

Statica per l'edilizia storica

Università degli Studi di Cagliari
Corso di Laurea Magistrale in
Architettura
A.A. 2014-2015

Prof. ing. Antonio Cazzani, Dr. ing. Flavio Stochino

antonio.cazzani@unica.it

<http://people.unica.it/antoniocazzani/ses/>

Lezione 10 – La statica dell'arco (Parte 3)

Sommario

- Il metodo di Mery
 - Modalità operative
 - Riepilogo delle proprietà

- Interpretazione delle lesioni negli archi mediante il metodo di Mery
 - I tipi di lesioni
 - La curva delle pressioni in prossimità delle lesioni
 - Casi tipici di archi lesionati

- Estensioni del metodo di Mery
 - Il caso di archi a sesto acuto e a sesto ribassato
 - La verifica dei piedritti e le verifiche di stabilità

- Applicazioni
 - Confronti fra le prestazioni di archi a tutto sesto e a sesto acuto
 - Verifica di una parete dotata di aperture
 - Verifica di volte a crociera e di cupole

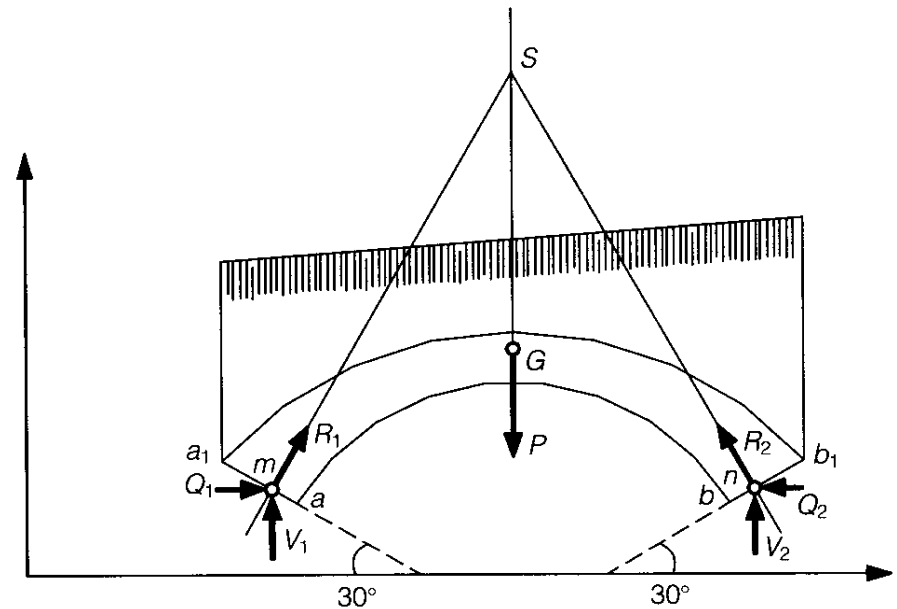
Il metodo di Mery: riepilogo (1/4)

In base al modello di rottura degli archi proposto da Mascheroni e confermato sperimentalmente da Boistard, definiti i giunti alle reni (i due letti inclinati di 30° sull'orizzontale), la porzione muraria inferiore a questi viene considerata parte integrante dei piedritti, mentre i piani coincidenti con i giunti si assumono inamovibili.

È così individuato l'elemento strutturale del quale vanno studiate le condizioni statiche.

Le azioni da considerare sono tre: la risultante dei carichi, \mathbf{P} e le due reazioni \mathbf{R}_1 ed \mathbf{R}_2 passanti per i piani di appoggio alle reni.

Per risolvere il problema (iperstatico) si devono conoscere i punti m ed n per i quali passano le reazioni e il punto S dove le tre forze convergono.



Condizioni di equilibrio di un arco sotto carichi qualsiasi: è indicata solo la porzione posta al di sopra delle reni.

(Immagine tratta da Carbone *et al.*, *op. cit.*)

Il metodo di Mery: riepilogo (2/4)

In condizioni di simmetria geometrica e di carico è sufficiente studiare la metà della struttura; per ragioni di simmetria la spinta in chiave, \mathbf{Q} , deve essere orizzontale.

Si fissa il punto di applicazione della spinta, n_0 ; componendo la spinta \mathbf{Q} con la risultante dei carichi relativa a metà struttura, \mathbf{P}' , si determina la azione dell'arco sulla sezione alle reni, aa_1 .

Il problema dell'equilibrio dipende solo dai punti m e n_0 per i quali passano le reazioni vincolari \mathbf{R}_1 e la spinta stessa.

Se si vuole che la spinta in chiave sia minima, in accordo con il principio della minima pressione, per l'equazione di equilibrio alla rotazione attorno al punto m deve essere:

$$\mathbf{P}'p - \mathbf{Q}q = 0,$$

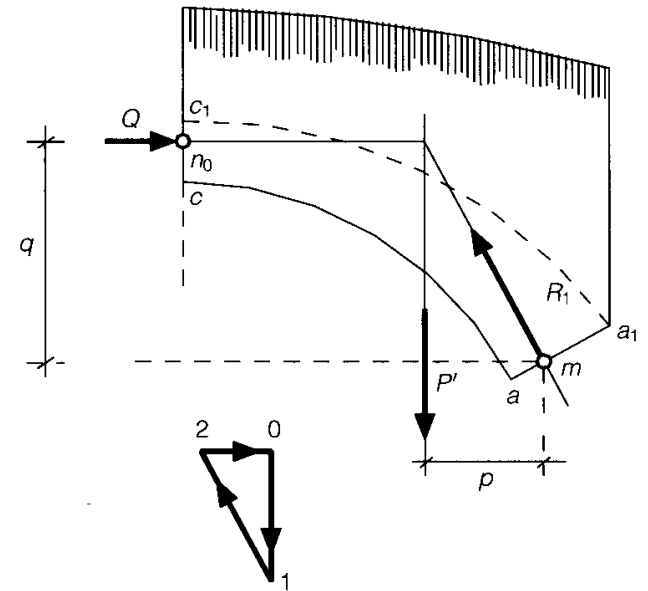
cioè $\mathbf{Q} = \mathbf{P}'p/q$.

Ciò significa che quando q è massimo e p è minimo, \mathbf{Q} assume il valore minimo.

Di conseguenza la spinta è minima quando si ha:

$$n_0 = c_1 \text{ e } m = a.$$

Condizioni di equilibrio di un arco simmetrico soggetto a carichi simmetrici: è sufficiente considerare la porzione posta tra una delle reni e la sezione di chiave.



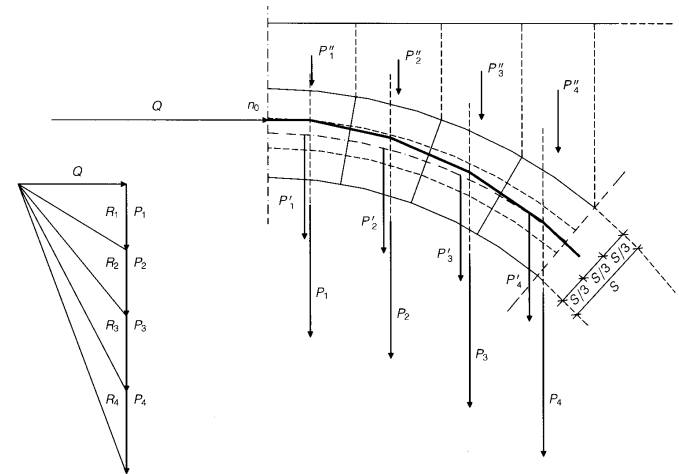
(Immagine tratta da Carbone *et al.*, *op. cit.*)

Il metodo di Mery: riepilogo (3/4)

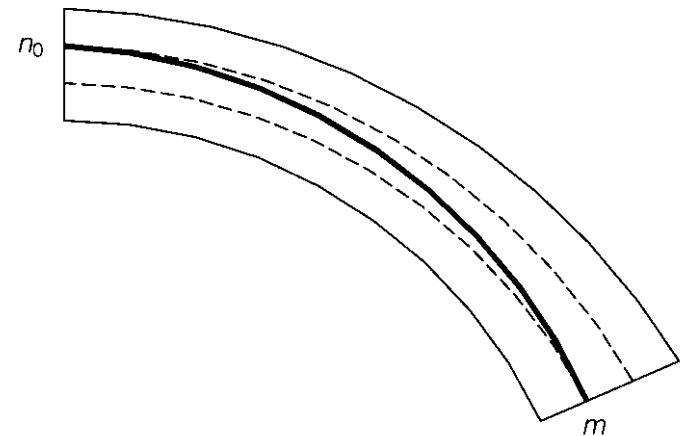
Il metodo di verifica dovuto a Mery consiste nella costruzione della curva delle pressioni (ovvero nel poligono delle successive risultanti) relativo al sistema dei carichi corrispondenti ai singoli conci, nell'ipotesi che il primo e l'ultimo lato passino per punti prefissati in chiave e alle reni (che costituiscono la sezione di imposta della porzione di arco considerata).

In condizioni ideali la curva delle pressioni deve essere contenuta nel fuso individuato dal terzo medio delle sezioni, per garantire che le sezioni siano interamente reagenti (non parzializzate) e l'arco non subisca fessurazioni; inoltre la curva delle pressioni non deve mai incontrare la perpendicolare a ogni giunto sotto un angolo maggiore di quello d'attrito, per garantire che non si possano avere scorrimenti.

(Immagini tratte da
Carbone *et al.*, *op. cit.*)

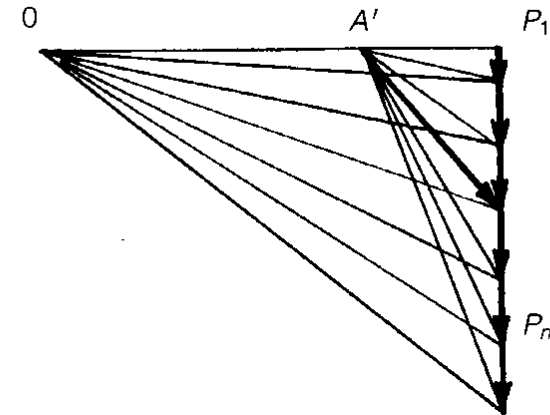
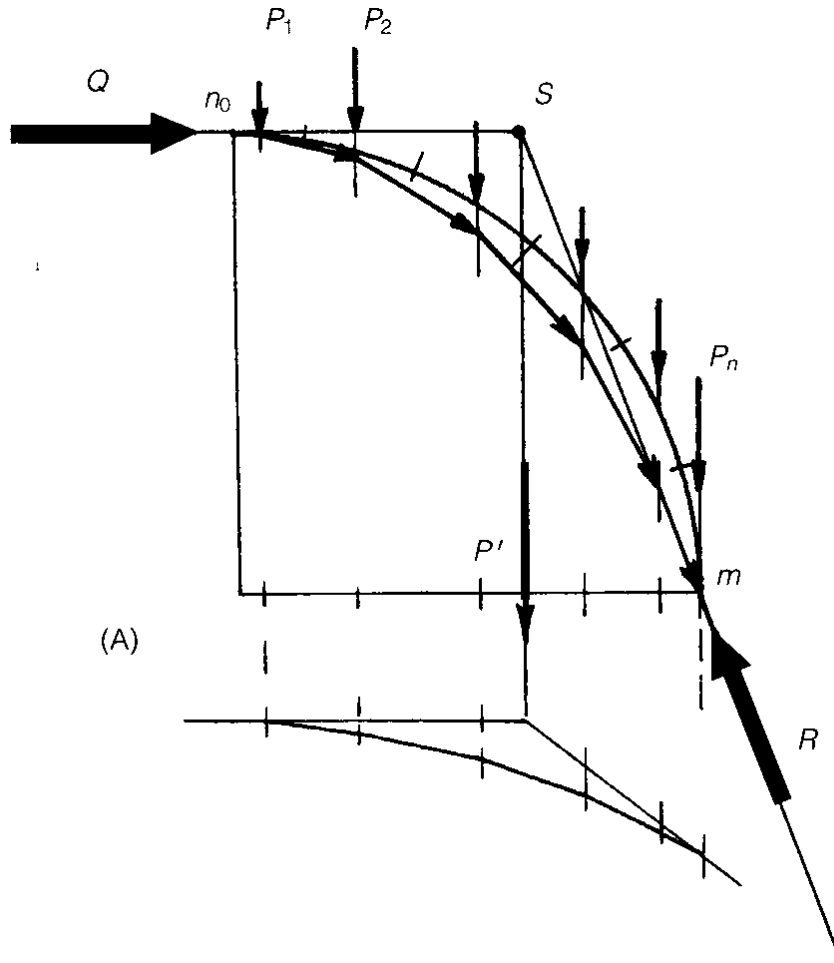


Costruzione della curva delle pressioni per un arco.



Il canale statico individuato dal terzo medio delle sezioni.

Il metodo di Mery: riepilogo (4/4)



- Definito un polo 0, si costruisce il poligono delle forze (A) per determinare la posizione della risultante P' .
- Nota la retta d'azione della risultante P' , definito il punto di passaggio della spinta Q , si individua il punto S intersezione delle rette d'azione di P' e Q .
- Definito il punto di passaggio della reazione R in chiave, la congiungente del punto così definito con S individua la retta d'azione della risultante R .
- Condotta sulla costruzione del poligono la parallela a R , si individua il nuovo polo A' , che consente la costruzione del poligono funicolare.

Costruzione della curva delle pressioni: sintesi del procedimento.

(Immagine tratta da Carbone *et al.*, *op. cit.*)

Proprietà della curva delle pressioni (1/5)

La curva delle pressioni risulta determinata quando si abbiano tre punti per i quali essa deve passare.

È sufficiente considerare che il poligono funicolare passante per 3 punti è unico.

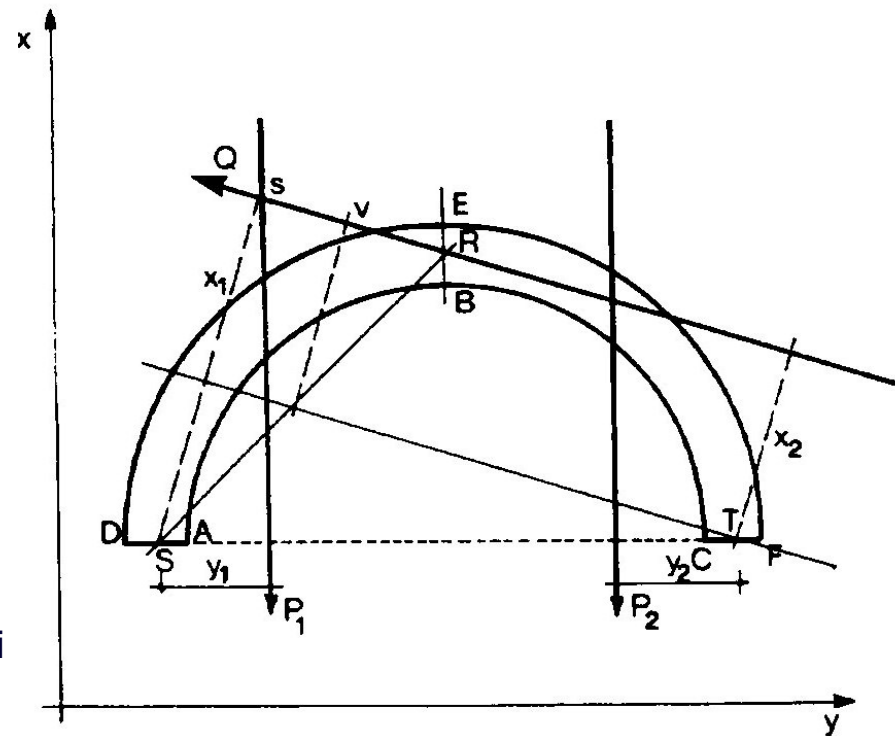
In alternativa: se la spinta in chiave **Q** è applicata in R e le reazioni d'imposta sono applicate in T e in S, la curva delle pressioni deve così passare per R, S, T.

Siano **P₁** e **P₂** le risultanti di tutte le azioni applicate ai due semiarchi ABED e BCFE (sempre note), y_1 e y_2 le distanze di **P₁** e **P₂** da S e da T, x_1 e x_2 le distanze di **Q** da S e da T.

Per equilibrio deve essere:

$$Qx_1 = P_1y_1 \text{ e } Qx_2 = P_2y_2$$

e dunque $x_1/x_2 = (P_1/P_2)(y_1/y_2)$; ciò consente di determinare la direzione di **Q** mediante il rapporto delle sue distanze dai punti fissi S, T.



Curva delle pressioni passante per 3 punti.
(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Proprietà della curva delle pressioni (2/5)

Preso ora un punto V sulla retta RS tale che $RS:RV = x_1/x_2$, si tracciano da S e V due perpendicolari nella direzione RQ, dette rispettivamente Ss e Vv.

Ne segue che

$$Ss/Vv = Rs/Rv = x_1/x_2.$$

Quindi la direzione VT segue la direzione di **Q**.

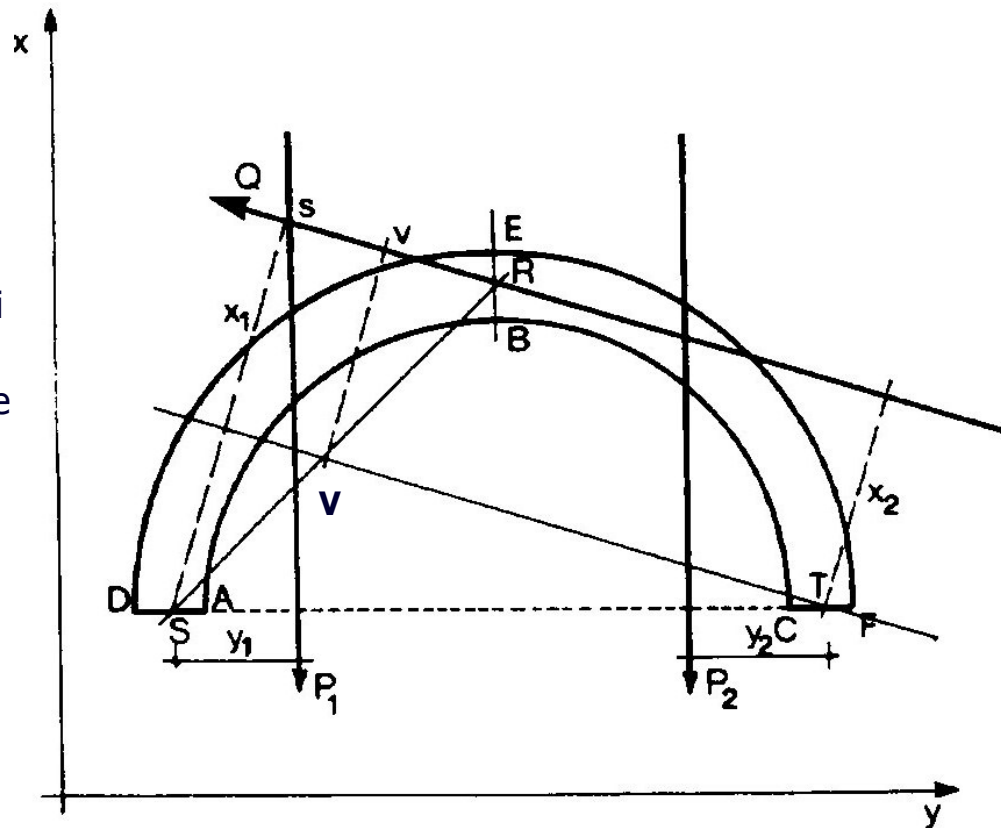
In questo modo si determina univocamente la spinta **Q** in modulo, direzione e verso noti i tre punti R, S, T.

Se si ha simmetria geometrica e di carico, si ha

$$P_1 y_1 = P_2 y_2$$

e la spinta risulta orizzontale.

In queste condizioni si può considerare solo uno dei due semiarchi.



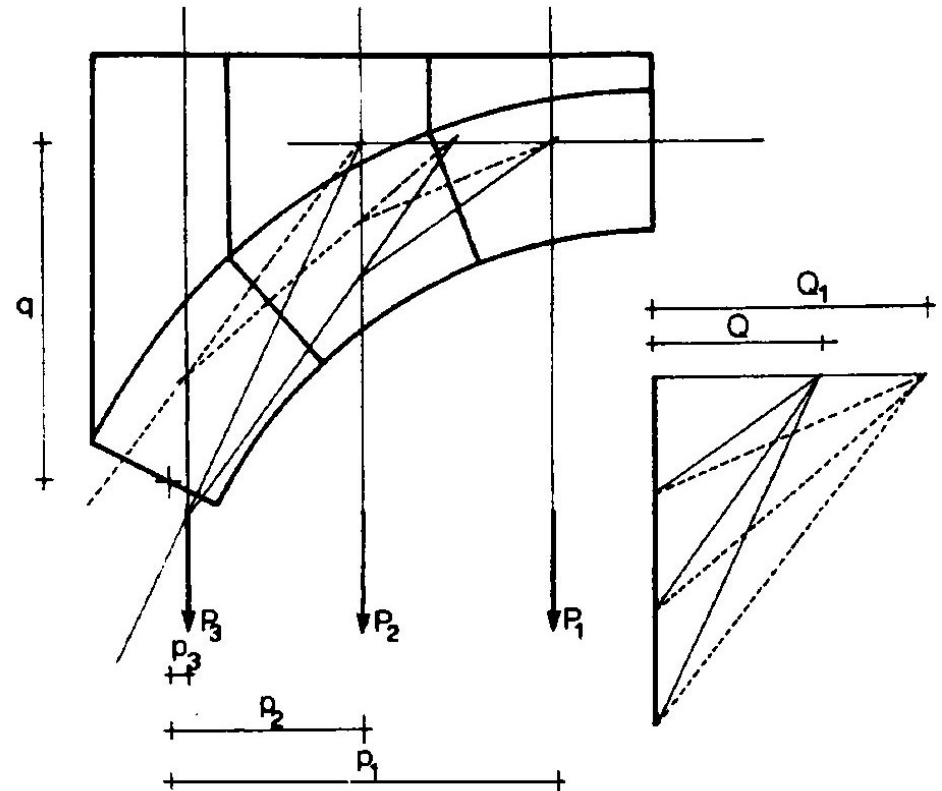
Curva delle pressioni passante per 3 punti.
(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Proprietà della curva delle pressioni (3/5)

1. Se si considerano due curve delle pressioni passanti per uno stesso punto, tutti gli altri punti comuni (ottenuti prolungando i lati che si corrispondono) sono su una retta orizzontale passante per il primo punto.

È sufficiente intendere la curva delle pressioni come un poligono funicolare e tenere conto che vale il teorema di Culmann (i lati corrispondenti di due poligoni funicolari relativi a poli distinti si incontrano su una retta parallela alla congiungente i due poli).

Se si ricorda che il primo lato della curva delle pressioni risulta, per costruzione, orizzontale la retta di Culmann deve essere, in questo caso, orizzontale.



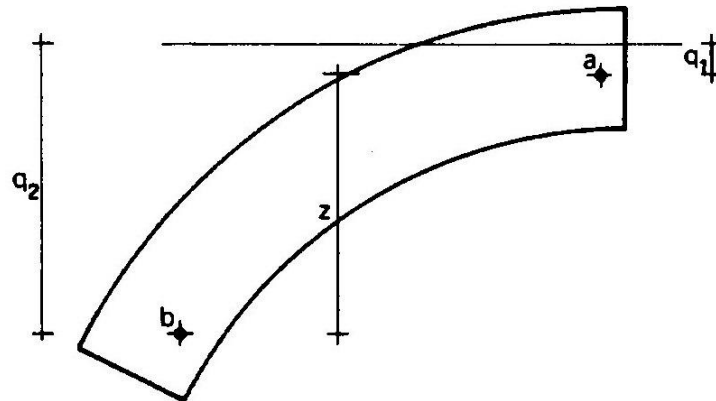
Curve delle pressioni passanti per uno stesso punto e retta di Culmann.
(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Proprietà della curva delle pressioni (4/5)

2. Due punti posti non alla stessa altezza determinano una sola curva delle pressioni. È la proprietà che consente di applicare in via diretta il metodo di Mery: dimostrarne la validità, si accerta l'unicità della soluzione di Mery.

Per l'equilibrio dei momenti rispetto al punto **a** deve risultare: $Qq_1 = P_1p_1$, mentre l'equilibrio rispetto al punto **b** richiede che sia: $Qq_2 = P_2p_2$. Se z denota la differenza di quota fra **a** e **b**, si ha $q_2 = z + q_1$ e dunque $Qz = P_2p_2 - P_1p_1$, ovvero $Q = (P_2p_2 - P_1p_1)/z$.

Se la spinta **Q** è nota, non è possibile tracciare che una sola curva delle pressioni, poiché **Q** è costante. Essendo poi **Q** la base di riduzione del poligono delle forze, il poligono funicolare sarà unico, ed essendo coincidente con la curva delle pressioni ne consegue l'unicità di questa.

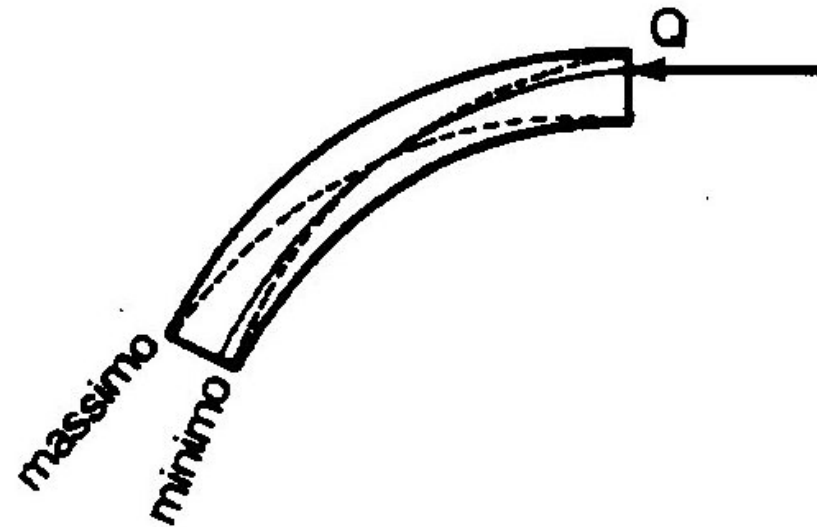


Curve delle pressioni passante per 2 punti a diversa quota.

(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Proprietà della curva delle pressioni (5/5)

- 3 Aumentando o diminuendo l'intensità della spinta, Q , (a parità di punto di applicazione) la curva delle pressioni si innalza o si abbassa.
- 4 L'equilibrio dei momenti dà: $Qq = Pp = \text{const}$; ne segue che se Q aumenta q deve diminuire e viceversa.
- 5 Cambiando il punto di applicazione della spinta (a parità di intensità) la curva delle pressioni si sposta parallelamente a se stessa.
- 6 Fra tutte le curve delle pressioni possibili per un arco ve ne sono due, notevoli, corrispondenti una, Q_{max} , alla massima, l'altra, Q_{min} , alla minima spinta.
- 7 La curva di massima spinta è tangente alla linea d'intradosso in chiave e a quella d'estradosso alle reni; la curva di minima spinta è invece tangente alla linea d'estradosso in chiave e alla linea di intradosso alle reni.
- 8 Non esistono curve delle pressioni contenute nello spessore dell'arco per valori di Q superiori a Q_{max} o inferiori a Q_{min} .



Curve delle pressioni corrispondenti ai valori minimo e massimo della spinta in chiave.

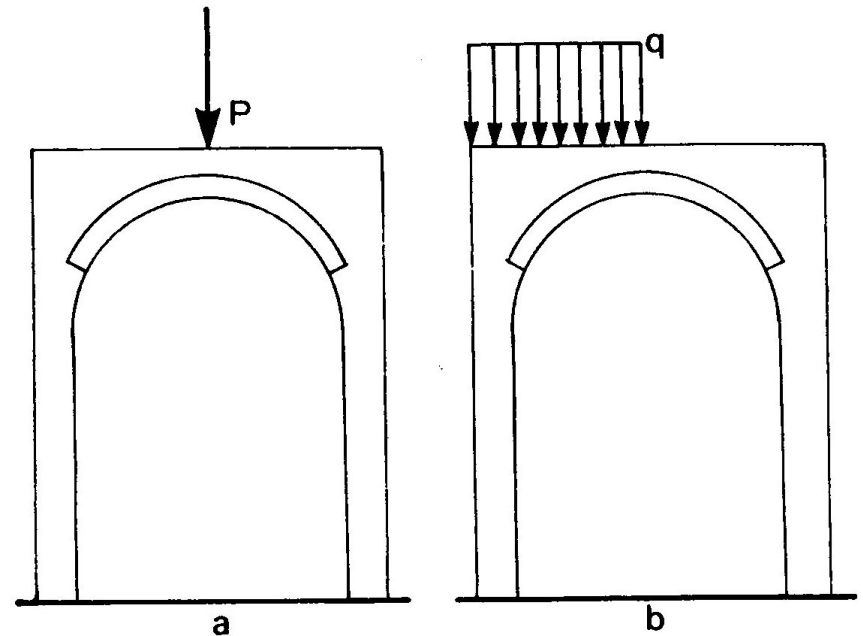
(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Lesioni negli archi (1/11)

La linea delle pressioni può essere usata anche come supporto alla diagnostica delle lesioni: la forma del poligono funicolare, può permettere di valutare il tipo di lesione ed il meccanismo che la ha generata.

Le lesioni che interessano questa trattazione possono essere divise in tre gruppi:

- Lesioni dovute a trazione
- Lesioni dovute a taglio
- Lesioni dovute a cedimenti fondali, o a parti di struttura cui è vincolato l'arco.



(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

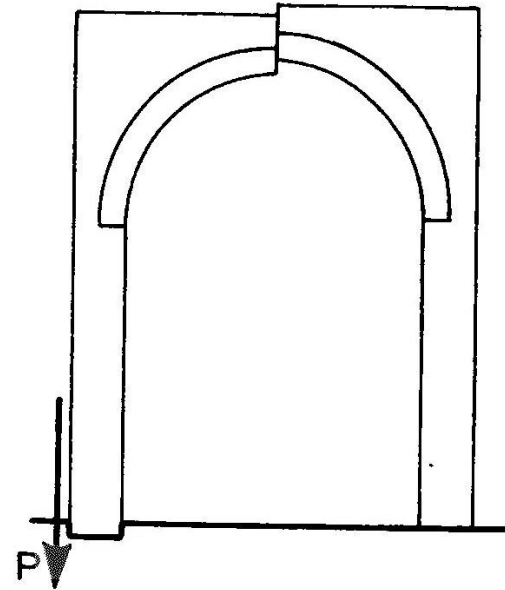
Con riferimento alla figura, la presenza di un forte carico concentrato o il raddensamento del carico distribuito su parte dell'arco, possono generare una lesione da scorrimento.

Lesioni negli archi (2/11)

La lesione da trazione si presenta aperta, la sezione risulta chiaramente parzializzata. Al contrario la lesione da taglio (scorrimento), si presenta con i due cigli traslati uno rispetto all'altro, ma pur sempre a contatto.

In figura si vede che un cedimento fondale (traslazione rigida), provoca una lesione da scorrimento.

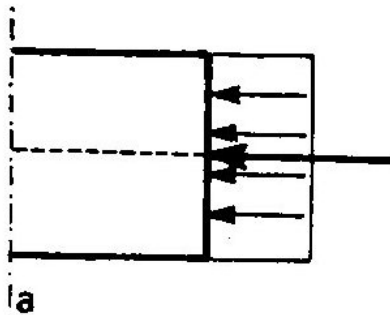
Di seguito si cercherà di classificare la curva delle pressioni in funzione delle lesioni che descrive.



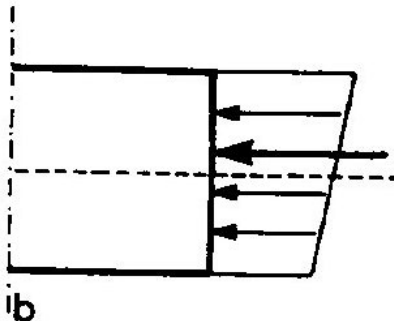
(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Lesioni negli archi (3/11) - casi attribuibili a trazione

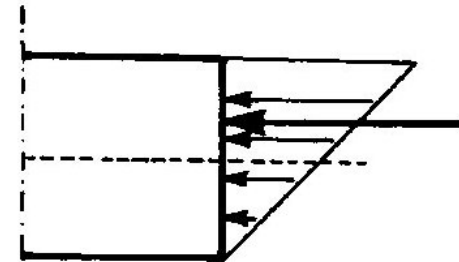
(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)



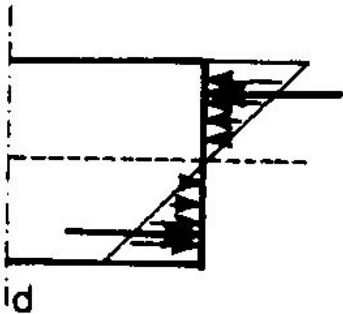
a
Azione assiale semplice



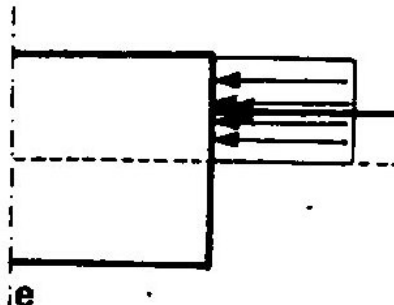
b
Pressoflessione con risultante all'interno del nocciolo



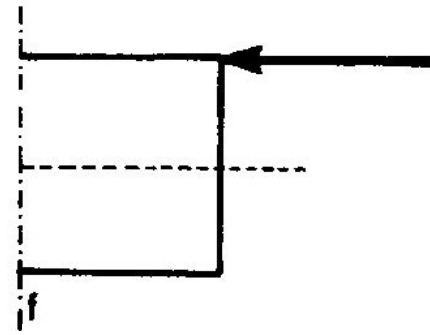
c
Pressoflessione con risultante al bordo del nocciolo



d
Pressoflessione con risultante all'esterno del nocciolo



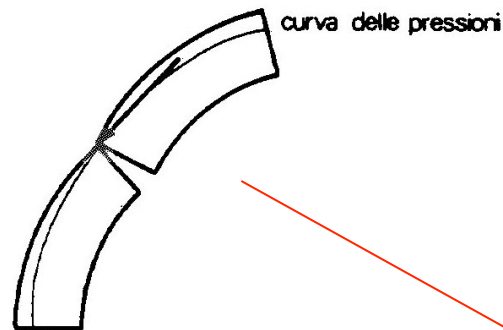
e
Pressoflessione con risultante all'esterno del nocciolo, plasticizzazione delle fibre compresse



f
Pressoflessione: limite di concentrazione sforzi sulla fibra esterna

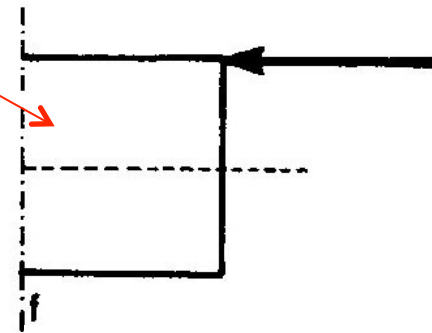
Lesioni negli archi (4/11) - casi attribuibili a trazione

(Immagini tratte da Pozzi, *op. cit.*)



Caso limite con lesioni già fortemente aperte che permettono passaggio degli sforzi attraverso una superficie molto ristretta

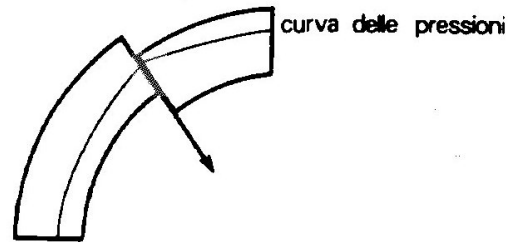
Metodo di Mery: situazioni limite della sezione di rottura.



Pressoflessione: limite di concentrazione sforzi sulla fibra esterna

Lesioni negli archi (5/11) – casi attribuibili a taglio

(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)



L'azione tagliante produce scorrimento delle fibre generando sforzi tangenti alle sezioni che subiscono lo spostamento.

Nel caso di archi, tale forza tagliante si manifesta quando vengono violate le ipotesi di Mery per:

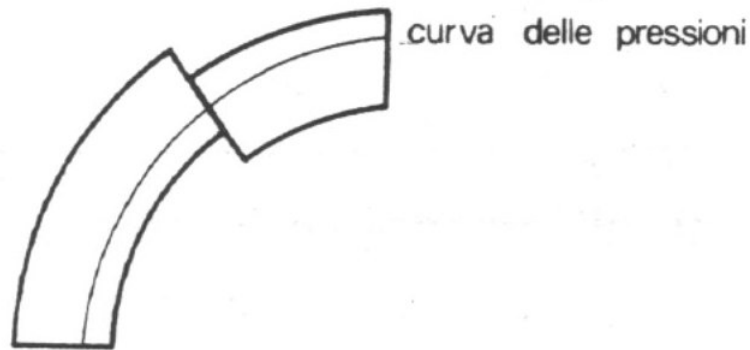
- Assenza di simmetria dei carichi;
- Azione di un forte carico concentrato;
- Carichi distribuiti su una sola parte dell'arco.

Metodo di Mery: lesione prodotta dall'azione tagliante.

Nella pratica questo accade ad esempio quando le sovrastrutture (per una qualsiasi ragione) vanno a gravare su una parte limitata dell'arco generando una rottura a taglio.

La caratteristica comune alle cause che generano rottura per taglio è il fatto che la curva delle pressioni subisce un brusco cambiamento di direzione.

Lesioni negli archi (6/11) – casi attribuibili a cedimenti

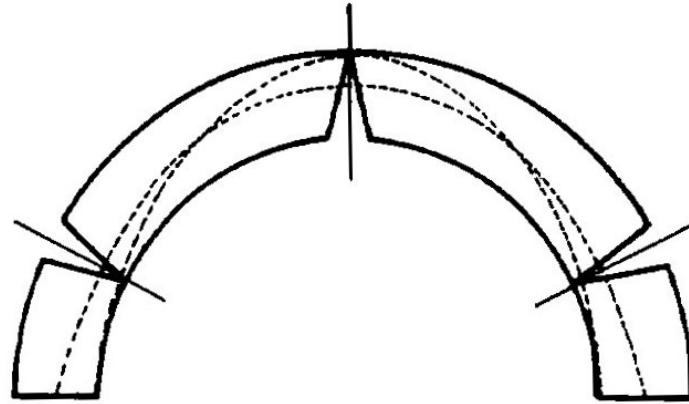


(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Se la struttura ad arco manifestasse la tipica lesione da scorrimento e la curva delle pressioni non presentasse discontinuità si potrebbe affermare che il fenomeno fessurativo è dovuto ad un cedimento dei vincoli dell'arco.

La curva delle pressioni permette, con una certa precisione di distinguere tra casi di scorrimento dovuti a taglio e casi dovuti al cedimento di altre parti della struttura.

Lesioni negli archi (7/11)



(Immagine tratta da Pozzi,
op. cit.)

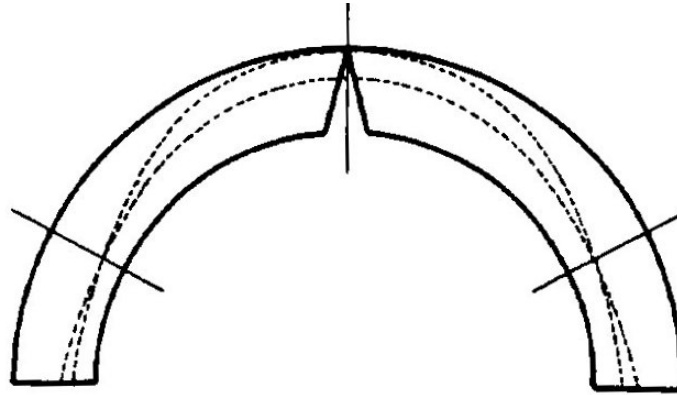
Metodo di Mery: arco lesionato secondo il modello canonico.

Quadro canonico di lesioni secondo Mery.

1) Se le lesioni sono di apertura molto limitata significa che la curva delle pressioni è di poco fuori il terzo medio. In tal caso si potranno mantenere i punti di passaggio nell'intorno delle posizioni classiche.

2) Se le lesioni fossero completamente aperte si avrebbe un tangibile spostamento dei centri di pressione. In tal caso si possono tracciare la curva di pressione canonica ed una che passa all'estradosso in chiave e all'intradosso alle reni. In questa fascia di variabilità si collocherà la vera curva delle pressioni.

Lesioni negli archi (8/11)



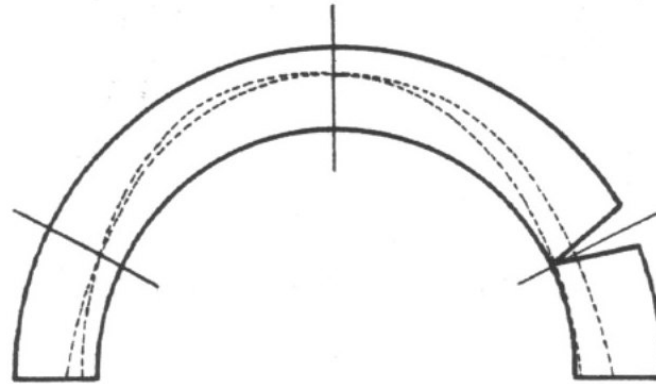
(Immagine tratta da Pozzi,
op. cit.)

Metodo di Mery: arco lesionato in chiave ed integro alle reni.

Si ha una sola lesione in chiave e l'arco ha ancora alcune risorse di stabilità. In corrispondenza della sezione lesionata è noto il punto di passaggio (o in posizione canonica o all'estradosso).

Nelle reni, in assenza di lesioni, restano valide le ipotesi di Mery. Ancora una volta converrà studiare la stabilità con una fascia che individua la zona probabile in cui si trova la vera curva delle pressioni.

Lesioni negli archi (9/11)



(Immagine tratta da Pozzi,
op. cit.)

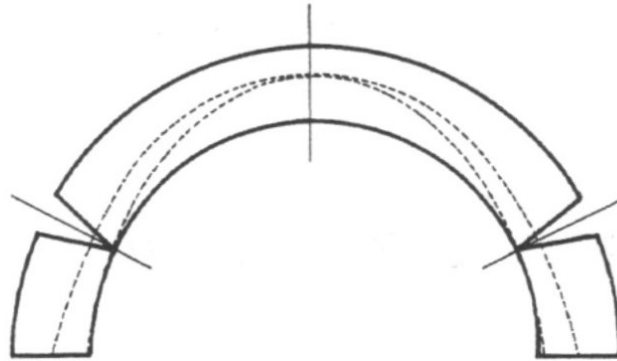
Metodo di Mery: arco lesionato ad un rene ed integro in chiave

In maniera inversa rispetto a prima si presenta una sola lesione all'altezza delle reni.

Si riterranno zone di probabile fessurazione l'intorno della sezione di chiave e l'intorno della sezione disposta simmetricamente rispetto a quella già lesionata.

La vera curva delle pressioni si troverà tra la curva canonica e quella passante all'intradosso in corrispondenza della sezione lesionata.

Lesioni negli archi (10/11)



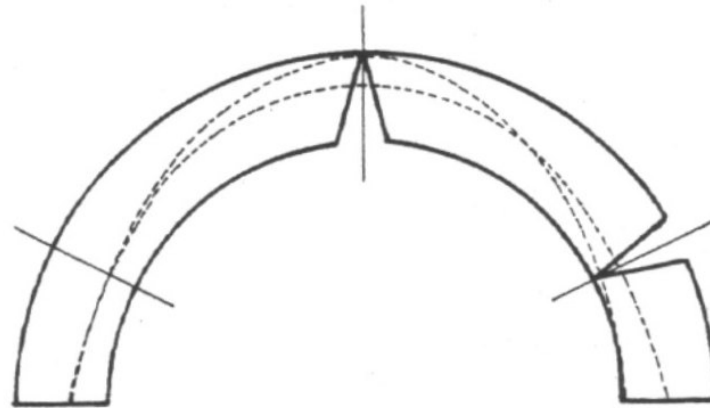
(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Metodo di Mery: arco lesionato alle reni ed integro in chiave.

Stavolta l'arco presenta due lesioni all'altezza delle reni. La curva delle pressioni passerà all'altezza del terzo medio in chiave. Quanto al passaggio nelle sezioni lesionate avremo due situazioni estreme: una al limite inferiore del terzo medio, l'altra all'intradosso.

La vera curva delle pressioni, con buona approssimazione si troverà tra le due estreme già menzionate.

Lesioni negli archi (11/11)



(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

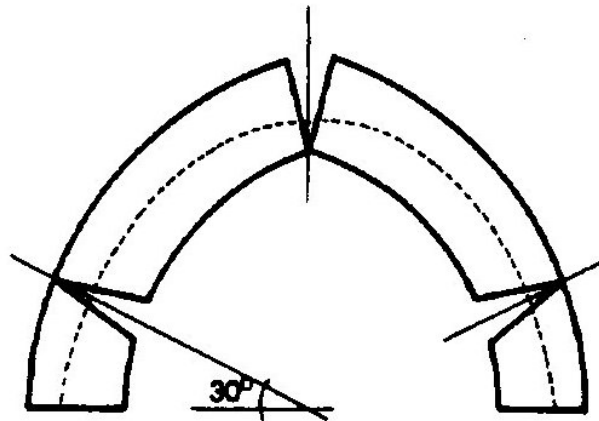
Metodo di Mery: arco lesionato in chiave ed a un rene

Con questa situazione fessurativa sarà necessario individuare due curve limite: una passante per i punti canonici di Mery ed una passante per i punti di intradosso al rene e di estradosso in chiave.

La vera curva delle pressioni si troverà, con buona approssimazione, nella fascia individuata dalle due curve appena descritte.

Estensione del metodo di Mery agli archi a sesto acuto

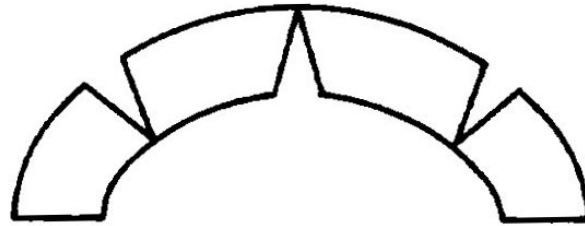
Tenendo conto delle differenti caratteristiche del meccanismo di rottura per un arco a sesto acuto (lesione all'estradosso in chiave ed all'intradosso alle reni), la curva delle pressioni avrà come punti di passaggio il terzo medio inferiore in chiave, terzo medio superiore alle reni.



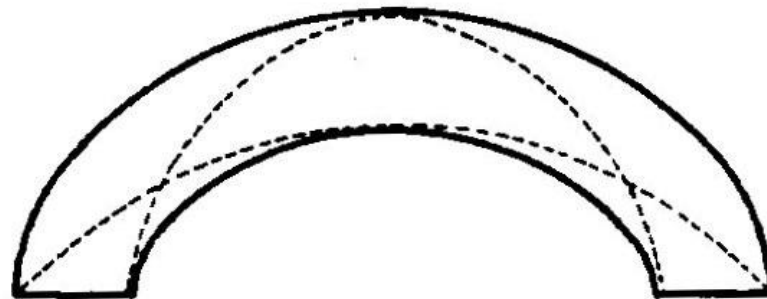
(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Estensione del metodo di Mery agli archi a sesto ribassato

(Immagini tratte da Pozzi, *op. cit.*)



Il meccanismo di rottura per gli archi a sesto ribassato verterà su tre lesioni poste nelle ormai note posizioni. Nel caso in cui l'arco tendesse a diventare una piattabanda sarà necessario costruire le curve di pressioni minime e massime: la prima passerà per l'intradosso alle reni e per l'estradosso in chiave, viceversa la seconda passerà per l'estradosso alle reni e per l'intradosso in chiave.



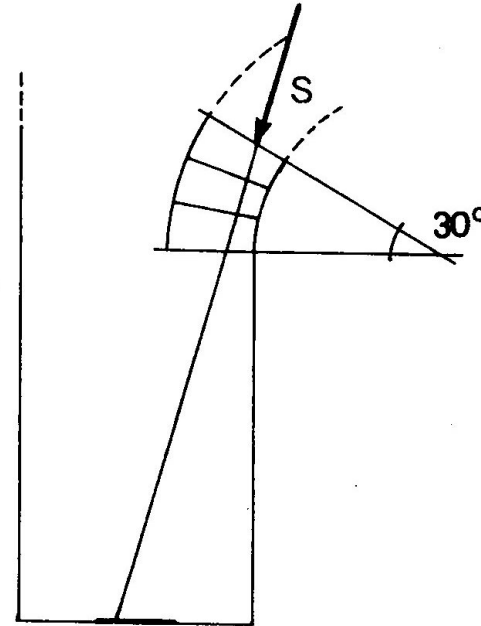
Verifica dei piedritti (1/5)

(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Affinché sussista l'equilibrio è necessario che la spinta determinata con la costruzione della curva delle pressioni venga ricevuta e contenuta dal piedritto, cui l'arco è vincolato.

La risultante complessiva dovrà essere compresa alla base del piedritto, nel terzo medio dello spessore.

Questa condizione permette di progettare lo spessore del piedritto o di verificarne agevolmente la stabilità qualora si operasse sul costruito.



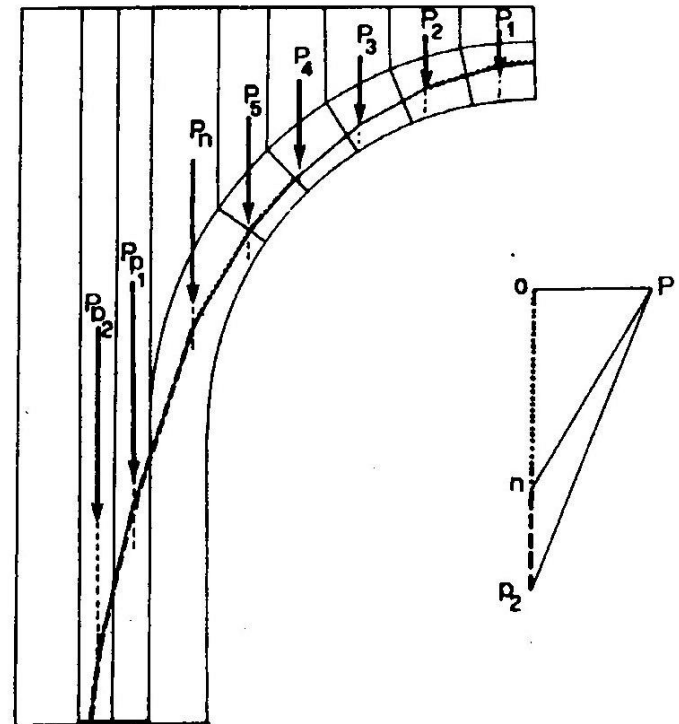
Metodo di Mery: progetto del piedritto. Non tiene conto inizialmente del peso

Verifica dei piedritti (2/5)

In pratica, costruita la linea delle pressioni come spiegato precedentemente, si compone la spinta alle reni con i pesi che gravano direttamente sul piedritto e si prolunga questa risultante fino ad intersecare il piano della fondazione. Questa intersezione stabilisce il limite del terzo medio della base di fondazione.

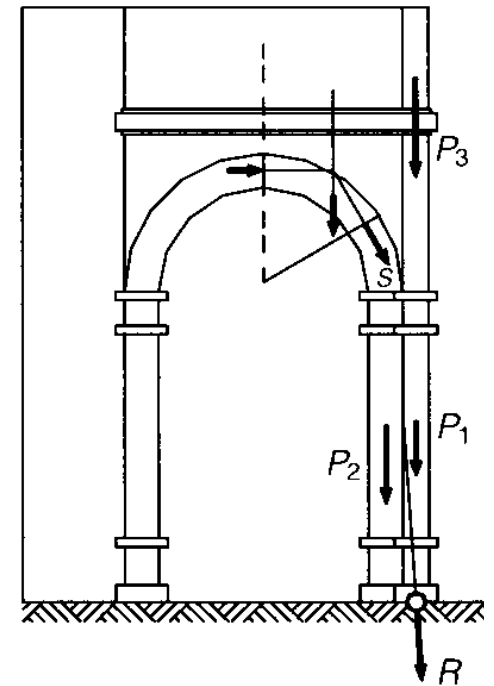
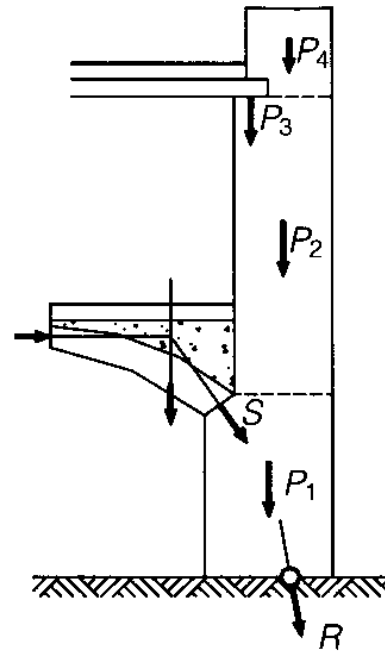
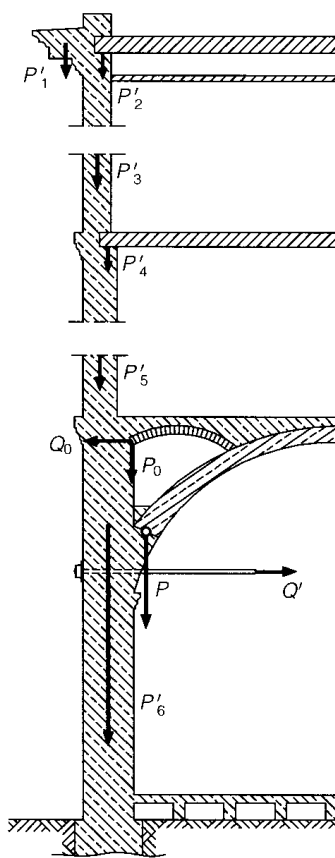
In questa costruzione si prescinde dal peso proprio del piedritto a vantaggio di sicurezza.

(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)



Verifica dei piedritti (3/5)

(Immagini tratte da Carbone, *op. cit.*)



Alcuni esempi di composizione delle forze e scarico sul piedritto.

Verifica dei piedritti (4/5)

(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Per verificare la stabilità della struttura sono necessarie:

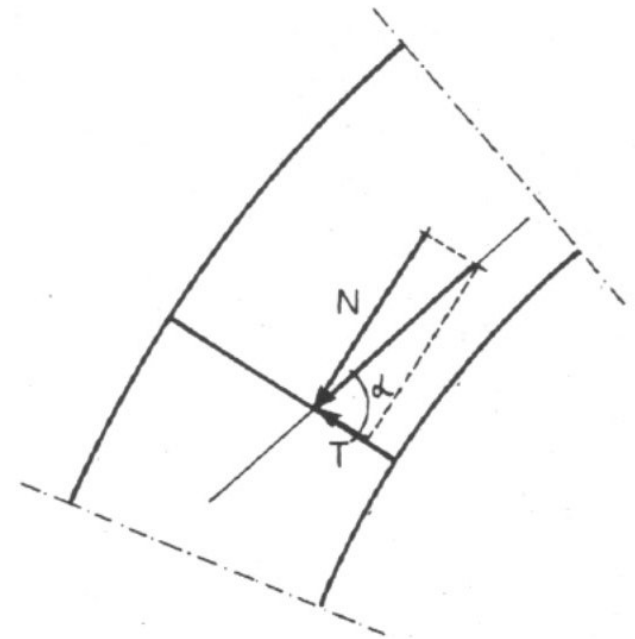
- a) Verifica di stabilità allo schiacciamento
- b) Verifica di stabilità allo scorrimento.

In riferimento alla stabilità allo schiacciamento considerando la figura a lato è necessario:

Valutare se la curva delle pressioni passa all'interno del terzo medio della sezione.

Calcolare gli sforzi effettivamente in gioco: una volta calcolate le componenti di azione normale e taglio si valuta se la massima tensione è compatibile con la resistenza di progetto del materiale:

$$\sigma \leq M/W \pm N/A$$



Verifica dei piedritti (5/5)

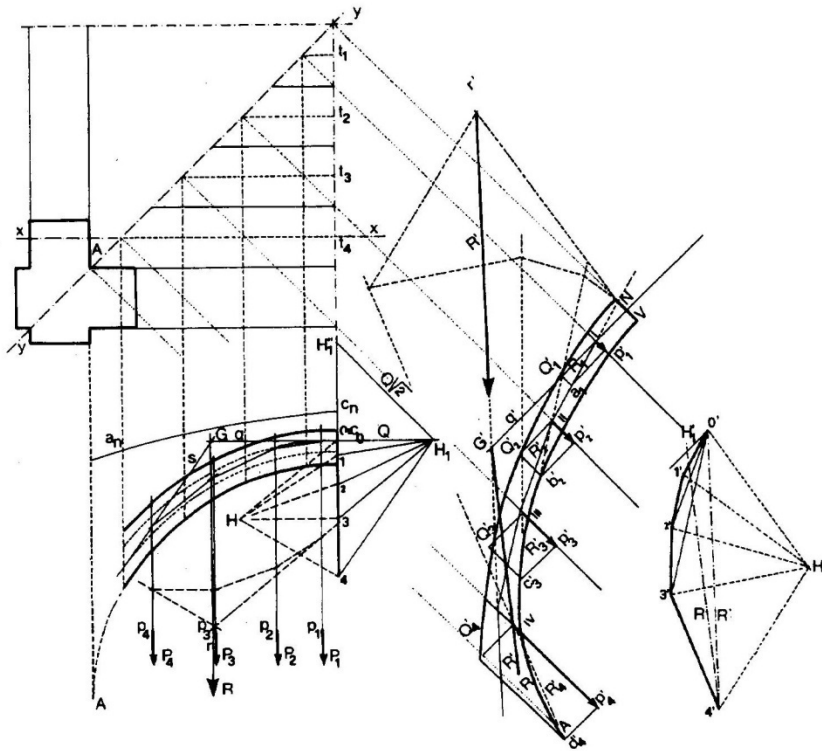
In riferimento alla stabilità allo scorrimento:

- Verificare se la massima tensione a taglio è inferiore alla resistenza di progetto del materiale:

$$\tau \leq T/A$$

Conoscendo l'angolo di attrito della muratura Φ dovrà essere: $T \leq \tan(\Phi) N$

Estensione del metodo di Mery alle volte e cupole



Estensione del procedimento di Mery alla verifica di una volta a crociera
(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Nel caso di volta a botte possiamo semplicemente considerarla uno sviluppo lineare dell'arco per traslazione normale al suo piano. Se si trascurano le collaborazioni tra le diverse parti della struttura per il calcolo sarà sufficiente considerare un tronco di volta di spessore unitario e procedere come nel caso dell'arco in spessore di muratura.

Nel caso di volta a crociera le approssimazioni per l'estensione del metodo di Mery sono decisamente più significative: la volta a crociera può essere considerata formata dall'intersezione di due volte a botte di eguale luce e freccia. L'intersezione produce due archi diagonali ellittici, che, si ritiene, abbiano la funzione portante della volta; ogni spicchio (1/8 di volta) sarà allora portato dai suddetti archi ellittici.

Estensione del metodo di Mery alle volte e cupole

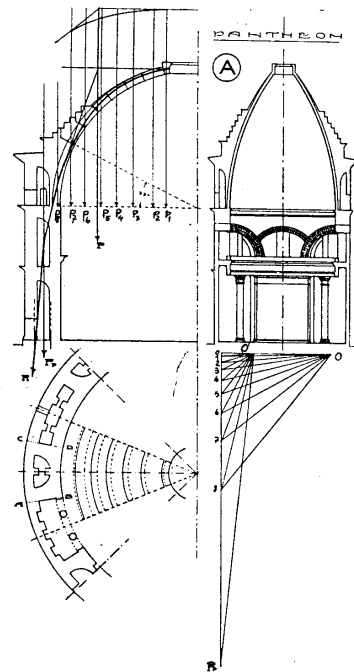


Fig. 6.1. Giovanni Battista Milani: studio grafico della stabilità del Pantheon. Si tratta di un esempio certamente di scarso interesse per quanto riguarda l'affidabilità del risultato, a causa delle numerose approssimazioni in gioco, tuttavia conserva il valore di applicazione didattica di estrema chiarezza.

(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Verifica della cupola del Pantheon di G.B. Milani

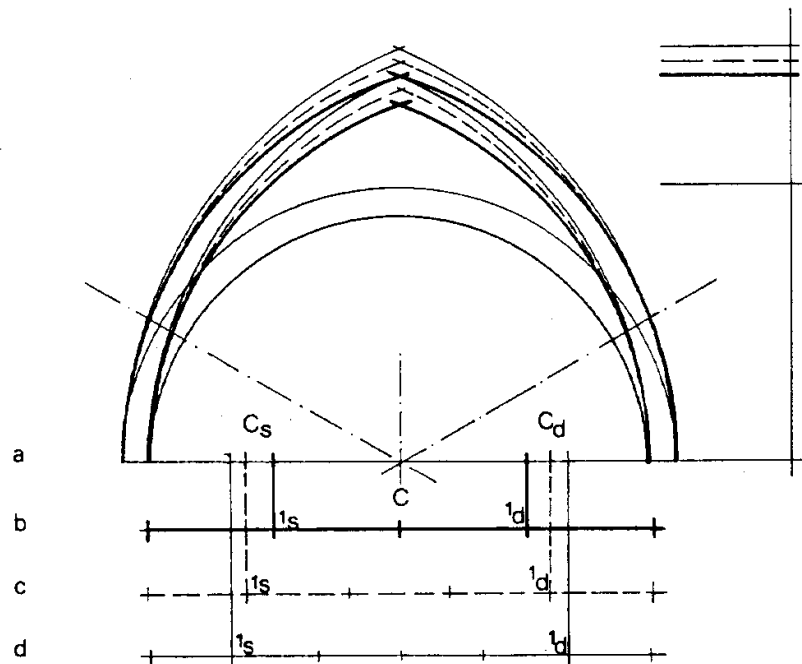
Sono rispettate tutte le condizioni di Mery.

Si sceglie uno spicchio contenente un campione significativo di tutti gli elementi costitutivi in gioco. Nello specifico si è scelto in funzione della struttura muraria sottostante recante al centro una lesena.

Si procede con una suddivisione in sei conci principali più l'elemento in chiave. Unica differenza con archi è la non uguaglianza dei diversi conci causata dall'aumento di dimensione del settore verso l'imposta.

A livello qualitativo si può notare che l'ingrossamento dello spessore della cupola in prossimità dell'imposta teorica a 30° e nella parte autoportante della struttura consente un rientro della spinta all'imposta all'interno della muratura sottostante. In tal modo i calcoli di statica grafica indicano che la curva delle pressioni rientra all'interno del terzo medio.

Applicazioni (1/35)



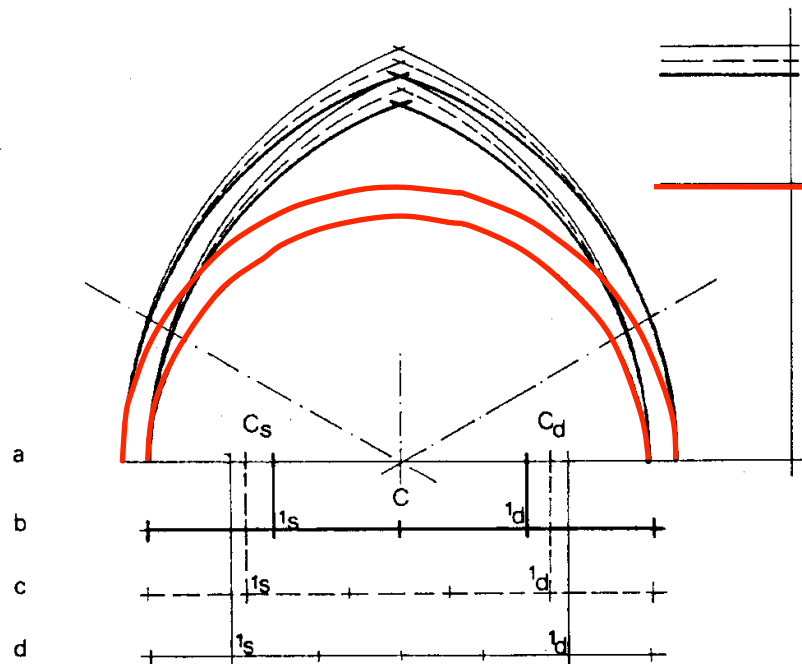
All'allontanarsi del sesto dal semicerchio, aumenta la freccia dell'arco e conseguentemente mutano il volume dell'arco stesso e del riempimento con un conseguente cambiamento dei pesi in gioco.

Consideriamo:

Confronto geometrico fra differenti sestì. a: tutto sesto; b: quarto acuto; c: quinto acuto; d: sesto acuto. C_s : centro semiarco di destra; C_a : centro semiarco di sinistra.

(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Applicazioni (2/35)



All'allontanarsi del sesto dal semicerchio, aumenta la freccia dell'arco e conseguentemente mutano il volume dell'arco stesso e del riempimento con un conseguente cambiamento dei pesi in gioco.

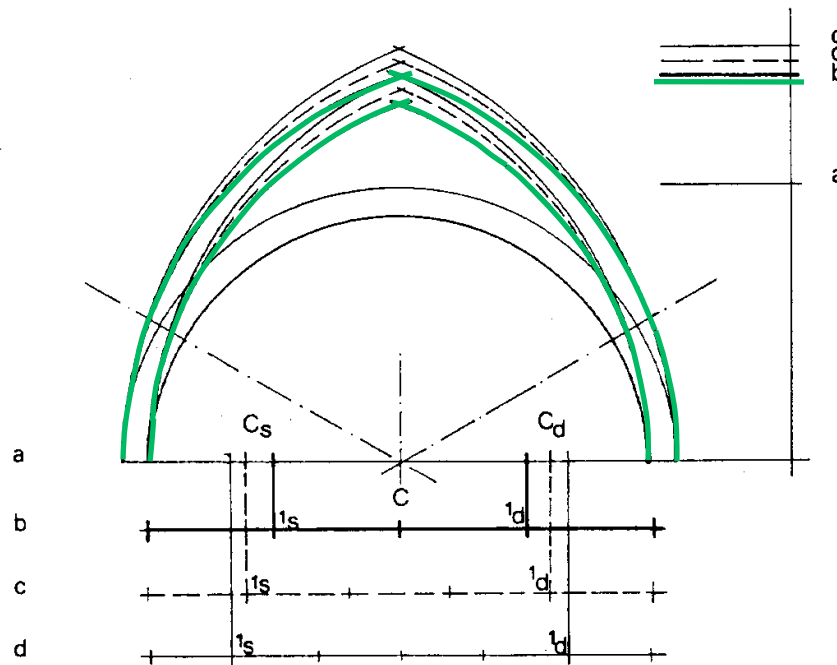
Consideriamo:

Arco a tutto sesto.

Confronto geometrico fra differenti sestii. a: tutto sesto; b: quarto acuto; c: quinto acuto; d: sesto acuto. C_s : centro semiarco di destra; C_a : centro semiarco di sinistra.

(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Applicazioni (3/35)



All'allontanarsi del sesto dal semicerchio, aumenta la freccia dell'arco e conseguentemente mutano il volume dell'arco stesso e del riempimento con un conseguente cambiamento dei pesi in gioco.

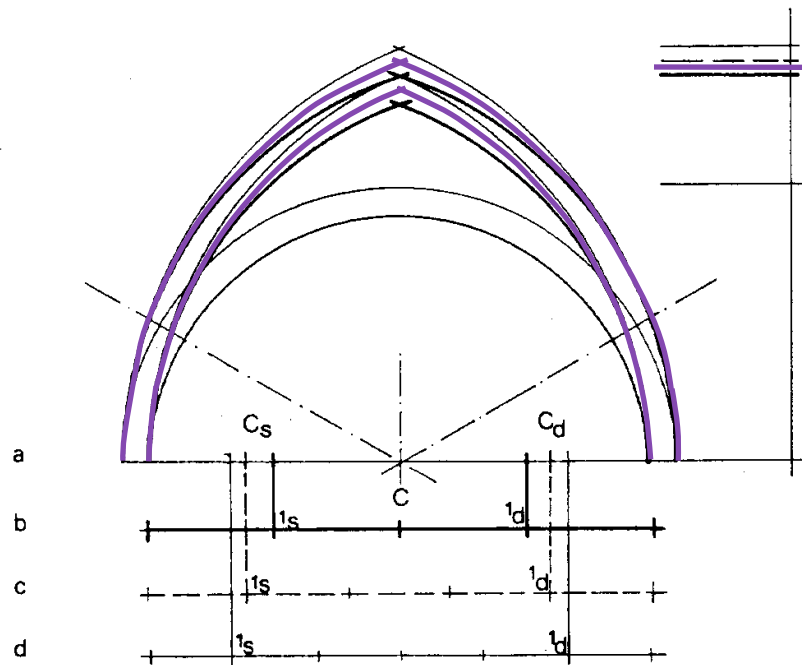
Consideriamo:

Arco a sesto di quarto acuto.

Confronto geometrico fra differenti sestì. a: tutto sesto; b: quarto acuto; c: quinto acuto; d: sesto acuto. C_s : centro semiarco di destra; C_a : centro semiarco di sinistra.

(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Applicazioni (4/35)



All'allontanarsi del sesto dal semicerchio, aumenta la freccia dell'arco e conseguentemente mutano il volume dell'arco stesso e del riempimento con un conseguente cambiamento dei pesi in gioco.

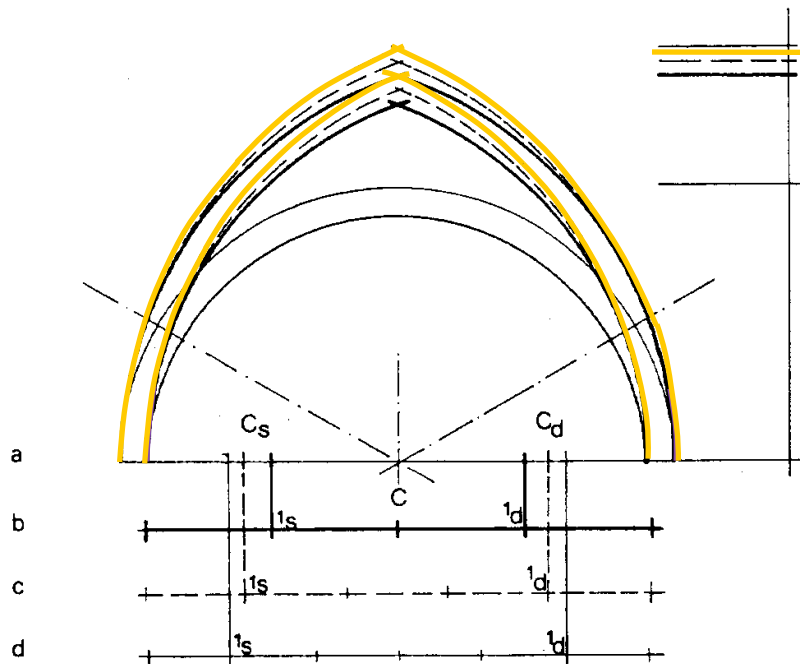
Consideriamo:

Arco a sesto di quinto acuto.

Confronto geometrico fra differenti sestii. a: tutto sesto; b: quarto acuto; c: quinto acuto; d: sesto acuto. C_s : centro semiarco di destra; C_a : centro semiarco di sinistra.

(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Applicazioni (5/35)



All'allontanarsi del sesto dal semicerchio, aumenta la freccia dell'arco e conseguentemente mutano il volume dell'arco stesso e del riempimento con un conseguente cambiamento dei pesi in gioco.

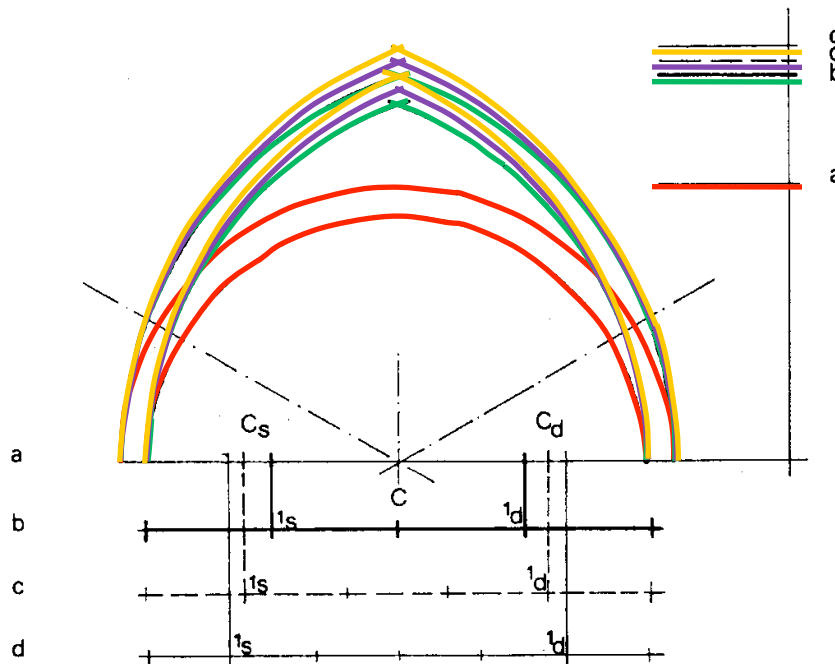
Consideriamo:

Arco a sesto di sesto acuto.

Confronto geometrico fra differenti sestì. a: tutto sesto; b: quarto acuto; c: quinto acuto; d: sesto acuto. C_s : centro semiarco di destra; C_a : centro semiarco di sinistra.

(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Applicazioni (6/35)



All'allontanarsi del sesto dal semicerchio, aumenta la freccia dell'arco e conseguentemente mutano il volume dell'arco stesso e del riempimento con un conseguente cambiamento dei pesi in gioco.

Consideriamo:

Arco a tutto sesto.

Arco a sesto di quarto acuto.

Arco a sesto di quinto acuto.

Arco a sesto di sesto acuto.

Per ciascun arco viene costruita la curva delle pressioni nel caso di carico concentrato e carico distribuito:

Confronto geometrico fra differenti sestì. a: tutto sesto; b: quarto acuto; c: quinto acuto; d: sesto acuto. C_s : centro semiarco di destra; C_a : centro semiarco di sinistra.

(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Applicazioni (7/35)

Pesi propri delle parti strutturali e delle parti portate nel caso di sovraccarico distribuito:

Arco a tutto sesto: Peso proprio conci = 5200 N

Peso proprio del riempimento

$$P_1 = 2310 \text{ N}$$

$$P_2 = 3670 \text{ N}$$

$$P_3 = 6420 \text{ N}$$

$$P_4 = 8620 \text{ N}$$

$$P_5 = 10920 \text{ N}$$

$$P_6 = 12910 \text{ N}$$

Sovraccarico permanente a ciascun concio

$$Q_1 = 9000 \text{ N}$$

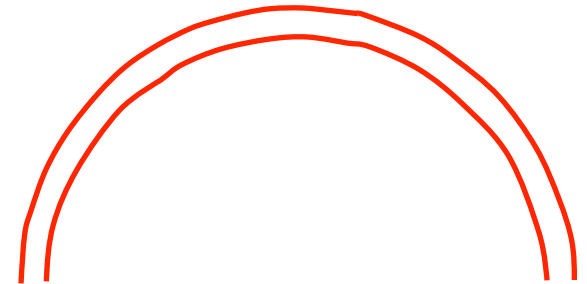
$$Q_2 = 8880 \text{ N}$$

$$Q_3 = 8880 \text{ N}$$

$$Q_4 = 7320 \text{ N}$$

$$Q_5 = 5400 \text{ N}$$

$$Q_6 = 6240 \text{ N}$$



Applicazioni (8/35)

Pesi propri delle parti strutturali e delle parti portate nel caso di sovraccarico distribuito:

Arco a sesto di quarto acuto: Peso proprio conci = 6660 N

Peso proprio del riempimento

$$P_1 = 4160 \text{ N}$$

$$P_2 = 8920 \text{ N}$$

$$P_3 = 13980 \text{ N}$$

$$P_4 = 16210 \text{ N}$$

$$P_5 = 21170 \text{ N}$$

$$P_6 = 19360 \text{ N}$$

Sovraccarico permanente a ciascun concio

$$Q_1 = 10200 \text{ N}$$

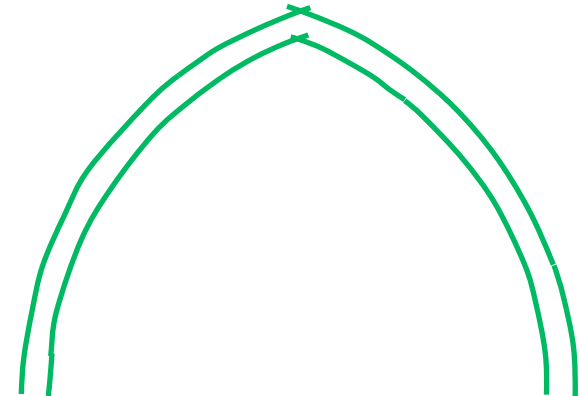
$$Q_2 = 10200 \text{ N}$$

$$Q_3 = 8880 \text{ N}$$

$$Q_4 = 7200 \text{ N}$$

$$Q_5 = 6600 \text{ N}$$

$$Q_6 = 4560 \text{ N}$$



Applicazioni (9/35)

Pesi propri delle parti strutturali e delle parti portate nel caso di sovraccarico distribuito:

Arco a sesto di quinto acuto: Peso proprio conci = 6850 N

Peso proprio del riempimento

$$P_1 = 4870 \text{ N}$$

$$P_2 = 9520 \text{ N}$$

$$P_3 = 15120 \text{ N}$$

$$P_4 = 19140 \text{ N}$$

$$P_5 = 21420 \text{ N}$$

$$P_6 = 21280 \text{ N}$$

Sovraccarico permanente a ciascun concio

$$Q_1 = 11280 \text{ N}$$

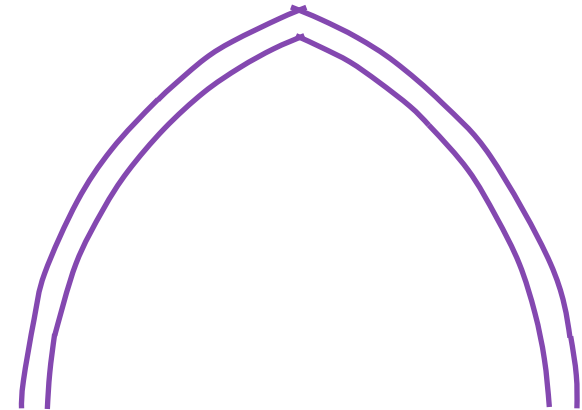
$$Q_2 = 9600 \text{ N}$$

$$Q_3 = 9000 \text{ N}$$

$$Q_4 = 7560 \text{ N}$$

$$Q_5 = 6120 \text{ N}$$

$$Q_6 = 4800 \text{ N}$$



Applicazioni (10/35)

Pesi propri delle parti strutturali e delle parti portate nel caso di sovraccarico distribuito:

Arco a sesto di sesto acuto: Peso proprio conci = 7020 N

Peso proprio del riempimento

$$P_1 = 5990 \text{ N}$$

$$P_2 = 10880 \text{ N}$$

$$P_3 = 16120 \text{ N}$$

$$P_4 = 20460 \text{ N}$$

$$P_5 = 21840 \text{ N}$$

$$P_6 = 21600 \text{ N}$$

Sovraccarico permanente a ciascun concio

$$Q_1 = 11400 \text{ N}$$

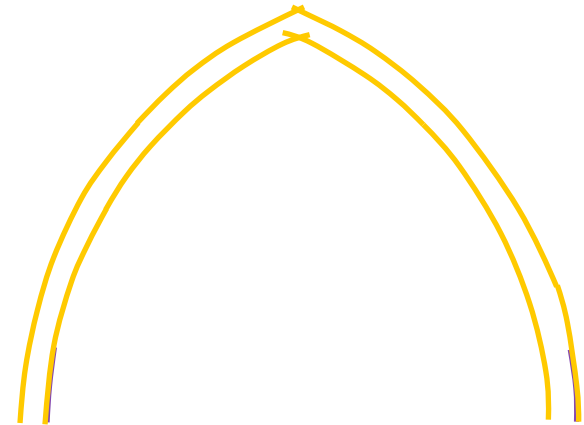
$$Q_2 = 8720 \text{ N}$$

$$Q_3 = 8650 \text{ N}$$

$$Q_4 = 7560 \text{ N}$$

$$Q_5 = 6000 \text{ N}$$

$$Q_6 = 4680 \text{ N}$$



Applicazioni (11/35)

Pesi complessivi e bracci delle risultanti nel caso di sovraccarico distribuito:

Arco a tutto sesto

Pesi complessivi

$$T_1 = 16510 \text{ N}$$

$$T_2 = 17750 \text{ N}$$

$$T_3 = 20500 \text{ N}$$

$$T_4 = 21140 \text{ N}$$

$$T_5 = 22360 \text{ N}$$

$$T_6 = 23510 \text{ N}$$

$$\text{Tot} = 121770 \text{ N}$$

Braccio rispetto all'asse mediano

$$b_1 = 0.417 \text{ m}$$

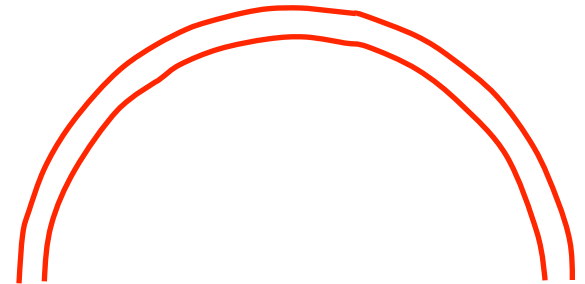
$$b_2 = 1.125 \text{ m}$$

$$b_3 = 1.835 \text{ m}$$

$$b_4 = 2.943 \text{ m}$$

$$b_5 = 3.073 \text{ m}$$

$$b_6 = 3.551 \text{ m}$$



Applicazioni (12/35)

Pesi complessivi e bracci delle risultanti nel caso di sovraccarico distribuito:

Arco a sesto di quarto acuto

Pesi complessivi

$$T_1 = 21020 \text{ N}$$

$$T_2 = 25780 \text{ N}$$

$$T_3 = 29520 \text{ N}$$

$$T_4 = 30070 \text{ N}$$

$$T_5 = 34430 \text{ N}$$

$$T_6 = 30580 \text{ N}$$

$$\text{Tot} = 171400 \text{ N}$$

Braccio rispetto all'asse mediano

$$b_1 = 0.410 \text{ m}$$

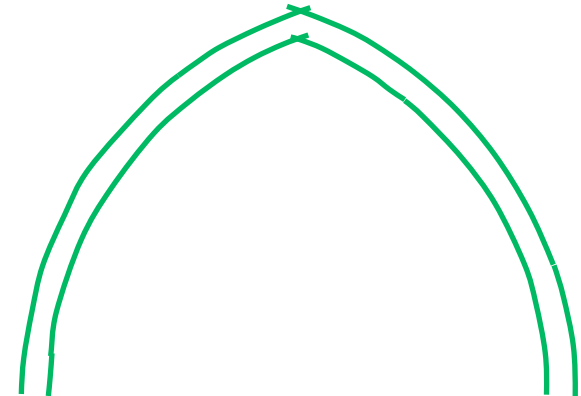
$$b_2 = 1.242 \text{ m}$$

$$b_3 = 2.061 \text{ m}$$

$$b_4 = 2.713 \text{ m}$$

$$b_5 = 3.311 \text{ m}$$

$$b_6 = 3.773 \text{ m}$$



Applicazioni (13/35)

Pesi complessivi e bracci delle risultanti nel caso di sovraccarico distribuito:

Arco a sesto di quinto acuto

Pesi complessivi

$$T_1 = 23000 \text{ N}$$

$$T_2 = 25970 \text{ N}$$

$$T_3 = 30970 \text{ N}$$

$$T_4 = 33550 \text{ N}$$

$$T_5 = 34390 \text{ N}$$

$$T_6 = 32930 \text{ N}$$

$$\text{Tot} = 180810 \text{ N}$$

Braccio rispetto all'asse mediano

$$b_1 = 0.455 \text{ m}$$

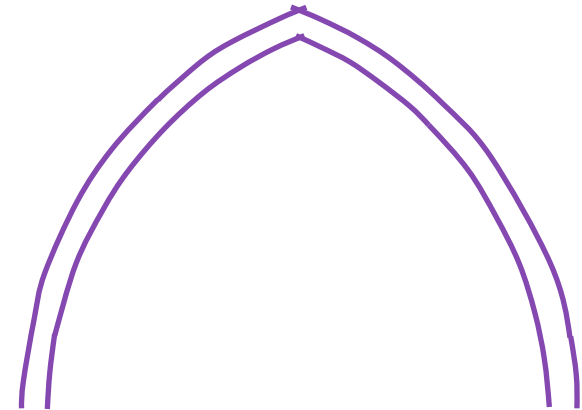
$$b_2 = 1.294 \text{ m}$$

$$b_3 = 2.073 \text{ m}$$

$$b_4 = 2.761 \text{ m}$$

$$b_5 = 3.346 \text{ m}$$

$$b_6 = 3.766 \text{ m}$$



Applicazioni (14/35)

Pesi complessivi e bracci delle risultanti nel caso di sovraccarico distribuito:

Arco a sesto di sesto acuto

Pesi complessivi

$$T_1 = 24210 \text{ N}$$

$$T_2 = 27620 \text{ N}$$

$$T_3 = 31780 \text{ N}$$

$$T_4 = 35040 \text{ N}$$

$$T_5 = 34860 \text{ N}$$

$$T_6 = 33000 \text{ N}$$

$$\text{Tot} = 186510 \text{ N}$$

Braccio rispetto all'asse mediano

$$b_1 = 0.458 \text{ m}$$

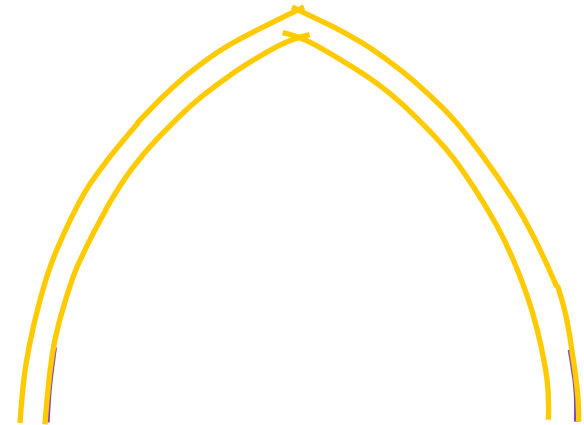
$$b_2 = 1.332 \text{ m}$$

$$b_3 = 2.145 \text{ m}$$

$$b_4 = 2.788 \text{ m}$$

$$b_5 = 3.340 \text{ m}$$

$$b_6 = 3.778 \text{ m}$$



Applicazioni (15/35)

Pesi complessivi e bracci delle risultanti nel caso di sovraccarico concentrato. Il totale assoluto dei pesi in gioco viene mantenuto costante, cambia solo la distribuzione spaziale.

Arco a tutto sesto. Carico Concentrato $Q=45720$ N

Pesi complessivi

Braccio rispetto all'asse mediano

$$T_1 = 7510 \text{ N}$$

$$b_1 = 0.402 \text{ m}$$

$$T_2 = 8870 \text{ N}$$

$$b_2 = 1.111 \text{ m}$$

$$T_3 = 11620 \text{ N}$$

$$b_3 = 1.815 \text{ m}$$

$$T_4 = 13920 \text{ N}$$

$$b_4 = 2.479 \text{ m}$$

$$T_5 = 16120 \text{ N}$$

$$b_5 = 3.058 \text{ m}$$

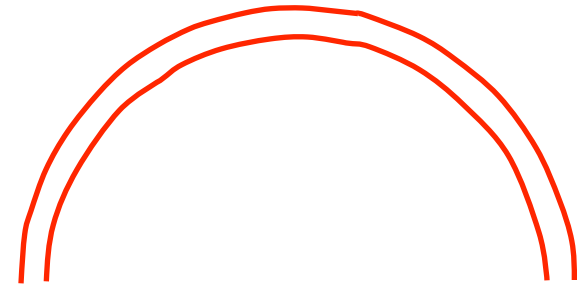
$$T_6 = 18110 \text{ N}$$

$$b_6 = 3.538 \text{ m}$$

$$\text{Tot} = 76050 \text{ N} +$$

$$Q = 45720 \text{ N} =$$

$$\text{q.d.e. } 121770 \text{ N}$$



Applicazioni (16/35)

Pesi complessivi e bracci delle risultanti nel caso di sovraccarico concentrato. Il totale assoluto dei pesi in gioco viene mantenuto costante, cambia solo la distribuzione spaziale.

Arco a sesto di quarto acuto. Carico Concentrato $Q=47640$ N

Pesi complessivi

Braccio rispetto all'asse mediano

$$T_1 = 10820 \text{ N}$$

$$b_1 = 0.402 \text{ m}$$

$$T_2 = 15580 \text{ N}$$

$$b_2 = 1.230 \text{ m}$$

$$T_3 = 20640 \text{ N}$$

$$b_3 = 2.048 \text{ m}$$

$$T_4 = 22870 \text{ N}$$

$$b_4 = 2.705 \text{ m}$$

$$T_5 = 27830 \text{ N}$$

$$b_5 = 3.304 \text{ m}$$

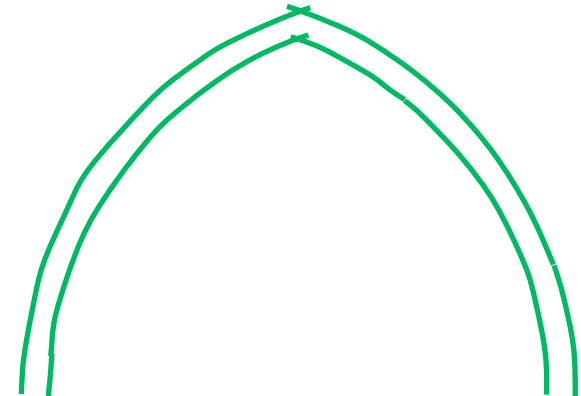
$$T_6 = 26020 \text{ N}$$

$$b_6 = 3.766 \text{ m}$$

$$\text{Tot} = 123760 \text{ N} +$$

$$Q = 47640 \text{ N} =$$

$$\text{q.d.e. } 171400 \text{ N}$$



Applicazioni (17/35)

Pesi complessivi e bracci delle risultanti nel caso di sovraccarico concentrato. Il totale assoluto dei pesi in gioco viene mantenuto costante, cambia solo la distribuzione spaziale.

Arco a sesto di quinto acuto. Carico Concentrato $Q=48360$ N

Pesi complessivi

Braccio rispetto all'asse mediano

$$T_1 = 11720 \text{ N}$$

$$b_1 = 0.441 \text{ m}$$

$$T_2 = 16370 \text{ N}$$

$$b_2 = 1.278 \text{ m}$$

$$T_3 = 21970 \text{ N}$$

$$b_3 = 2.063 \text{ m}$$

$$T_4 = 25990 \text{ N}$$

$$b_4 = 2.753 \text{ m}$$

$$T_5 = 28270 \text{ N}$$

$$b_5 = 3.339 \text{ m}$$

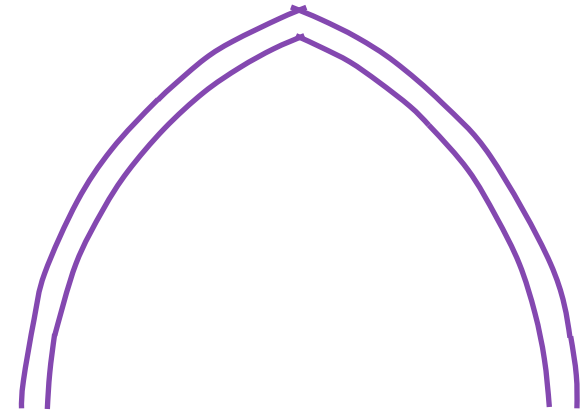
$$T_6 = 28130 \text{ N}$$

$$b_6 = 3.761 \text{ m}$$

$$\text{Tot} = 132450 \text{ N} +$$

$$Q = 48360 \text{ N} =$$

$$\text{q.d.e. } 180810 \text{ N}$$



Applicazioni (18/35)

Pesi complessivi e bracci delle risultanti nel caso di sovraccarico concentrato. Il totale assoluto dei pesi in gioco viene mantenuto costante, cambia solo la distribuzione spaziale.

Arco a sesto di sesto acuto. Carico Concentrato $Q=48000$ N

Pesi complessivi

Braccio rispetto all'asse mediano

$$T_1 = 13010 \text{ N}$$

$$b_1 = 0.448 \text{ m}$$

$$T_2 = 17900 \text{ N}$$

$$b_2 = 1.317 \text{ m}$$

$$T_3 = 23140 \text{ N}$$

$$b_3 = 2.131 \text{ m}$$

$$T_4 = 27480 \text{ N}$$

$$b_4 = 2.779 \text{ m}$$

$$T_5 = 28860 \text{ N}$$

$$b_5 = 3.334 \text{ m}$$

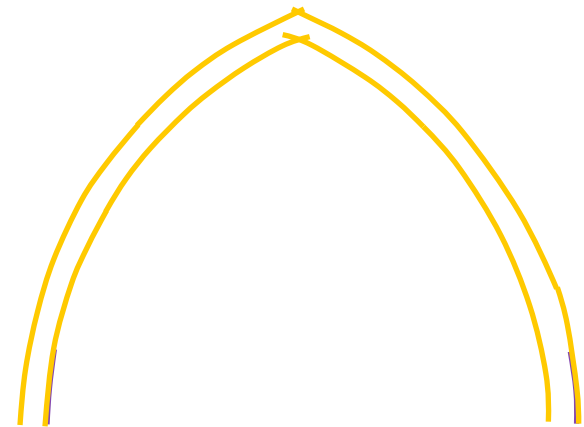
$$T_6 = 28620 \text{ N}$$

$$b_6 = 3.773 \text{ m}$$

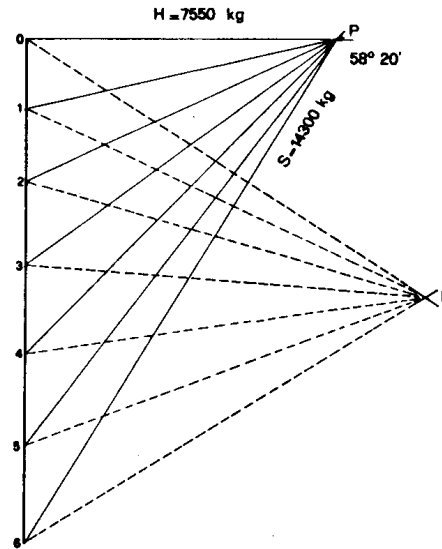
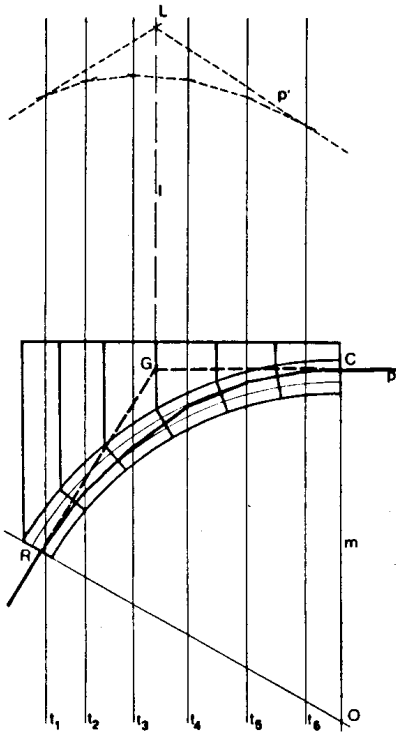
$$\text{Tot} = 139010 \text{ N} +$$

$$Q = 48000 \text{ N} =$$

$$\text{q.d.e. } 187010 \text{ N}$$



Applicazioni (19/35)



Arco a tutto sesto:

Carico Distribuito:

Spinta in chiave $H=75500$ N

Spinta alla reni $S=143000$ N

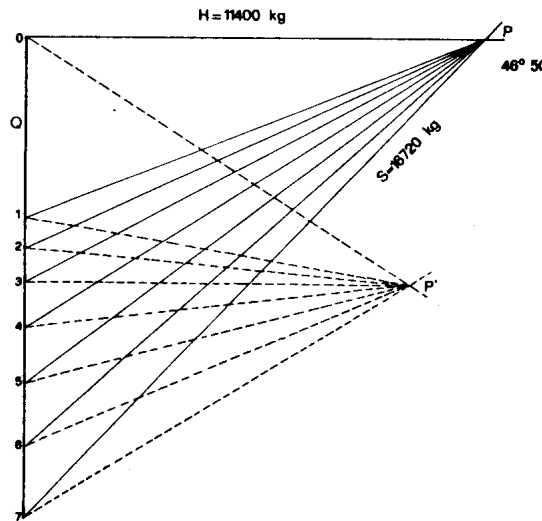
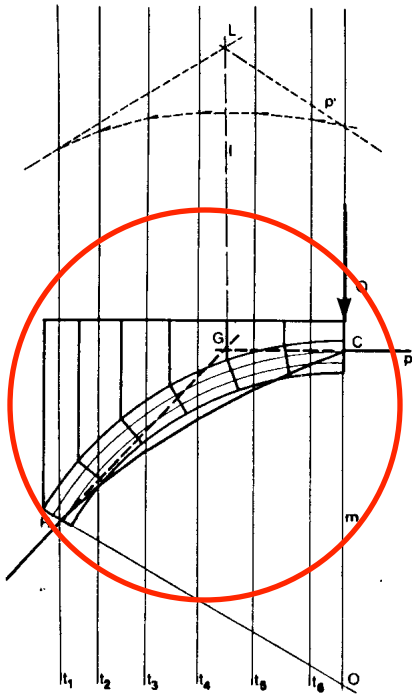
Inclinazione di S sull'orizzontale
 $\alpha=58^{\circ}20'$

La curva delle pressioni presenta un andamento regolare, approssima abbastanza bene la curvatura dell'arco senza mai uscire dal fuso individuato dal terzo medio.

Arco a tutto sesto costruzione della curva delle pressioni in condizioni di carico distribuito. Situazione di sforzo sopportabile dell'arco in condizioni ottimali.

(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Applicazioni (20/35)



Arco a tutto sesto

Carico Concentrato:

Spinta in chiave $H=114000$ N

Spinta alla reni $S=167200$ N

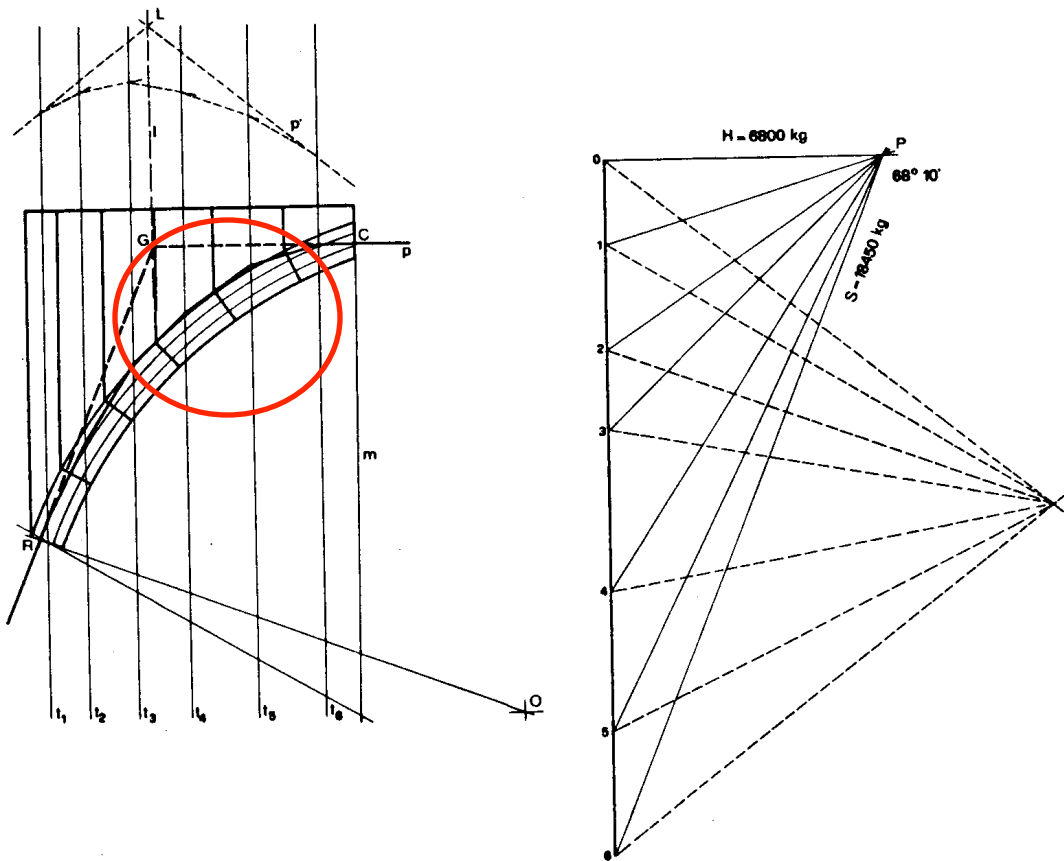
Inclinazione di S sull'orizzontale
 $\alpha=46^{\circ}50'$

La curva delle pressioni presenta una brusca variazione della tangente già in chiave; il tratto successivo ha una debole curvatura. La curva esce inferiormente dal terzo medio per tutto lo sviluppo dell'arco generando sforzi di trazione all'estradosso.

Arco a tutto sesto: costruzione della curva delle pressioni in condizioni di carico concentrato. Situazione di sforzo non sopportabile dall'arco.

(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Applicazioni (21/35)



(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Arco a sesto di quarto acuto **Carico Distribuito:**

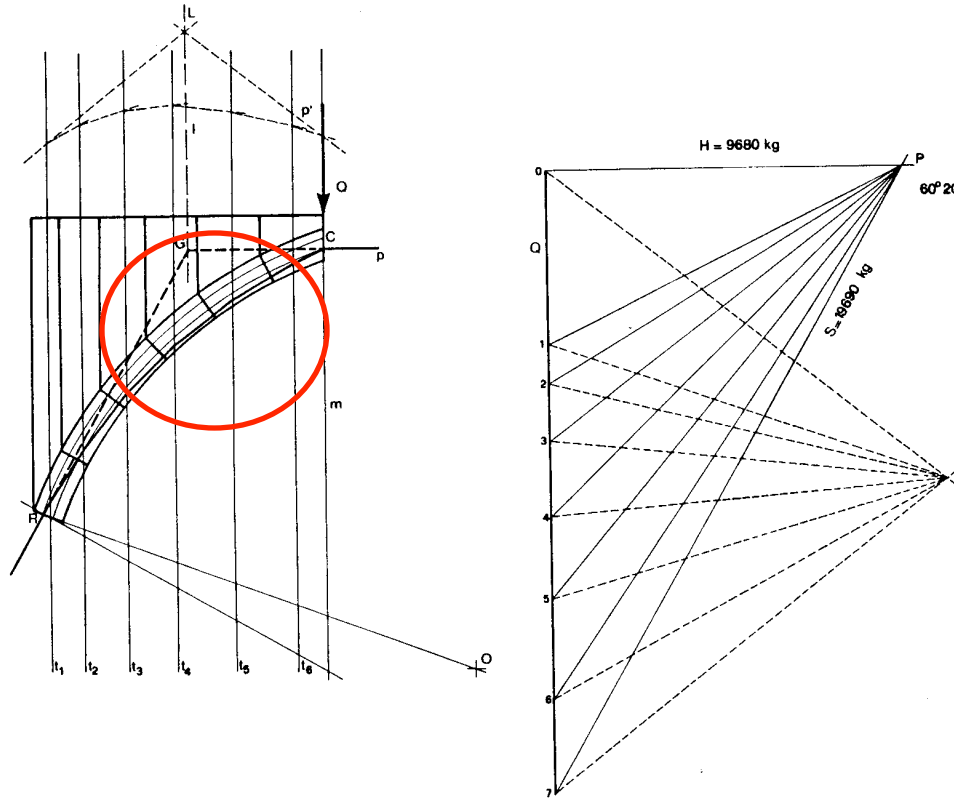
Spinta in chiave $H=68000$ N

Spinta alla reni $S=1845000$ N

Inclinazione di S sull'orizzontale
 $\alpha=68^\circ 10'$

La curva delle pressioni si presenta mediamente più accentuata rispetto al profilo dell'arco, intorno a 60° esce dal terzo medio verso l'estradosso, ma senza uscire dalla sagoma dell'arco.

Applicazioni (22/35)



Arco a sesto di quarto acuto

Carico Concentrato:

Spinta in chiave $H=96800 \text{ N}$

Spinta alla reni $S=196900 \text{ N}$

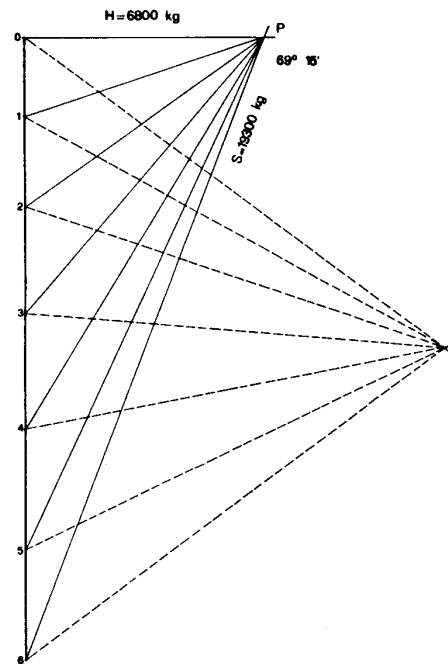
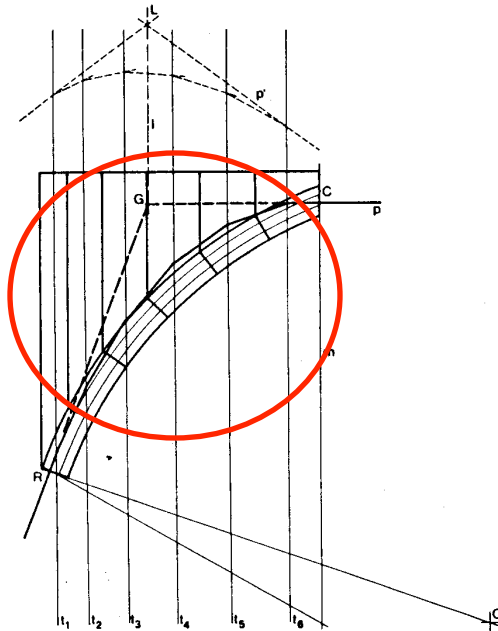
Inclinazione di S sull'orizzontale
 $\alpha=60^\circ 20'$

La curva delle pressioni presenta mediamente un'inclinazione minore rispetto al profilo dell'arco, intorno a 60° esce dal terzo medio verso l'intradosso, ma resta interna alla sagoma dell'arco.

Arco a sesto di quarto acuto: costruzione della curva delle pressioni in condizioni di carico concentrato. Situazione di sforzo sopportabile dall'arco sebbene non ottimale.

(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Applicazioni (23/35)



Arco a sesto di quinto acuto

Carico Distribuito:

Spinta in chiave $H=68000$ N

Spinta alla reni $S=193000$ N

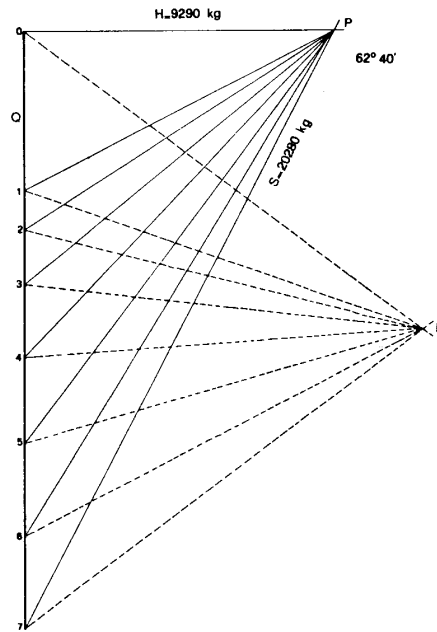
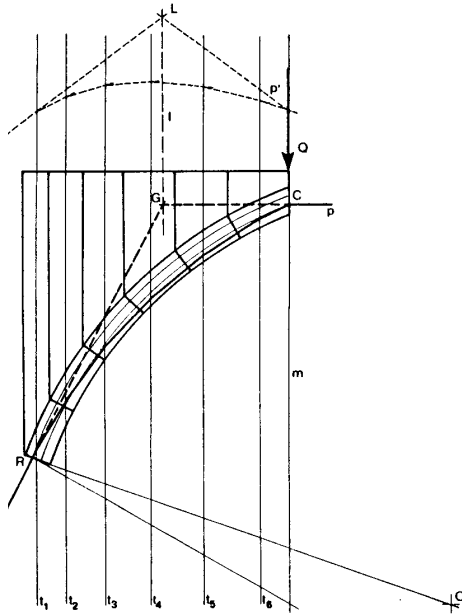
Inclinazione di S sull'orizzontale
 $\alpha=69^{\circ}15'$

La curva delle pressioni presenta una curvatura mediamente più accentuata rispetto al profilo dell'arco, in corrispondenza del quarto concio a partire dal rene esce dalla sagoma dell'arco. Esce inoltre dal terzo medio a partire dal primo concio in chiave. In queste condizioni l'arco non è adatto a sopportare il carico.

Arco a sesto di quinto acuto: costruzione della curva delle pressioni in condizioni di carico distribuito. Situazione di sforzo non sopportabile dall'arco.

(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Applicazioni (24/35)



Arco a sesto di quinto acuto

Carico Concentrato:

Spinta in chiave $H=92900 \text{ N}$

Spinta alla reni $S=202900 \text{ N}$

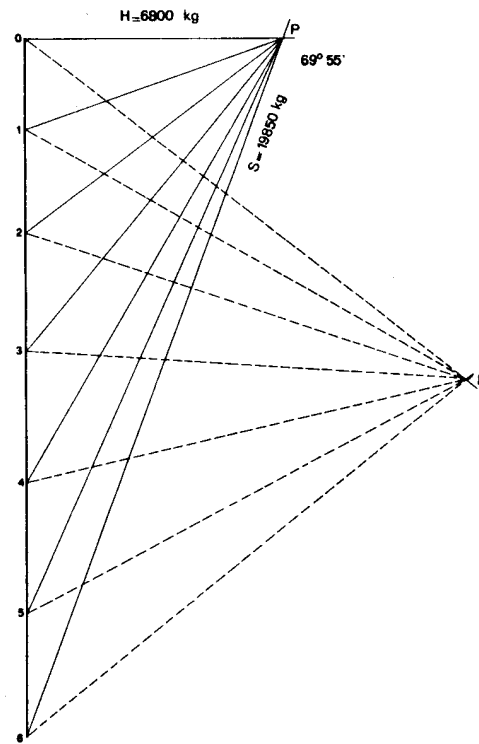
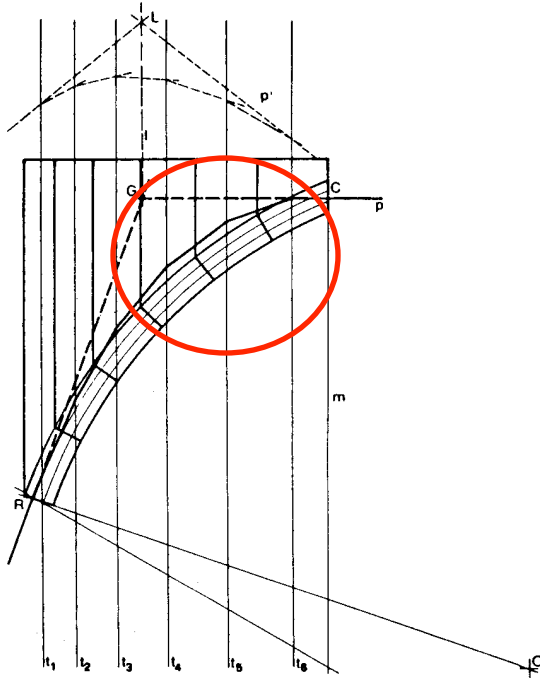
Inclinazione di S sull'orizzontale
 $\alpha=62^\circ 40'$

La curva delle pressioni ha un andamento simile al profilo dell'arco, tra il terzo e quinto concio si verifica una seppur minima uscita dal terzo medio.

Arco a sesto di quinto acuto: costruzione della curva delle pressioni in condizioni di carico concentrato. Situazione di sforzo sopportabile dall'arco, sebbene non ottimale.

(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Applicazioni (25/35)



Arco a sesto di sesto acuto

Carico Distribuito:

Spinta in chiave $H = 68000 \text{ N}$

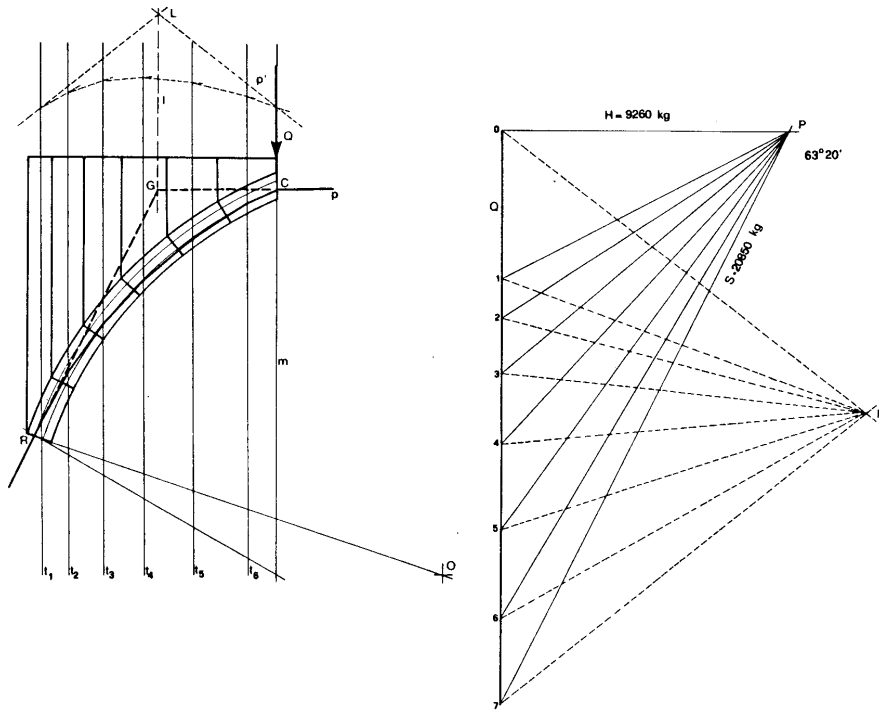
Spinta alla reni $S = 198500 \text{ N}$

Inclinazione di S sull'orizzontale
 $\alpha = 61^\circ 55'$

La curva delle pressioni ha un andamento decisamente più accentuato di quella dell'arco, tanto che fuoriesce dallo spessore dell'arco verso l'estradosso. Si tratta di una condizione di carico non sopportabile in sicurezza dall'arco.

(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Applicazioni (26/35)



Arco a sesto di sesto acuto: costruzione della curva delle pressioni in condizioni di carico concentrato. Situazione di sforzo sopportabile dall'arco in condizioni ottimali.

(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Arco a sesto di sesto acuto

Carico Concentrato:

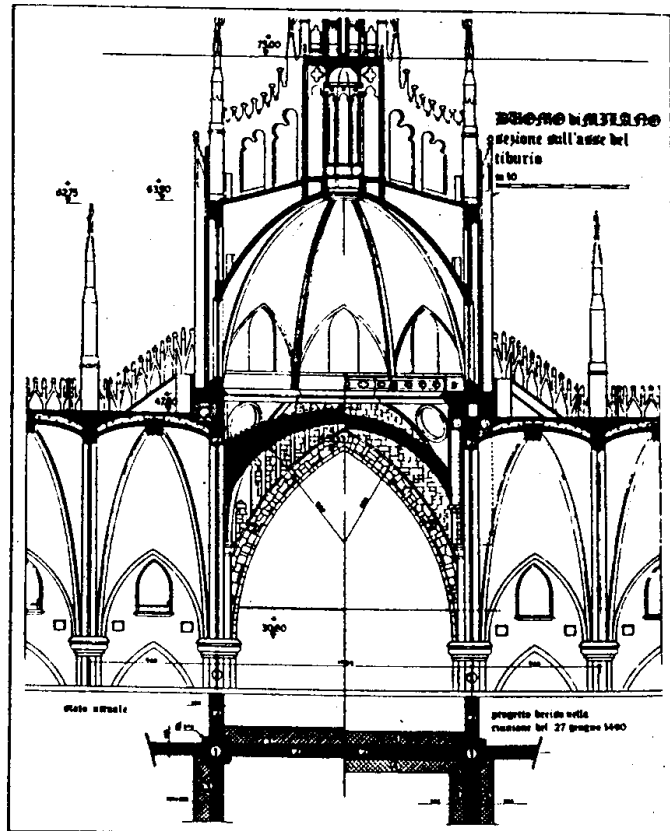
Spinta in chiave $H=92600$ N

Spinta alla reni $S=208500$ N

Inclinazione di S sull'orizzontale
 $\alpha=63^{\circ}20'$

La curva delle pressioni è pressoché coincidente con il profilo dell'arco, non fuoriesce mai dal terzo medio della sezione dell'arco.

Applicazioni (27/35)



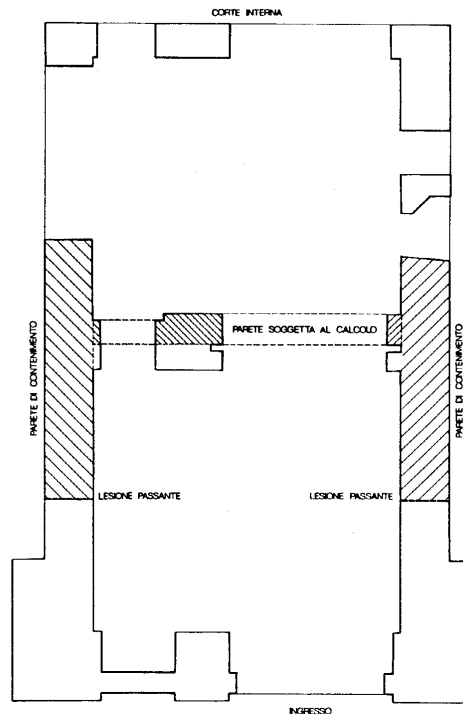
(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

In sintesi si possono trarre le seguenti considerazioni nel rispetto delle condizioni di parità di luce:

- Solamente l'arco a tutto sesto è strettamente idoneo a portare sovraccarichi distribuiti
- l'arco a sesto di quarto acuto può portare carichi distribuiti ma già al limite delle condizioni di sicurezza in esercizio.
- Solamente l'arco a sesto acuto è idoneo a portare sovraccarichi concentrati in chiave
- la spinta dell'arco a sesto acuto all'imposta è maggiore di quella dell'arco a tutto sesto
- l'inclinazione della spinta è minore per l'arco a sesto acuto rispetto all'arco a tutto sesto.

Pertanto la collaborazione dell'arco a tutto sesto con l'arco acuto garantisce la resistenza ad un carico distribuito nella zona centrale della luce.

Applicazioni (28/35)



Pianta del piano terra del torrione del Castello di Legnano: sono evidenziate con tratteggio fitto le parti della struttura interessate al calcolo e con tratteggio rado le parti collaboranti.

Castello di Legnano.

Inizio costruzione XIII secolo, altri corpi di fabbrica aggiunti in vari periodi fino al XIX secolo.

La parte che analizzeremo è il torrione centrale del XV secolo.

Forma rettangolare 14,60 x 9,60 m, raggiunge tre piani fuori terra.

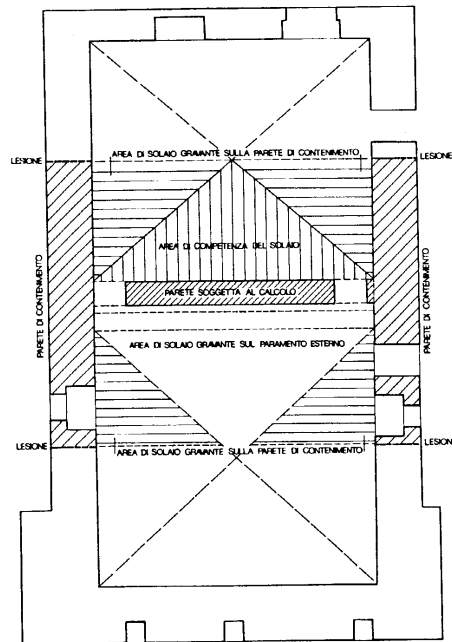
Muratura di mattoni "a sacco" con interposto materiale incoerente di varia natura per la muratura esterna.

La muratura interna è piena in mattoni.

In figura è mostrata la pianta del piano terra.

Applicazioni (29/35)

In figura è mostrata la pianta del primo piano.

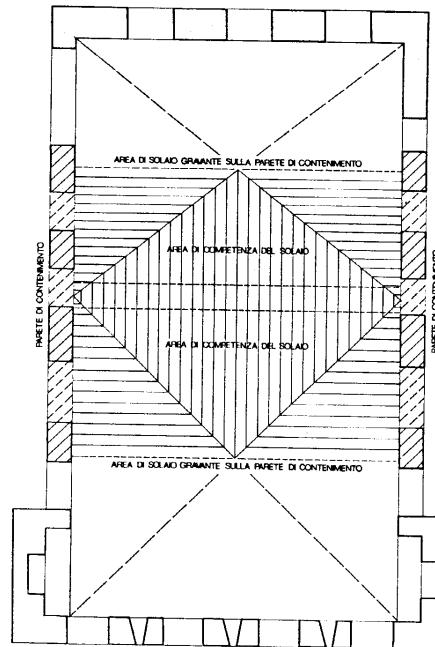


Pianta del primo piano del torrione del Castello di Legnano: sono evidenziate con tratteggio fitto le parti della struttura interessate dal calcolo e con tratteggio rado le parti collaboranti. Le aree di competenza dei solai sono indicate con tratteggio perpendicolare alla parete interessata.

(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Applicazioni (30/35)

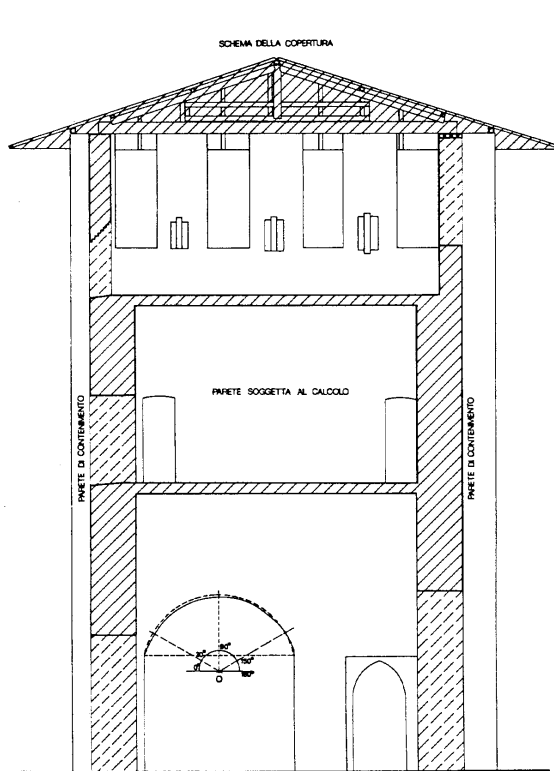
In figura è mostrata la pianta del secondo piano.



Pianta del secondo piano del torrione del Castello di Legnano: sono evidenziate con tratteggio fitto le parti della struttura interessate dal calcolo e con tratteggio rado le parti collaboranti. Le aree di competenza dei solai sono indicate con tratteggio perpendicolare alla parete interessata.

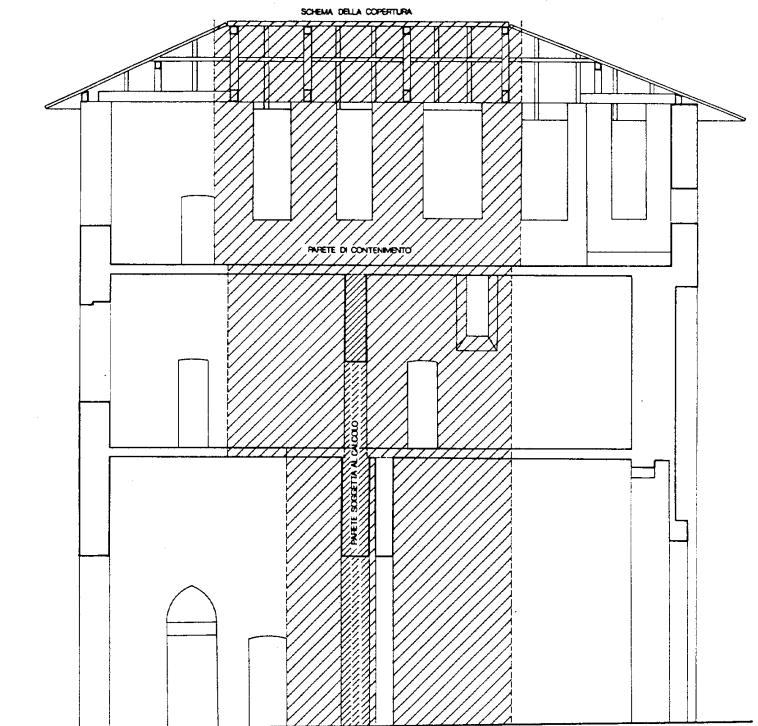
(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Applicazioni (31/35)



Sezione trasversale del torrione del Castello di Legnano: sono evidenziate con tratteggio fitto le parti della struttura interessate dal calcolo e con tratteggio rado le parti collaboranti. La figura mostra il prospetto delle aperture ad arco delle quali si effettuerà lo studio col metodo di Mery.

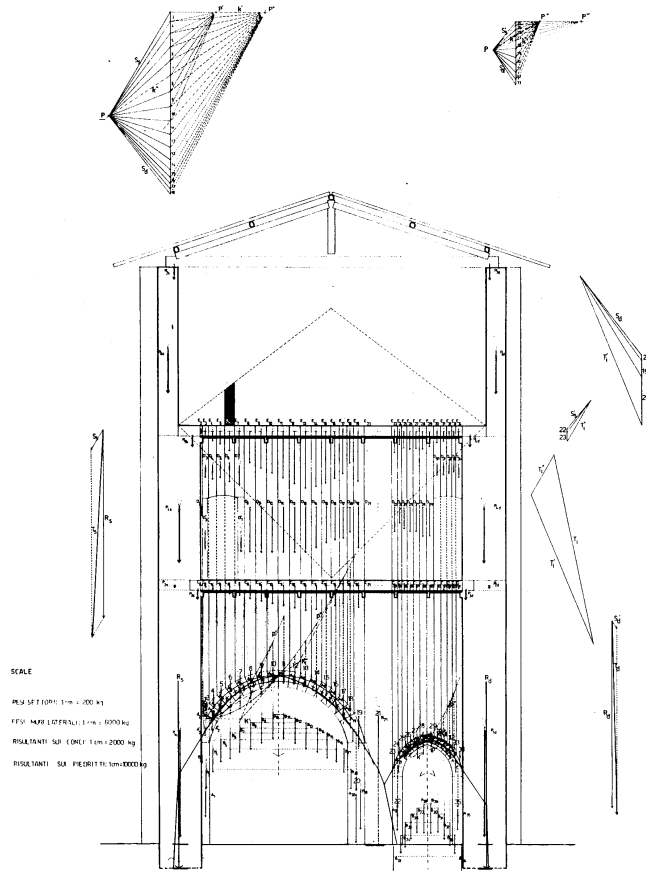
(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)



Sezione longitudinale del torrione del Castello di Legnano: sono evidenziate con tratteggio fitto le parti della struttura interessate dal calcolo e con tratteggio rado le parti collaboranti. Si noti il doppio paramento a piano terra; solamente il solaio sul locale verso corte grava sulla muratura oggetto di calcolo.

(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Applicazioni (32/35)



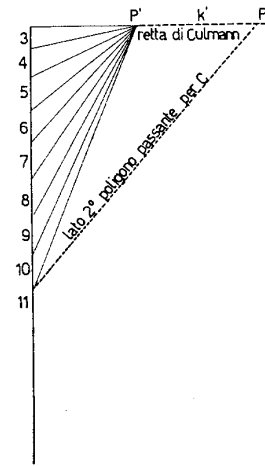
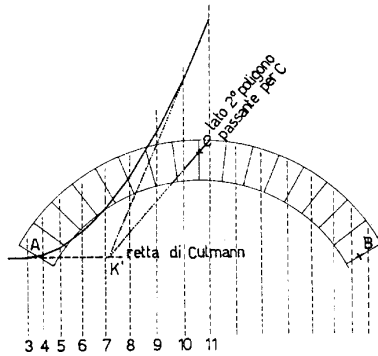
Applicazione del metodo di Mery per archi non caricati simmetricamente: l'applicazione si riconduce alla costruzione di un poligono funicolare passante per i tre punti-cerniera. Nella figura sono rappresentate tutte le forze in gioco, tutte le operazioni di tracciamento dei poligoni funicolari passanti per tre punti e tutte le costruzioni per la riconduzione delle spinte alle fondazioni.

In pratica è possibile sviluppare un'applicazione del metodo di Mery per archi non caricati simmetricamente.

Si costruisce un poligono funicolare passante per i tre punti cerniera, fino a ricondurre le spinte a terra attraverso le fondazioni.

I passaggi per il tracciamento del poligono funicolare vengono evidenziati nei prossimi trasparenti.

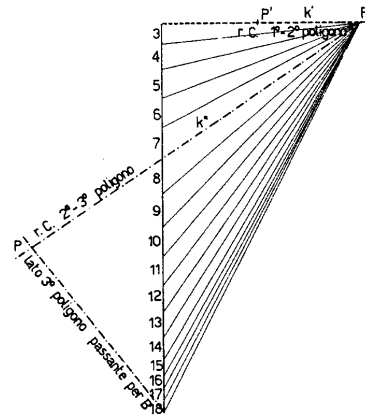
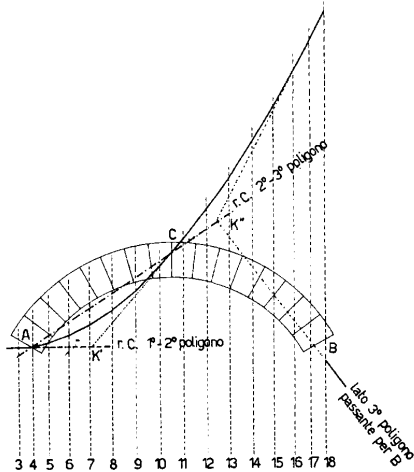
Applicazioni (33/35)



Estrapolazione del primo passaggio per la costruzione del poligono funicolare per tre punti dalla fig. 6.17. Il primo poligono funicolare passa per A ma non per B e C.

(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Applicazioni (34/35)



Estrapolazione del secondo passaggio per la costruzione del poligono funicolare per tre punti della fig. 6.17. Il secondo poligono funicolare passa per A e B, ma non per C.

(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Le costruzioni grafiche permettono di valutare il valore delle spinte di fondazione:

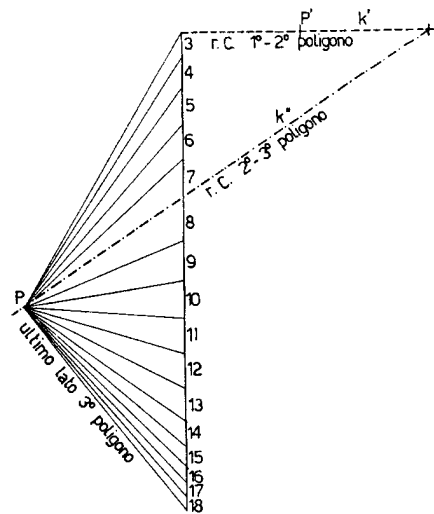
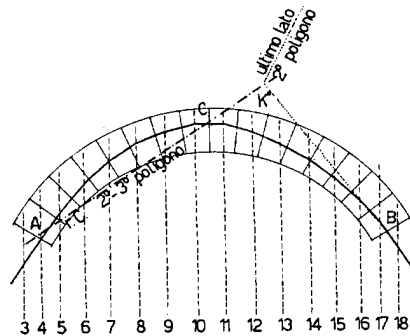
Muro di sinistra $T_s = 2064000 \text{ N}$

Piedritto centrale $T_i = 1917000 \text{ N}$

Muro di destra $T_d = 1936000 \text{ N}$

Il giudizio globale sulla stabilità è senz'altro positivo, con alcune riserve circa la fuoriuscita della curva delle pressioni per l'arco maggiore e la fuoriuscita della spinta complessiva del maschio centrale.

Applicazioni (35/35)



L'asimmetria dei carichi è prodotta in gran parte dal comportamento a piastra del solaio che è stato modificato rispetto al progetto originale.

La concezione statica della struttura è componente essenziale della sua fisicità.

Estrapolazione del terzo passaggio per la costruzione del poligono funicolare per tre punti della fig. 6.17. Il terzo poligono passa per i punti A, B, C ed ha significato di curva delle pressioni.

(Immagine tratta da Pozzi, *op. cit.*)

Riferimenti bibliografici e iconografici

- A. Becchi, F. Foce, *Degli archi e delle volte – Arte del costruire tra meccanica e stereotomia*, Marsilio: Venezia, 2002.
- E. Benvenuto, *La Scienza delle Costruzioni nel suo Sviluppo Storico*, Sansoni: Firenze, 1981.
- I.V. Carbone, A. Fiore, G. Pistone, *Le costruzioni in muratura*, Hoepli: Milano, 2001.
- M. Como, *Statica delle costruzioni storiche in muratura. Archi, volte, cupole, architetture monumentali, edifici sotto carichi verticali e sotto sisma*, Aracne: Roma, 2010
- J. Heyman, *The Masonry Arch*, Ellis Horwood: Chichester, 1982.
- R. S. Olivito, *Statica e Stabilità delle Costruzioni Murarie*, Pitagora: Bologna, 2009².
- R. Pozzi, *La Statica Grafica in Architettura – Equilibrio e forma degli archi*, Progetto Leonardo: Bologna, 1991.
- J. Rondelet, *Trattato Teorico e Pratico dell'Arte di Edificare* (trad. B. Soresina sulla 6° ed. francese), Caranenti: Mantova, 1831.