiche, in via semplificativa, con il metodo delle tensioni ammissibili, adottando le azioni previste nelle presenti Norme Tecniche, con resistenza del materiale di calcolata ponendo il coefficiente  $\gamma_M = 4,2$  ed utilizzando il dimensionamento semplificato di seguito riportato con le corrispondenti limitazioni:
  - a) le pareti strutturali della costruzione siano continue dalle fondazioni alla sommità;
  - b) nessuna altezza interpiano sia superiore a 3,5;
  - c) il numero di piani non sia superiore a 3 (entro e fuori terra) per costruzioni in muratura ordinaria ed a 4 per costruzioni in muratura armata;
  - d) la planimetria dell'edificio sia inscritta in un rettangolo con rapporti fra lato minore e lato maggiore non inferiore a 1/3;
  - e) la snellezza della muratura, secondo l'espressione, non sia in nessun caso superiore a 12;
  - f) il carico variabile per i solai non sia superiore a 3,00 kN/m<sup>2</sup>.

La verifica si intende soddisfatta se risulta:

$$\sigma = N / (0,65 A) \leq f_k / \gamma_M$$

in cui N è il carico verticale totale alla base di ciascun piano dell'edificio corrispondente alla somma dei carichi permanenti e variabili (valutati ponendo  $\gamma_G = \gamma_Q = 1$ ) della combinazione caratteristica e A è l'area totale dei muri portanti allo stesso piano.

# Verifiche alle tensioni ammissibili (2/2)

- E' implicitamente inteso che debbano essere rispettate le aree minime di pareti resistenti in ciascuna direzione ortogonale specificate nella Tab. 7.8.III:

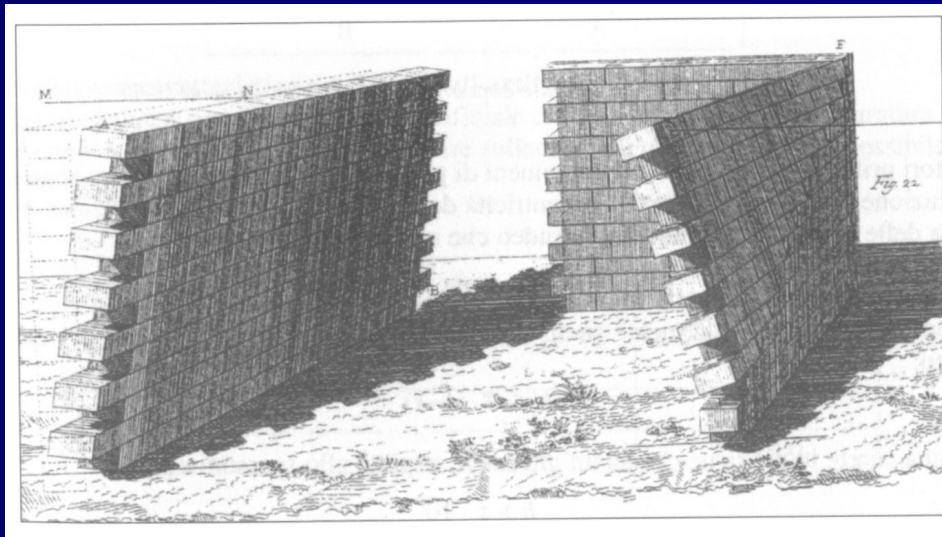
**Tabella 7.8.III** – Area pareti resistenti in ciascuna direzione ortogonale per costruzioni semplici.

Accelerazione di picco del terreno $a_g \cdot S$		$\leq 0,07$ g	$\leq 0,1$ g	$\leq 0,15$ g	$\leq 0,20$ g	$\leq 0,25$ g	$\leq 0,30$ g	$\leq 0,35$ g	$\leq 0,40$ g	$\leq 0,45$ g	$\leq 0,4725$ g
Tipo di struttura	Numero piani										
Muratura ordinaria	1	3,5 %	3,5 %	4,0 %	4,5 %	5,0 %	5,5 %	6,0 %	6,0 %	6,0 %	6,5 %
	2	4,0 %	4,0 %	4,5 %	5,0 %	5,5 %	6,0 %	6,5 %	6,5 %	6,5 %	7,0 %
	3	4,5 %	4,5 %	5,0 %	5,5 %	6,0 %	6,5 %	7,0 %			
Muratura armata	1	2,5 %	3,0 %	3,0 %	3,0 %	3,5 %	3,5 %	4,0 %	4,0 %	4,5 %	4,5 %
	2	3,0 %	3,5 %	3,5 %	3,5 %	4,0 %	4,0 %	4,5 %	5,0 %	5,0 %	5,0 %
	3	3,5 %	4,0 %	4,0 %	4,0 %	4,5 %	5,0 %	5,5 %	5,5 %	6,0 %	6,0 %
	4	4,0 %	4,5 %	4,5 %	5,0 %	5,5 %	5,5 %	6,0 %	6,0 %	6,5 %	6,5 %

# Approfondimenti e precisazioni (1/7)

## 1. Instabilità delle pareti in muratura

Le pareti di muratura portante si possono considerare solo approssimativamente come dei pilastri o delle aste verticali caricate di punta, poiché eventuali vincoli laterali dovuti alla presenza di muri perpendicolari posti a una distanza efficace hanno una influenza fondamentale sul comportamento.



Differente comportamento nei confronti dell'instabilità di un muro isolato e di un muro sostenuto da una parete ortogonale .  
(Immagine tratta da Rondelet, *op. cit.*)

In termini generali si può formulare il problema dell'instabilità assimilando la parete muraria a una lastra caricata nel suo piano e appoggiata sui 4 lati (ipotesi a favore di sicurezza); a differenza di quanto accade per un'asta caricata di punta una lastra subisce imbozzamenti progressivi divenendo instabile e poi riacquistando stabilità per imbozzarsi ulteriormente e così via.

## Approfondimenti e precisazioni (2/7)

- La soluzione esatta della equazione dell'equilibrio in configurazione variata fornisce questa espressione della azione membranale critica per unità di spessore:

$$N_{crit} = \pi^2(B/D^2)[mD/h+h/(mD)]^2 = K\pi^2(B/D^2) \quad [1]$$

dove  $B = Et^3/[12(1-\nu^2)]$  è la rigidezza flessionale della lastra;

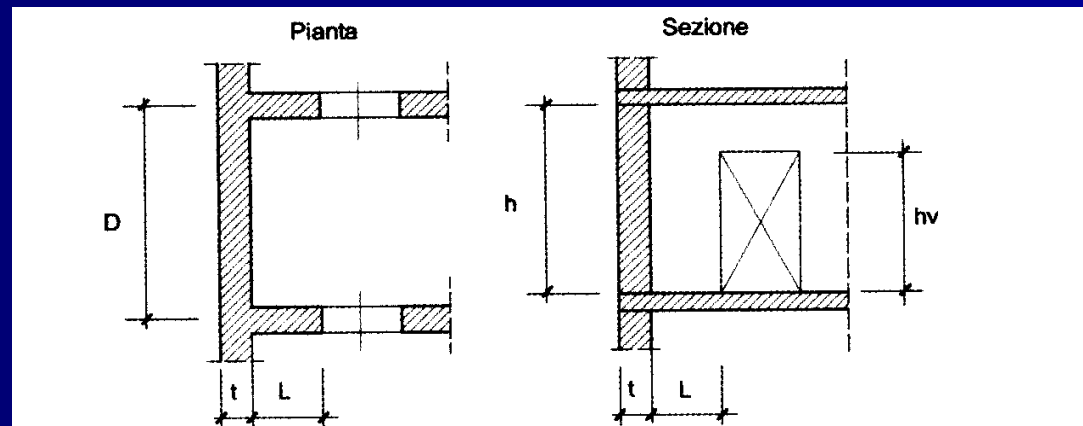
$K = [mD/h+h/(mD)]^2$  è un coefficiente di amplificazione del carico per le condizioni di vincolo;

$m$  è il numero di semionde di imbozzamento nella direzione dello sforzo normale;

$E$  è il modulo elastico di Young;

$\nu$  è il coefficiente di Poisson.

Da  $N_{crit}$  si calcola agevolmente il valore della tensione critica:  $\sigma_{crit} = N_{crit}/t = K/t\pi^2(B/D^2)$ .



Schema di un pannello murario e dei suoi vincoli sul contorno. (Immagine tratta da Iacobelli, *op. cit.*)

## Approfondimenti e precisazioni (3/7)

- Considerando come valore critico di progetto quello che dà luogo al valore minimo della [1], che corrisponde al valore  $m=h/D$  si trova:

$$N_{\text{crit}} = 4\pi^2(B/D^2) \quad [2]$$

che risulta indipendente da  $h$ . In pratica, per  $h/D < \sqrt{2}$  la lastra si imbozza dapprima per  $m = 1$ , poi per  $m = 2$  e così via.

Se, a scopo di confronto, si assimila la lastra-parete muraria a un'asta prismatica e si ragiona in termini di snellezza, si avrebbe (assimilando per semplicità a 1 il termine  $1 - \nu^2$ ):

$$\sigma_{\text{crit}} = \pi^2 E / \lambda_{\text{eff}}^2$$

dove la snellezza *effettiva* è data da:

$$\lambda_{\text{eff}} = \rho h / i$$

in cui

$h$  è l'altezza geometrica della parete;

$\rho = m / [m^2 + (h/D)^2]$  è il coefficiente di vincolo;

$i$  è il giratore d'inerzia: per una striscia unitaria di parete rettangolare vale  $i = t / \sqrt{12} = 0,29 t$

Per un pilastro il coefficiente di vincolo assumerebbe valori diversi a seconda dei vincoli presenti al piede e in sommità: per esempio  $\rho = 1$  (cerniera-cerniera);  $\rho = 0,70$  (cerniera-incastro);  $\rho = 0,50$  (incastro-incastro), ecc.; per lastre appoggiate sui 4 lati si trovano valori tabellati come quelli seguenti. Si osservi che a seconda del rapporto fra i lati  $h/D$  si può avere un minimo per  $m = 1$  o per  $m = 2$ .

# Approfondimenti e precisazioni (4/7)

	m = 1							m=2		
h/D	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00
$\rho$	0,96	0,86	0,73	0,61	0,50	0,41	0,34	0,30	0,28	0,25
K	27,04	8,41	5,14	4,20	4,00	4,13	4,47	4,20	4,04	4,00

Si osserva che il coeff. di vincolo di una lastra verticale appoggiata su quattro lati e con  $h/D = 1$  equivale a quello di un pilastro con vincolo di incastro perfetto in testa ed al piede.

Coefficienti teorici di vincolo di una lastra rettangolare appoggiata sui quattro lati.

(Tabella tratta da Iacobelli, *op. cit.*)

Valori più elevati di quelli tabellati si troverebbero se fossero presenti vincoli più efficaci, per esempio condizioni di appoggio su due lati opposti e di incastro sui rimanenti; oppure incastri su tutti i lati.

La Normativa semplifica questo procedimento definendo una snellezza *convenzionale*  $\lambda = \lambda_{conv}$  e imponendo che questa risulti inferiore a 20.

In particolare è:

$$\lambda_{conv} = h_0/t = \rho h/t$$

[3]

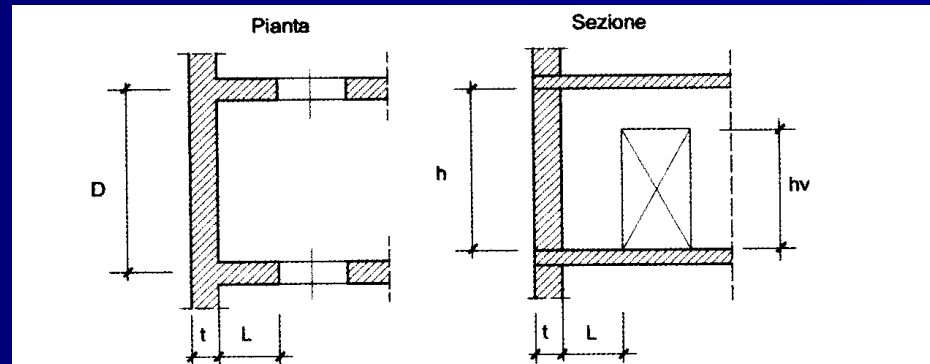
# Approfondimenti e precisazioni (5/7)

- dove  $h_0 = \rho h$  è la lunghezza libera d'inflessione;  
 $h$  è l'altezza libera di piano;  
 $\rho$  è il fattore laterale di vincolo, definito in modo semplificato (rispetto alla  $\rho = m/[m^2 + (h/D)^2]$ ):

$h/D \leq 0,50$	$\rho = 1$
$0,50 < h/D \leq 1$	$\rho = 1,5 - h/D$
$h/D > 1$	$\rho = 1 / [1 + (h/D)^2]$

Fattore laterale di vincolo di un pannello murario come definito dalla Normativa.  
 (Tabella tratta da Iacobelli, *op. cit.*)

In particolare, per un muro isolato si ha  $\rho = 1$ ; l'effetto irrigidente dei muri trasversali (aventi spessore *minimo* pari a 20 cm) è conteggiato solo se le eventuali aperture presentano una distanza minima dello stipite dal muro da irrigidire  $L > h/5$ .



Schema di un pannello murario e dei suoi vincoli sul contorno.  
 (Immagine tratta da Iacobelli, *op. cit.*)

# Approfondimenti e precisazioni (6/7)

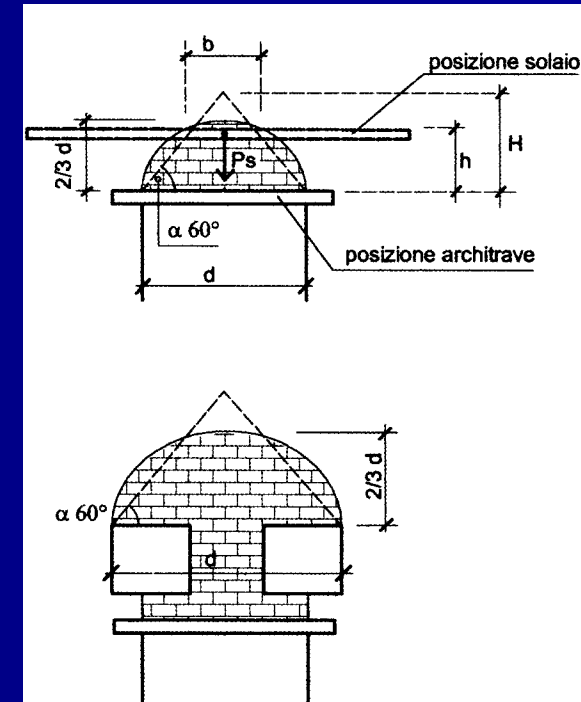
## 2. Verifiche e calcolo di architravi

L'architrave (come l'arco) è un elemento necessario per creare una apertura in una muratura. Ogni apertura rappresenta un punto di indebolimento nella muratura poiché costringe le tensioni verticali a subire deviazioni, con conseguenti concentrazioni degli sforzi e insorgenza di sforzi di trazione in alcune parti della muratura.

Solitamente l'architrave viene realizzata in calcestruzzo o in acciaio; il dimensionamento si esegue affidando a essa una quota parte del peso della muratura sovrastante e dei carichi verticali gravanti superiormente.

Se la parete a entrambi i lati degli stipiti è sufficientemente estesa da contrastare la spinta dell'arco naturale di scarico, si individua una zona di scarico approssimativamente triangolare, con diffusione secondo un angolo di circa  $60^\circ$  rispetto all'orizzontale.

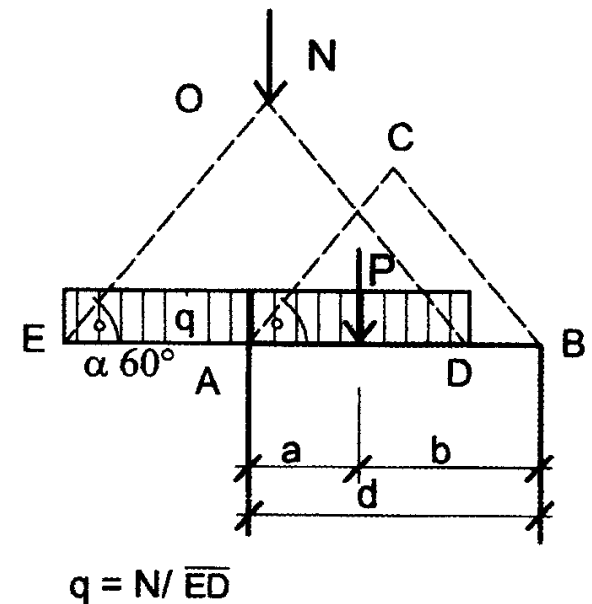
Se questa zona triangolare incontra un solaio, si può considerare la quota parte di esso che cade nella zona triangolare come un carico aggiuntivo sull'architrave.



Schemi di diffusione di carichi concentrati gravanti su architravi. (Immagine tratta da Iacobelli, *op. cit.*)

# Approfondimenti e precisazioni (7/7)

- La verifica di resistenza si esegue nell'ipotesi di vincoli di appoggio semplice (o di semi-incastro), con andamento delle tensioni di contatto con la muratura come indicato in precedenza.  
Se questa zona triangolare incontra un solaio, si può considerare la quota parte di esso che cade nella zona triangolare come un carico aggiuntivo sull'architrave.  
Se sopra un architrave è applicato un carico distribuito, lo si può diffondere a  $60^\circ$ .  
Se la forza (P) è applicata all'interno del triangolo ABC, grava per intero sull'architrave e fornisce una reazione verticale  $R_A = P \cdot b/d$  e un momento flettente massimo  $M = R_A \cdot a$ .  
Se invece la forza (N) è applicata esternamente al triangolo ABC, ma in modo tale da diffondere all'interno di esso, si può considerare agente sul tratto AD un carico distribuito uniformemente  $q = N/L_{ED}$ , ed eseguire il dimensionamento e la verifica dell'architrave con questo carico.



Schemi di diffusione di carichi concentrati parzialmente gravanti su architravi.

(Immagine tratta da Iacobelli, *op. cit.*)

# Esempi di calcolo (1/22)

- Calcolo delle proprietà meccaniche della muratura
- Calcolo del carico di instabilità
- Verifica a presso-flessione
- Verifica dello scarico di un solaio
- Calcolo di un architrave
- Calcolo approssimato di un arco a tutto sesto
- Verifica di un edificio regolare con il metodo semplificato alle tensioni ammissibili

## Esempi di calcolo (2/22)

- Calcolo delle proprietà meccaniche della muratura  
Elementi resistenti in laterizio con percentuale di foratura  $\phi = 30\%$  -> semipieno  
caratterizzati da  $f_{bk} = 4$  MPa,  
Malta tipo  $M_5$ .  
  
La Tabella 11.10.V fornisce per la *resistenza caratteristica a compressione* :  
 $f_k = 2,20$  MPa per  $f_{bk} = 3$  MPa e malta tipo  $M_5$   
 $f_k = 3,30$  MPa per  $f_{bk} = 5$  MPa e malta tipo  $M_5$

# Esempi di calcolo (3/22)

**Tabella 11.10.V - Valore della  $f_k$  per murature in elementi artificiali pieni e semipieni**

Resistenza caratteristica a compressione $f_{bk}$ dell'elemento N/mm <sup>2</sup>	Tipo di malta				
	M <sub>15</sub> N/mm <sup>2</sup>	M <sub>10</sub> N/mm <sup>2</sup>	M <sub>5</sub> N/mm <sup>2</sup>	M <sub>2.5</sub> N/mm <sup>2</sup>	
2,0	1,2	1,2	1,2	1,2	
3,0	2,2	2,2	2,2	2,0	
5,0	3,5	3,4	3,3	3,0	
7,5	5,0	4,5	4,1	3,5	
10,0	6,2	5,3	4,7	4,1	
15,0	8,2	6,7	6,0	5,1	
20,0	9,7	8,0	7,0	6,1	
30,0	12,0	10,0	8,6	7,2	
40,0	14,3	12,0	10,4	---	

La Tabella 11.10.V fornisce per la *resistenza caratteristica a compressione* :

$$f_k = 2,20 \text{ MPa per } f_{bk} = 3 \text{ MPa e malta tipo M}_5$$

$$f_k = 3,30 \text{ MPa per } f_{bk} = 5 \text{ MPa e malta tipo M}_5$$

mediante interpolazione lineare si ottiene:  $f_k = 2,75 \text{ MPa}$ .

Per la verifica di resistenza mediante il metodo delle tensioni ammissibili si trova:

$$\sigma_m = f_k / 4.2 = 2,75 / 4.2 = 0,65 \text{ MPa}$$

Per la verifica di resistenza mediante il metodo degli stati limite si ha:

$$f_d = f_k / 3 = 2,75 / 3 = 0,92 \text{ MPa}.$$

# Esempi di calcolo (4/22)

- La Tabella 11.10.VII fornisce per la *resistenza caratteristica a taglio in assenza di carichi verticali* :  
 $f_{vk0} = 0,20 \text{ MPa}$  per  $f_{bk} \leq 15 \text{ MPa}$  e malta tipo M<sub>5</sub>

**Tabella 11.10.VII- Resistenza caratteristica a taglio in assenza di tensioni normali  $f_{vko}$  (valori in  $N/mm^2$ )**

Tipo di elemento resistente	Resistenza caratteristica a compressione $f_{bk}$ dell'elemento	Classe di malta	$f_{vko}$ (N/mm <sup>2</sup> )
Laterizio pieno e semipieno	$f_{bk} > 15$	M10 ≤ M ≤ M20	0,30
	$7,5 < f_{bk} \leq 15$	M5 ≤ M < M10	0,20
	$f_{bk} \leq 7,5$	M2,5 ≤ M < M5	0,10
Calcestruzzo; Silicato di calcio; Cemento autoclavato; Pietra naturale squadrata.	$f_{bk} > 15$	M10 ≤ M ≤ M20	0,20
	$7,5 < f_{bk} \leq 15$	M5 ≤ M < M10	0,15
	$f_{bk} \leq 7,5$	M2,5 ≤ M < M5	0,10

## Esempi di calcolo (5/22)

- La Tabella 11.10.VII fornisce per la *resistenza caratteristica a taglio in assenza di carichi verticali* :  
 $f_{vk0} = 0,20$  MPa per  $f_{bk} \leq 15$  MPa e malta tipo M<sub>5</sub>

Considerando una compressione media  $\sigma_n = 0,22$  MPa si ottiene per la *resistenza caratteristica a taglio* :

$$f_{vk} = f_{vk0} + 0,4 \sigma_n = 0,20 + 0,4 \cdot 0,22 = 0,29 \text{ MPa.} \quad [*]$$

Ammettendo che la resistenza caratteristica a compressione in direzione perpendicolare ai carichi verticali e nel piano della muratura per il laterizio sia pari a  $f_{bk} = 0,80$  MPa si ha che

$$f_{vk,lim} = 1,4 f_{bk} = 1,4 \cdot 0,8 = 1,12 \text{ MPa.}$$

Pertanto, essendo  $f_{vk} < f_{vk,lim}$ , il valore da considerare è quello fornito dalla [\*].

Per la verifica di resistenza mediante il metodo delle tensioni ammissibili si trova:

$$\tau_m = f_{vk}/4.2 = 0,29/4.2 = 0,07 \text{ MPa}$$

Per la verifica di resistenza mediante il metodo degli stati limite si ha:

$$f_{vd} = f_{vk}/3 = 0,29/3 = 0,10 \text{ MPa}$$

## Esempi di calcolo (6/22)

### ■ Calcolo del carico di instabilità

Per una muratura realizzata con laterizi soggetti a controllo di produzione e caratterizzata dai valori di resistenza caratteristica e di moduli elastici seguenti:

$$f_k = 7,2 \text{ MPa}, f_{vk0} = 0,3 \text{ MPa}, E = 7200 \text{ MPa}, G = 2880 \text{ MPa},$$

ai quali corrispondono queste resistenze di progetto alle tensioni ammissibili e allo stato limite:

$$\sigma_m = f_k / (4.2) = 1,7 \text{ MPa}$$

$$f_d = f_k / (3) = 2,4 \text{ MPa}$$

Si chiede di calcolare la snellezza della parete per uno spessore  $t = 30 \text{ cm}$ , altezza  $h = 300 \text{ cm}$ , lunghezza  $D = 400 \text{ cm}$ , vincolata efficacemente a cerniera da due muri trasversali e sollecitata da un carico verticale con eccentricità  $e = 3,25 \text{ cm}$ .

Si trova:

$$h/D = 300/400 = 0,75$$

a cui corrisponde un coefficiente di vincolo *esatto* :

$$\rho = 1/[1 + (h/D)^2] = 0.64$$

e un coefficiente di amplificazione del carico critico (corrispondente a  $m = 1$ , poiché  $h/D < \sqrt{2}$ )

$$K = (D/h + h/D)^2 = 4,34$$

## Esempi di calcolo (7/22)

- La snellezza effettiva vale:

$$\lambda_{\text{eff}} = \rho \cdot h/i = \rho \cdot h/(t/\sqrt{12}) = 0,64 \cdot 300/(30/3,46) = 22,17$$

Poiché  $f_k = 7,2$  MPa,  $E = 7200$  MPa,  $\nu = 0$ ,  $B = 7200 \cdot 300^3/12 = 16,2 \cdot 10^9$  N·mm<sup>2</sup>/mm  
si trova:

$$N_{\text{crit}} = K\pi^2 B/D^2 = 43370 \text{ N/mm}$$

e quindi

$$\sigma_{\text{crit}} = N_{\text{crit}}/t = 144,5 \text{ MPa}$$

Questo valore rappresenta il valore della tensione al raggiungimento delle condizioni critiche: poiché  $f_d = 2,4$  MPa la parete è da considerarsi stabile poiché a questo valore viene limitata la capacità portante.

In base alla Normativa si ha invece il coefficiente di vincolo *approssimato* :

$$\rho = 1,5 - (h/D) = 0,75$$

e quindi la snellezza convenzionale:

$$\lambda_{\text{conv}} = \rho \cdot h/t = 0,75 \cdot 300/30 = 7,5 < 20.$$

Il coefficiente di riduzione della capacità portante  $\Phi$ , nell'ipotesi di articolazione a cerniera, si ottiene osservando che  $m=c = 6e/t = 6 \cdot 3,25/30 = 0,65$ .

Con una doppia interpolazione fra i valori di  $c$  (0,50 ÷ 1,00) e di  $\lambda$  (5 ÷ 10) si trova  $\Phi = 0,61$

# Esempi di calcolo (8/22)

## ■ Verifica a presso-flessione

Si considera una parete di mattoni avente una resistenza di progetto  $f_d = 2.4$  MPa, avente spessore  $t = 30$  cm, altezza  $h = 300$  cm e lunghezza  $D = 400$  cm.

Il pannello è sollecitato da un carico orizzontale (ortogonale al piano)  $p = 2,50$  kN/m<sup>2</sup> e da un carico verticale  $N = 480$  kN.

Ipotizzando uno schema di calcolo con vincoli a cerniera in testa e al piede, si ha, per una striscia di parete di lunghezza unitaria un momento flettente per unità di lunghezza (massimo a metà altezza) pari a:

$$M^* = ph^2/8 = 2500 \cdot 3^2/8 = 2813 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{m}$$

Per l'intera lunghezza del muro si trova:

$$M = M^*D = 11250 \text{ N}\cdot\text{m}$$

La tensione di progetto ridotta vale:

$$f_d^* = 0.85 f_d = 2,04 \text{ MPa}$$

I coefficienti adimensionali  $n$  e  $m$  valgono:

$$n = N/(t \cdot D \cdot f_d^*) = 480000/(300 \cdot 4000 \cdot 2,04) = 0,20$$

$$m = 6 \cdot M/(t^2 \cdot D \cdot f_d^*) = 6 \cdot M^*/(t^2 \cdot D \cdot f_d^*) = 6 \cdot 2813/(300^2 \cdot 2,04) = 0,092$$

Il punto rappresentativo cade dentro il dominio di resistenza della parete: il momento massimo sopportabile (ricavato graficamente per  $n = 0,20$ ) è pari a  $m_{\max} = 0,48$ .

# Esempi di calcolo (9/22)

La sezione è completamente reagente: la eccentricità vale infatti:

$e = M/N = 11250/480000 = 0,023 \text{ m}$   
 mentre il nocciolo ha distanza dal baricentro pari a  $d = t/6 = 30/6 = 5 \text{ cm} > e = 2,3 \text{ cm}$

In assenza del dominio di rottura, si può eseguire il calcolo analitico, che fornisce:

$$\xi = n = N/(t \cdot D \cdot f_d^*) = 0,20$$

$$m = 3\xi(1 - \xi) = 0,48$$

Questo valore corrisponde adimensionalmente al momento massimo sopportabile dalla muratura.

Tale momento massimo vale:

$$M_{\max} = m \cdot D \cdot f_d^* \cdot t^2/6,$$

ovvero:

$$M_{\max} = 0,34 \cdot 4,00 \cdot 2,04 \cdot 300^2/6$$

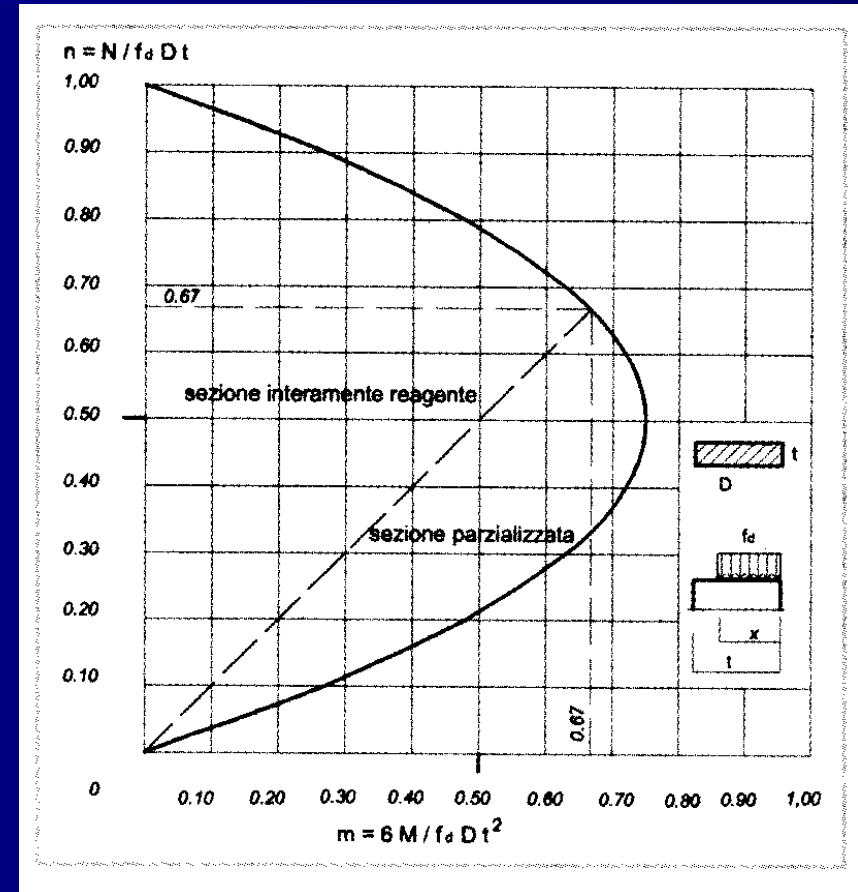
$$M_{\max} = 58752 \text{ N} \cdot \text{m},$$

chiaramente superiore al valore di progetto, M.

In condizioni limite l'eccentricità vale:

$$e_{\max} = M_{\max}/N = 0.122 \text{ m}.$$

Poiché  $e_{\max} = 13,5 \text{ cm} > d$  la sezione a rottura risulta parzializzata.



Dominio di resistenza M-N (in forma adimensionale).

(Immagine tratta da Iacobelli, *op. cit.*)

# Esempi di calcolo (10/22)

## Verifica dello scarico di un solaio

Si considera un solaio soggetto a un carico totale (peso proprio e carico accidentale)  $q = 5,0 \text{ kN/m}^2$ , di luce netta  $L = 5 \text{ m}$  e sostenuto da travi IPE 140 ( $W = 77,3 \text{ cm}^3$ ) poste a un interasse  $d = 0,90 \text{ m}$ . Il peso del solaio è scaricato su una parete muraria avente spessore  $t = 0,40 \text{ m}$  realizzata in mattoni, con  $f_k = 7,48 \text{ MPa}$ , nella quale le travi penetrano per una lunghezza di appoggio  $s = 0,30 \text{ m}$ .

Le reazioni d'appoggio e il momento flettente in mezzeria valgono:

$$R = q \cdot d \cdot l/2 = 5000 \cdot 0,90 \cdot 5/2 = 11250 \text{ N}$$

$$M = q \cdot d \cdot l^2/8 = 5000 \cdot 0,90 \cdot 5^2/8 = 14063 \text{ N}\cdot\text{m}$$

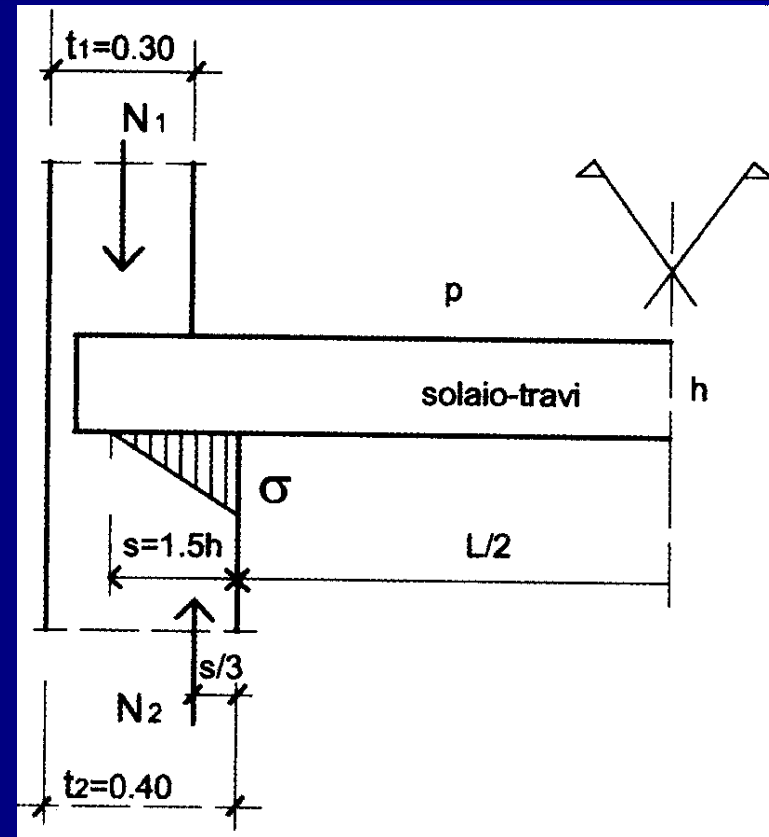
Si determina il massimo sforzo della trave:

$\sigma_{\max} = M/W = 14063000/77300 = 181,93 \text{ MPa}$   
valore accettabile se si adotta Fe 430, per il quale

$\sigma_{a,amm} = 190 \text{ MPa}$ .

La trave ha altezza  $h = 14 \text{ cm}$ , larghezza  $b = 7 \text{ cm}$  e si assume una lunghezza di appoggio efficace

$a = 3/2 \cdot h = 21 \text{ cm} < s$ ,  
sicché  $A_c = a \cdot b = 210 \cdot 70 = 14700 \text{ mm}^2$



Rappresentazione schematica dello scarico di un solaio. (Immagine tratta da Iacobelli, *op. cit.*)

## Esempi di calcolo (11/22)

- Per la verifica di sicurezza alle tensioni ammissibili si ha:

$$\sigma_m = f_k / (\gamma_m) = 7,48 / (4.2) = 1,78 \text{ MPa}$$

La tensione *media* di scarico sulla muratura, se si assume  $\beta_c=1$ , è pari a:

$$\sigma_{\text{media}} = R / (\beta_c \cdot A_c) = 11250 / 14700 = 0,77 \text{ MPa.}$$

Per una verifica locale, la tensione *massima* nel caso di distribuzione triangolare delle pressioni è:

$$\sigma_{\text{max}} = 2 \cdot R / (\beta_c \cdot A_c) = 2 \sigma_{\text{media}} = 1,53 \text{ MPa.}$$

In ogni caso è  $\sigma_{\text{media}} < \sigma_m$ ;  $\sigma_{\text{max}} < \sigma_m$ .

Se la tensione di scarico fosse troppo elevata si potrebbe inserire una piastra di ripartizione di larghezza maggiore di  $b$ .

Per la verifica di sicurezza allo stato limite ultimo, si considera una reazione verticale amplificata:

$$R^* = 1,5 \cdot R = 1,5 \cdot 11250 = 16875 \text{ N,}$$

mentre la resistenza vale:

$$f_d = f_k / (\gamma_m) = 7,48 / (3) = 2,49 \text{ MPa.}$$

Si calcola così, assumendo ancora, prudenzialmente,  $\beta_c = 1$ :

$$N_{R,dc} = \beta_c \cdot A_c \cdot f_d = 1 \cdot 14700 \cdot 2,49 = 36603 \text{ N} > R^*,$$

con un coefficiente di sicurezza:  $N_{R,dc} / R^* = 2,17$ .

# Esempi di calcolo (12/22)

## ■ Calcolo di un architrave

Si consideri un architrave di luce  $d = 3,00$  m presente in una muratura di spessore  $t = 40$  cm; questa ha peso specifico pari a  $\gamma = 20$  kN/m<sup>3</sup>; il solaio è posto a una quota  $h = 1,00$  m al di sopra dell'architrave e scarica sulla muratura un peso per unità di lunghezza  $p = 12,5$  kN/m.

Si individua la zona triangolare di scarico e la porzione  $b$  di solaio interessata:

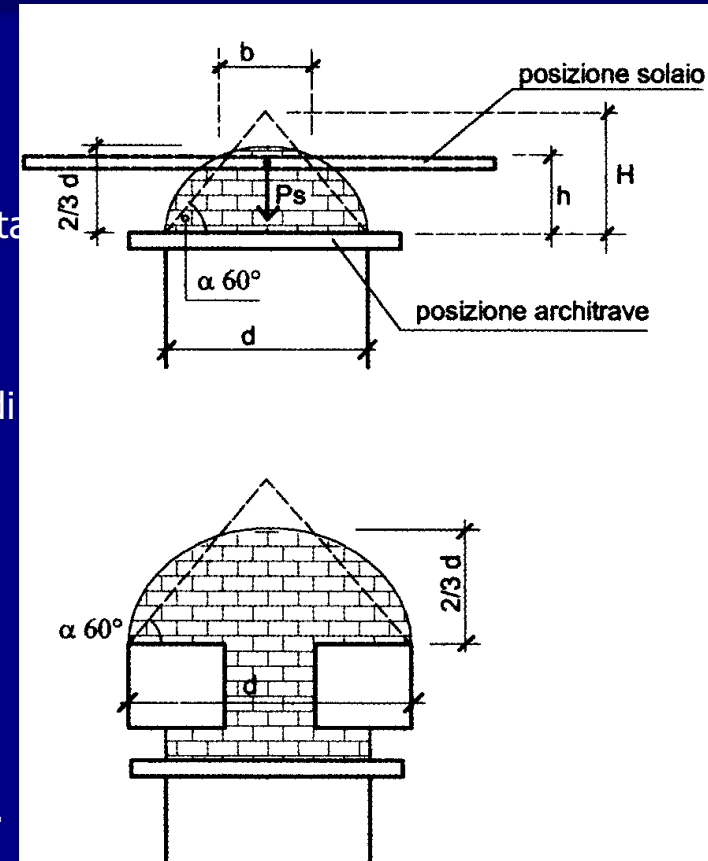
$$H = (d/2) \cdot \tan(60^\circ) = 3,00/2 \cdot 1,73 = 2,60 \text{ m}$$
$$b = 2[(d/2) - h \cdot \tan(60^\circ)] = 0,46 \text{ m}$$

Il peso,  $P_{sr}$ , del solaio gravante sull'architrave è pari a:

$$P_s = p \cdot b = 12500 \cdot 0,46 = 5750 \text{ N}$$

e quello,  $P_{m'}$ , del blocco di muratura compreso entro l'area di scarico vale:

$$P_m = (1/2) \cdot d \cdot H \cdot t \cdot \gamma = 0,5 \cdot 3,00 \cdot 2,60 \cdot 0,4 \cdot 20000 = 31200 \text{ N.}$$



Rilievo schematico dell'architrave: è indicata l'area interessata dallo scarico del solaio

(Immagine tratta da Iacobelli, *op. cit.*)

## Esempi di calcolo (13/22)

- L'architrave viene dimensionato per le sollecitazioni seguenti:

Reazione verticale di appoggio:

$$R = (P_s + P_m)/2 = 18475 \text{ N.}$$

Momento in mezzaria:

$$M = R \cdot d/2 - (P_m/2) \cdot d/3 = 12113 \text{ N}\cdot\text{m.}$$

Sarebbe più opportuno calcolare la reazione verticale e il momento flettente aumentando la luce teorica dell'architrave per tenere conto delle tensioni di contatto sugli appoggi. Inoltre per avere architravi poco deformabili è opportuno sovradimensionarli.

# Esempi di calcolo (14/22)

■ Calcolo approssimato di un arco a tutto sesto

Si verifica un arco in muratura avente sezione semicircolare, luce  $2R = 6$  m, spessore  $t = 30$  cm, soggetto a un sovraccarico  $q = 10000$  N/m<sup>2</sup>, applicato a una quota  $h_3 = 80$  cm.

Considerato che il rapporto  $t/(2R) = 1/20$  è piccolo si individuano in prima approssimazione le posizioni delle cerniere di rottura all'intradosso in corrispondenza delle reni (sezione A) e allo estradosso in chiave (sezione C).

Risulta, facendo riferimento alla Figura:

$$h_1 = R \cdot \sin \beta = 3,00 \cdot 0,50 = 1,50 \text{ m}$$

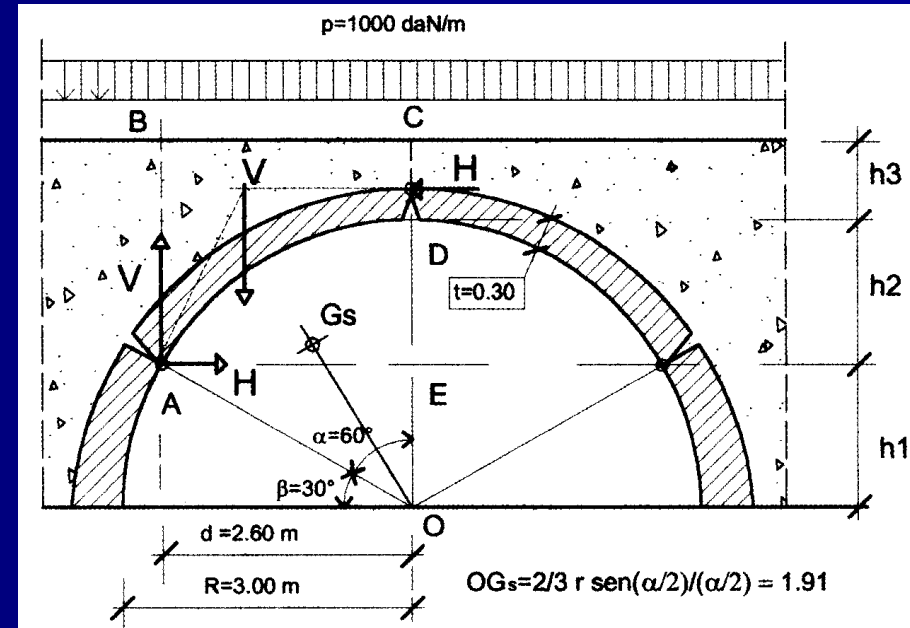
$$h_2 = R - h_1 = 3,00 - 1,50 = 1,50 \text{ m}$$

$$d = R \cdot \cos \beta = 3,00 \cdot 0,867 = 2,60 \text{ m}$$

Si ha poi:

$$h_s = h_2 + h_3 = 1,50 + 0,80 = 2,30 \text{ m}$$

$$h_d = h_1 + h_2 + h_3 = 3,80 \text{ m}$$



Rilievo schematico dell'arco.

(Immagine tratta da Iacobelli, *op. cit.*)

# Esempi di calcolo (15/22)

- Tenuto conto che il peso specifico della muratura vale  $\gamma = 18000 \text{ N/m}^3$  si calcolano i pesi convenzionali facendo riferimento a una profondità  $s$  assunta unitaria e a una porzione di semiarco compreso fra una delle reni e la chiave:

Figura rettangolare ABCE:

$$P_1 = \gamma \cdot h_s \cdot d \cdot s = 18000 \cdot 2,30 \cdot 2,60 \cdot 1,00 = 107640 \text{ N}$$

Figura triangolare OAE:

$$P_2 = (\gamma \cdot h_1 \cdot d \cdot s) / 2 = 18000 \cdot 1,50 \cdot 2,60 \cdot 1,00 / 2 = 35100 \text{ N}$$

Figura del settore circolare OAD, osservando preliminarmente che l'area vale  $A = R^2 \cdot \pi / 6$ , e che la distanza del baricentro dal centro O vale  $R_G = OG_s = (2/3) \cdot R \cdot \sin(\alpha/2) / (\alpha/2)$ . Pertanto:

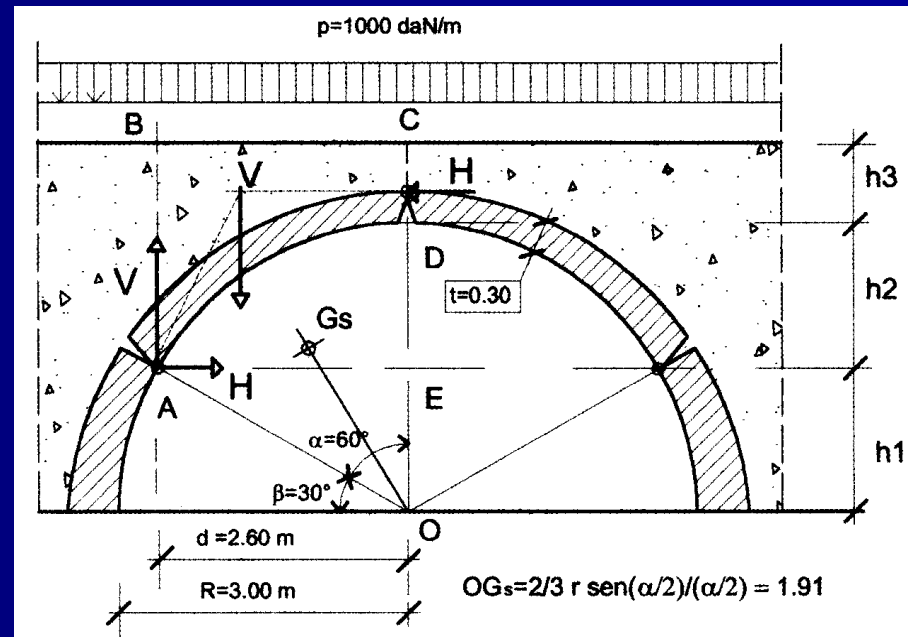
$$A = (3,00)^2 \cdot 3,14 / 6 = 4,71 \text{ m}^2$$

$$R_G = (2/3) \cdot 3,00 \cdot \sin(30^\circ) / (\pi/6) =$$

1,91 m

$$P_3 = \gamma \cdot A \cdot s = 18000 \cdot 4,71 \cdot 1,00 =$$

84780 N



# Esempi di calcolo (16/22)

- Si calcola la risultante  $V$  dei carichi verticali considerando la zona trapezoidale  $OABCD$  e sottraendo a questa quella del settore circolare  $OAD$ , tenuto conto che  $p = q \cdot s = 10000 \text{ N/m}$ :

$$V = P_1 + P_2 - P_3 + p \cdot d = 107640 + 35100 - 84780 + 10000 \cdot 2,60 = 83960 \text{ N}$$

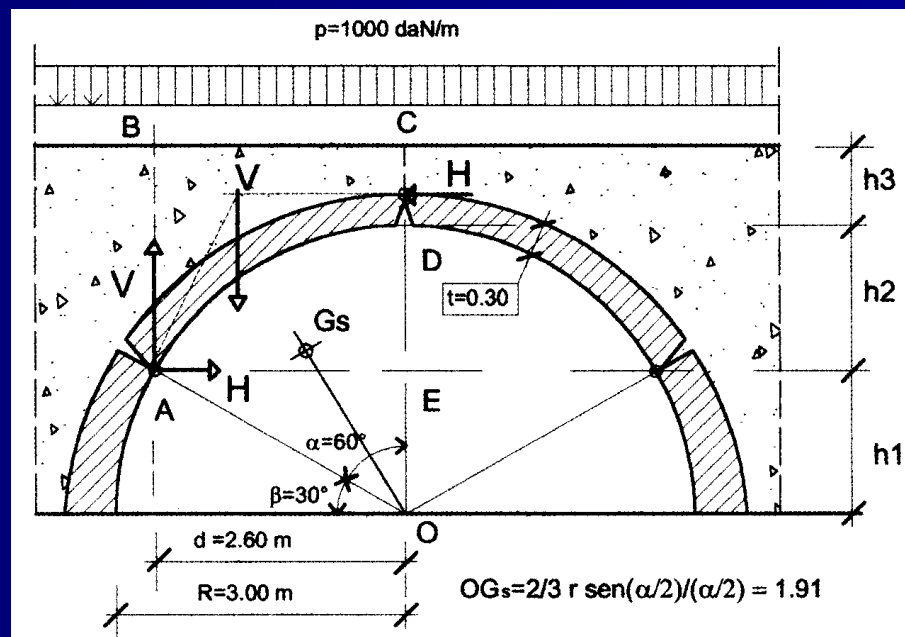
E il momento dei carichi verticali rispetto al polo  $O$ :

$$M_O = P_1 \cdot d/2 + P_2 \cdot d/3 - P_3 \cdot R_G \cdot \sin(30^\circ) + p \cdot d^2/2$$

$$= 107640 \cdot 1,30 + 35100 \cdot 0,87 - 84780 \cdot 1,91 \cdot 0,500 + 10000 \cdot (2,60)^2/2 = 123190 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

Pertanto la risultante  $V$  ha retta d'azione che passa a una distanza  $x$  dal punto  $C$  così definita:

$$x = M_O / V = 1,47 \text{ m}.$$



# Esempi di calcolo (17/22)

- Si calcola il valore della spinta dell'arco imponendo l'equilibrio dei momenti rispetto a una delle reni (A) osservando che la spinta H non dipende dalla forma dell'arco ma soltanto dalla freccia:

$$M_A = -V(d - x) + H(h_2 + t) = 0,$$

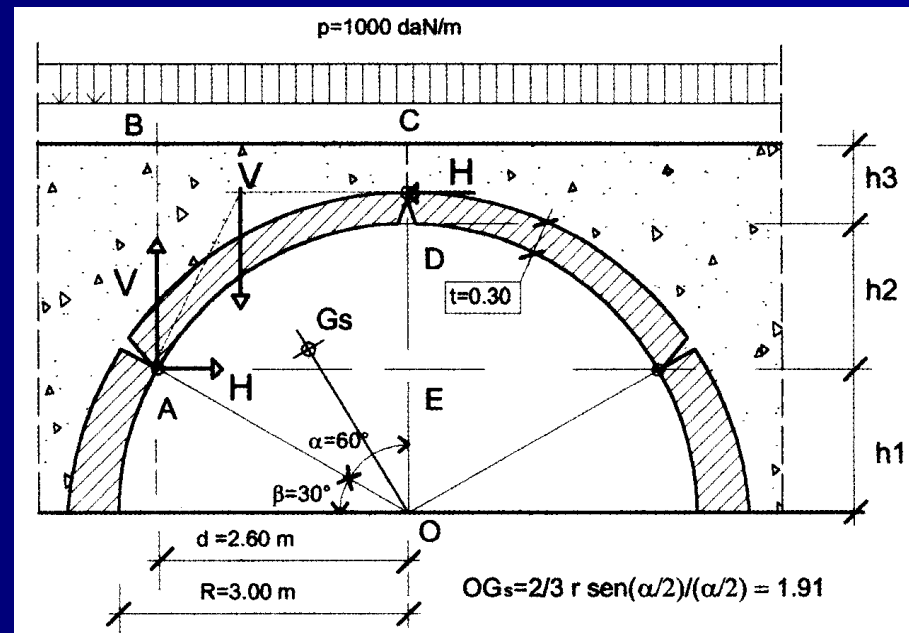
$$H = 1,13 \cdot V / 1,80 = 52837 \text{ N.}$$

Si verifica la sezione di chiave considerando la spinta H applicata al terzo medio superiore; la tensione media vale

$$\sigma_{\text{media}} = H / (t \cdot s) = 52837 / (300 \cdot 1000) = 0,176 \text{ N/mm}^2 = 0,176 \text{ MPa}$$

e la tensione massima è pari a

$$\sigma_{\text{max}} = 2 \cdot \sigma_{\text{media}} = 0,35 \text{ MPa.}$$



# Esempi di calcolo (18/22)

Si passa a calcolare N e T, ovvero le componenti della risultante della spinta H e del carico verticale V proiettate sulla sezione di una delle reni in direzione rispettivamente normale e tangenziale:

$$N = V \cdot \cos(30^\circ) + H \cdot \cos(60^\circ) = 83960 \cdot 0,867 + 52837 \cdot 0,500 = 99130 \text{ N}$$

$$T = V \cdot \sin(30^\circ) - H \cdot \sin(60^\circ) = 83960 \cdot 0,500 - 52837 \cdot 0,867 = -3778 \text{ N}$$

Si verifica la sezione di una delle reni considerando l'azione assiale N applicata al terzo medio inferiore; si osserva che la tensione media vale

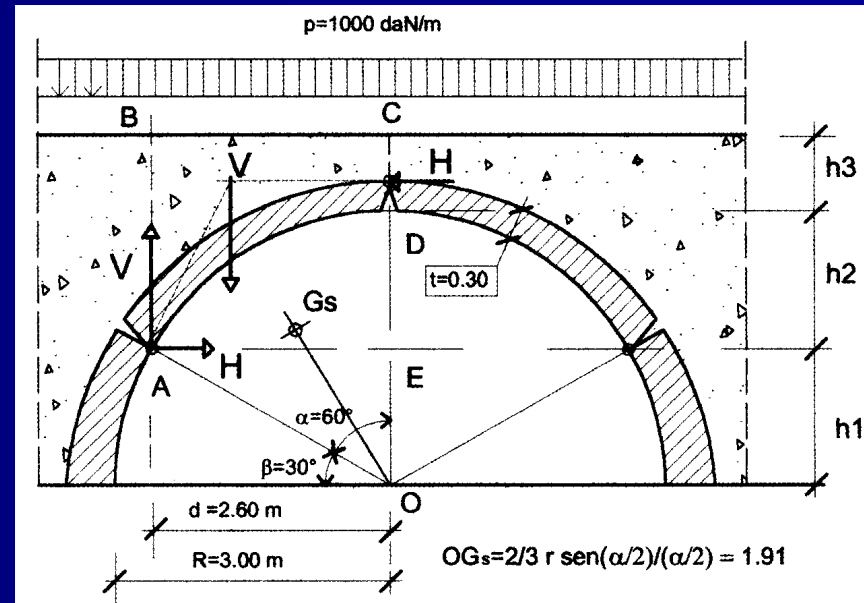
$$\sigma_{\text{media}} = N / (t \cdot s) = 99130 / (300 \cdot 1000) = 0,330 \text{ N/mm}^2 = 0,330 \text{ MPa}$$

e la tensione massima è ancora pari a

$$\sigma_{\text{max}} = 2 \cdot \sigma_{\text{media}} = 0,66 \text{ MPa.}$$

Per una verifica a scorrimento alle reni la forza di attrito massima è pari a  $F_{\text{max}} = \mu \cdot N$ , dove  $\mu = \tan \varphi$  e  $\varphi$ , angolo di attrito interno, si assume prudenzialmente pari a  $30^\circ$ . Pertanto  $\mu = \tan(30^\circ) = 0,577$  e

$$F_{\text{max}} = 0,577 \cdot 99130 = 57232 > T.$$



In seconda approssimazione si dovrebbero ripetere i calcoli, valutando le azioni H, N, T non come si è fatto ma in corrispondenza del terzo medio (superiore nella sezione in chiave, inferiore alle reni).

# Esempi di calcolo (19/22)

## ■ Verifica di un edificio regolare con il metodo semplificato

Si considera l'edificio, del quale sono assegnati pianta e sezione, a struttura portante in muratura, di spessore pari a 0.30 m, realizzato con blocchi di argilla espansa ( $f_{bk} = 4$  MPa, con percentuale di foratura  $\phi = 40\%$ ) legata con malta di classe  $M_3$ .

L'edificio presenta non più di 3 piani fuori terra, ha una pianta regolare, inscrivibile in un rettangolo.

Il rapporto fra i lati  $L_{min} / L_{max} = (11,50 + 1,50) / 16,90 = 13,00 / 16,90 = 1 / 1,30 > 1/3$ .

La snellezza della muratura vale, assumendo a favore di sicurezza  $\rho = 1$ ,  $h_0 / t = 2,70 / 0,30 = 9 < 12$ .

Resta da verificare l'ultimo requisito sull'area resistente dei muri nelle 2 direzioni principali.

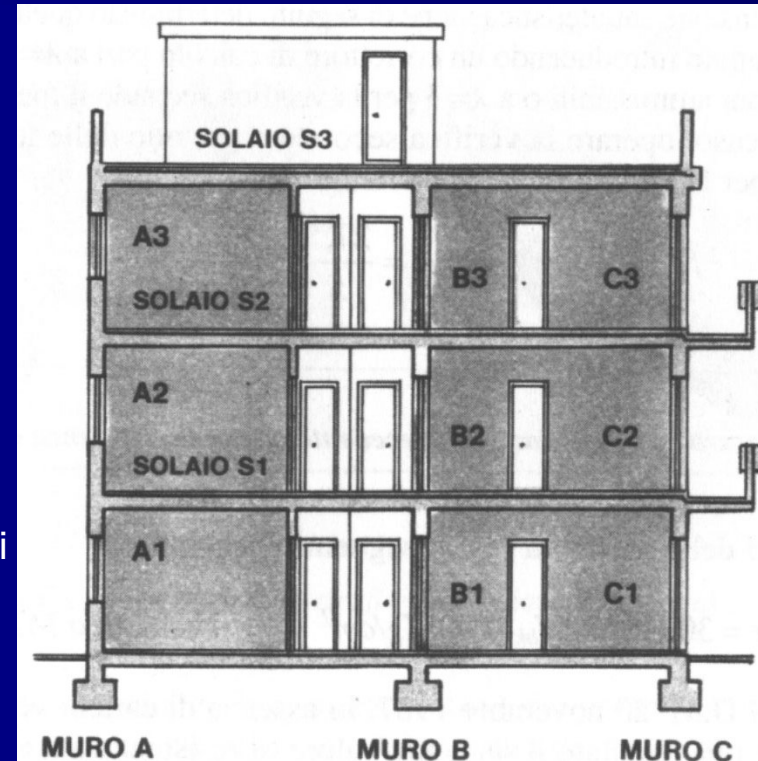
Direzione x (conteggiando solo le porzioni  $> 0,50$  m):

- muro tipo A: lunghezza  $L_A = 9,60$  m
- muro tipo B: lunghezza  $L_B = 13,70$  m
- muro tipo C: lunghezza  $L_C = 11,30$  m

Area totale:

$$A_x = 0,30 (L_A + L_B + L_C) = 0,30 \cdot 34,60$$

$$A_x = 10,38 \text{ m}^2 .$$



Sezione trasversale dell'edificio.

(Immagine tratta da Sbacchis, *op. cit.*)

## Esempi di calcolo (20/22)

- Direzione y (conteggiando solo le porzioni > 0,50 m):
  - muro tipo D (2 elementi): lunghezza  $L_D = 9,80$  m
  - muro tipo E (1 elemento): lunghezza  $L_E = 4,60$  m
  - muro tipo F (2 elementi): lunghezza  $L_F = 4,90$  m
 Area totale:  $A_y = 0,30 (2L_D + L_E + 2L_F) = 0,30 \cdot 33,80$   
 $A_y = 10,14 \text{ m}^2$ .

L'area in pianta dell'edificio, escluse le parti aggettanti, vale:  $A_p = (11,50 \cdot 16,90 - 1,50 \cdot 2,50) = 190,60 \text{ m}^2$ .

Si ha quindi:

$$A_x / A_p = 10,38 / 190,60 = 5,45\% > 5\% ;$$

$$A_y / A_p = 10,14 / 190,60 = 5,32\% > 5\% ,$$

e anche l'ultimo requisito per potere eseguire una verifica con il metodo semplificato è soddisfatto.

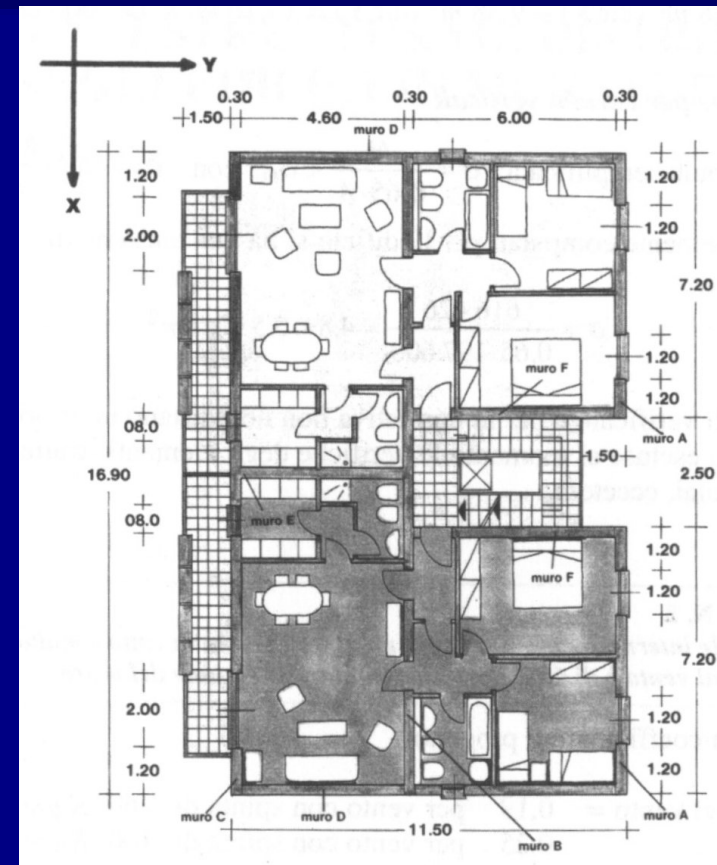
Si osservi che l'area totale della muratura resistente vale:

$$A = A_x + A_y = 10,38 + 10,14 = 20,52 \text{ m}^2 .$$

Per il calcolo della resistenza caratteristica a compressione della muratura si ha, interpolando i dati della Tabella 11.10.V del D.M. 14/01/2008:  $f_k = 2,75 \text{ MPa}$ .

Di qui, per la valutazione della tensione ammissibile si ha:

$$\sigma_m = f_k / 4.2 = 2,75 / 4.2 = 0,65 \text{ MPa}.$$



Pianta del piano tipo dell'edificio.  
(Immagine tratta da Sbacchis, *op. cit.*)

## Esempi di calcolo (21/22)

- Si procede alla determinazione del carico verticale totale N (agente alla quota di verifica, corrispondente alla base del piano inferiore).

Carichi permanenti:

peso dei muri: 8100 N/m (corrispondente a un piano dell'edificio)

peso dei solai: 3000 N/m<sup>2</sup> (inclusivo di scale e balconi)

Carichi accidentali:

solaio di copertura: 1000 N/m<sup>2</sup>

solaio di interpiano: 2000 N/m<sup>2</sup>

balconi e scale: 4000 N/m<sup>2</sup>.

Per il calcolo dei pesi totali si consideri che l'estensione lineare dei muri (compresi i tramezzi) del piano tipo è pari a 82,70 m; l'area totale del solaio di piano (compresi il contributo di scale e balconi) vale 212,35 m<sup>2</sup>; se a questo si sottrae l'area del balcone (21,75 m<sup>2</sup>; si noti che non è presente al piano terreno) e delle scale (12,75 m<sup>2</sup>), si ottiene un'area netta pari a 177,85 m<sup>2</sup>.

Si ottengono così i seguenti pesi totali:

carico permanente muri:  $3 \cdot 82,70 \cdot 8100 = 2009610 \text{ N}$

carico permanente solai:  $4 \cdot 212,35 \cdot 3000 = 2548200 \text{ N}$

carico accidentale copertura:  $1 \cdot 212,35 \cdot 1000 = 212350 \text{ N}$

carico accidentale solai int.:  $3 \cdot 177,85 \cdot 2000 = 1067100 \text{ N}$

carico accidentale balconi:  $2 \cdot 21,75 \cdot 4000 = 174000 \text{ N}$

carico accidentale scale:  $3 \cdot 12,75 \cdot 4000 = 153000 \text{ N}$

che, sommati, forniscono un carico totale  $N = 6164260 \text{ N} = 6,164 \text{ MN}$ .

## Esempi di calcolo (22/22)

- Si procede quindi alla verifica (semplificata) della tensione per carichi verticali, che fornisce:

$$N/(0,65 \cdot A) = 6,164/(0,65 \cdot 20,52) \text{ MPa} = 0,462 \text{ MPa} < 0,65 \text{ MPa} = \sigma_m.$$

L'edificio è quindi verificato e per la normativa non sono richieste ulteriori verifiche (a pressoflessione o a taglio) sulle parti strutturali in muratura.

Resta inteso che non possono però essere escluse le ulteriori verifiche sui singoli elementi strutturali come cordoli, balconi, solai.

# Riferimenti bibliografici e iconografici

- A. Acocella-a, *L'architettura del mattone faccia a vista*, Laterconsult: Roma, 1989.
- A. Acocella-b, *L'architettura di pietra*, Lucense-Allinea: Firenze, 2004.
- A. Baratta, F. Nesi, *Progettare e costruire con la muratura armata*, *Costruire in laterizio* 134,48-53, 2010.
- L. Boscotrecase, F. Piccarreta, *Edifici in muratura in zona sismica*, Flaccovio: Palermo, 2006.
- I.V. Carbone, A. Fiore, G. Pistone, *Le costruzioni in muratura*, Hoepli: Milano, 2001.
- M. Como, *Statica delle costruzioni storiche in muratura. Archi, volte, cupole, architetture monumentali, edifici sotto carichi verticali e sotto sisma*, Aracne: Roma, 2010.
- L. Corradi, *Meccanica delle Strutture vol. III – La valutazione delle capacità portante*, McGraw-Hill: Milano, 1994.
- A.W. Hendry, P.B. Sinha, S.R. Davies *Progetto di strutture in muratura (II ed.)*, Pitagora: Bologna, 2002.
- F. Iacobelli, *Progetto e verifica delle costruzioni in muratura in zona sismica (IV ed.)*, EPC Libri: Roma, 2006.
- S. Sbacchis, *Elementi strutturali negli edifici in muratura*, Grafill: Palermo, 2001.
- P.G. Touliatos, *Seismic behaviour of traditionally-built constructions. Repair and Strengthening*. In Petrini V. and Save M., editors, *Protection of the architectural heritage against earthquakes*, pages 57-69, Springer: New York, 1996.