Politecnico di Milano - Corso di Laurea in Architettura (N.O.)

Campus Mantova

CORSO DI T. E P. DI COSTRUZIONI E STRUTTURE

A.A. 2003-04

II Prova di Recupero – 22.07.2004

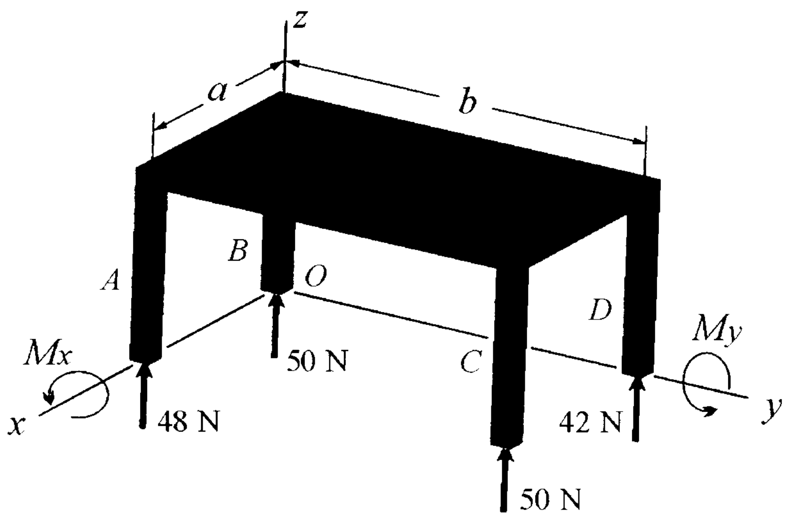
Nota: I risultati numerici (in forma frazionaria o con 3 cifre decimali) vanno riportati su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti.

Allievo:... Matricola:.......

FILA 1

Esercizio n.1 (18 punti)

Si consideri il tavolo in figura di lati $a = 0{,}8$ m e $b = 1{,}2$ m.
Le quattro forze esercitate dal pavimento sulle quattro gambe A, B, C e D sono date in figura.



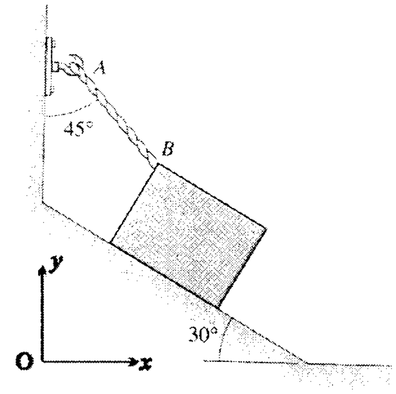
Determinare il modulo R della risultante delle forze e il suo punto di applicazione (x_R, y_R) nel piano Oxy affinché la forza **R** sia equivalente alle quattro forze.
Determinare le componenti M_x e M_y dei momenti generati dalle quattro forze rispetto alle basi delle gambe A, B e D.

$R =$ ....;	$(x_R, y_R) =$ ....;
$M_x^A =$ ....;	$M_y^A =$ ....;
$M_x^B =$ ....;	$M_y^B =$ ....;
$M_x^D =$ ....;	$M_y^D =$ ....

1/1

Esercizio n.2 (12 punti)

Il blocco in figura, assimilabile ad un punto materiale, ha massa $m = 50$ kg, ed è liscio (trasmette quindi azioni solo in direzione ortogonale alle superfici di contatto).
Il blocco e' sorretto da un tirante inclinato di 45° rispetto alla direzione verticale.

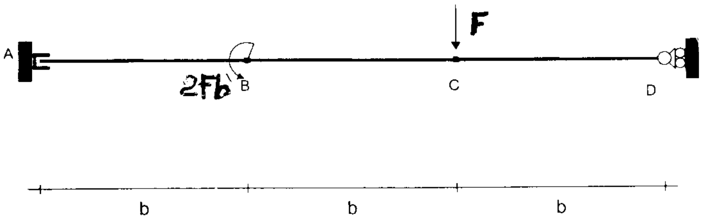


Determinare il modulo della reazione R che la superficie inclinata di 30° gradi imprime sul blocco e il modulo T_{AB} e la sua espressione vettoriale (nel sistema Oxy) $\mathbf{T}_{AB}$ della forza che agisce sul blocco per effetto del tirante.

R = ...; T_{AB} = ...; $\mathbf{T}_{AB}$ = ...

Esercizio n.3 (15 punti)

Per la struttura in figura, riportare le reazioni vincolari e gli andamenti ed i diagrammi delle azioni interne M, N, T.



N

T

M

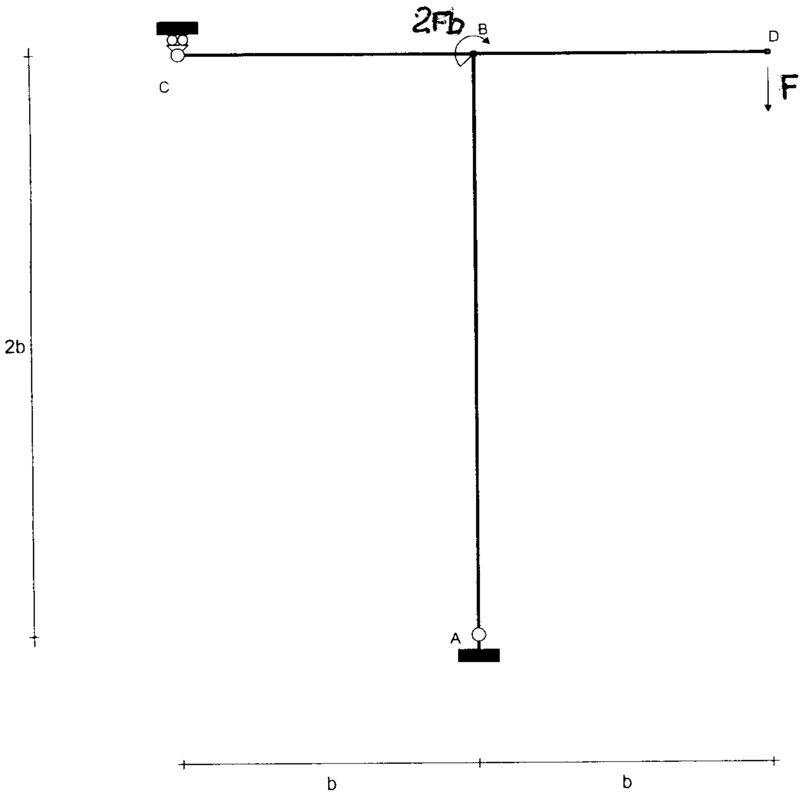
$N_{AB} =$ $T_{AB} =$ $M_{AB} =$

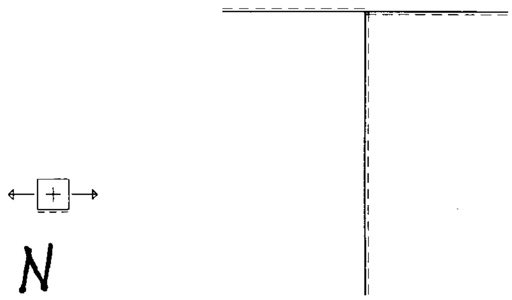
$N_{BC} =$ $T_{BC} =$ $M_{BC} =$

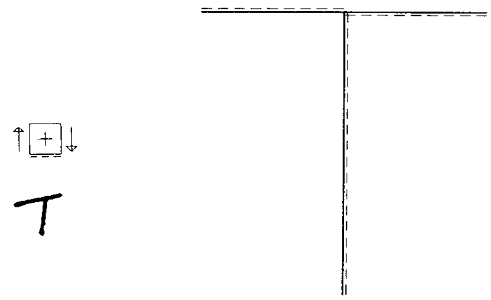
$N_{CD} =$ $T_{CD} =$ $M_{CD} =$

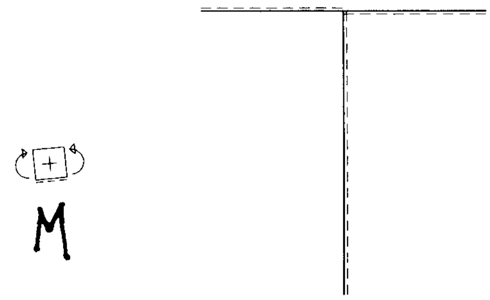
V_A = ...; M_A = ...; H_D = ...

Esercizio n.4 (15 punti)
Per la struttura in figura, riportare le reazioni vincolari e gli andamenti ed i diagrammi delle azioni interne M, N, T.









$N_{AB} =$ $\qquad$ $N_{CB} =$ $\qquad$ $N_{BD} =$

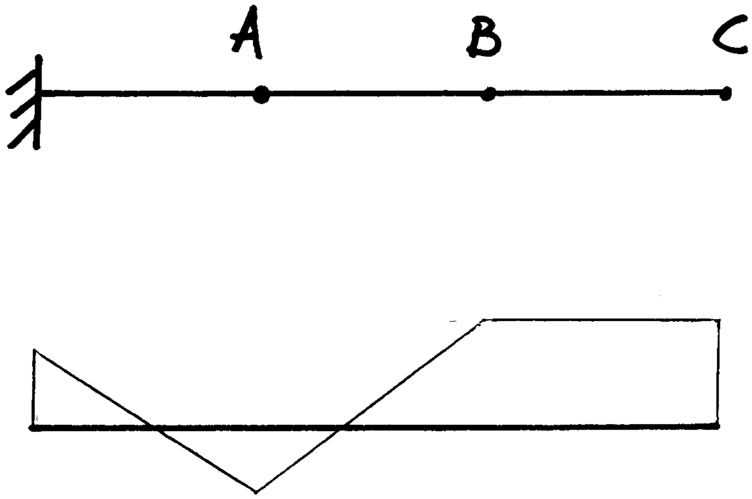
$T_{AB} =$ $\qquad$ $T_{CB} =$ $\qquad$ $T_{BD} =$

$M_{AB} =$ $\qquad$ M_{CB} $\qquad$ $M_{BD} =$

$V_A =$ ....; $H_A =$ ....; $V_C =$ ....

Esercizio n.5 (3 punti)

Si consideri la struttura data in figura con i rispettivi vincoli. Si indichi quali azioni e' necessario applicare nei punto *A*,*B* e *C* per ottenere la distribuzione di momento flettente data in figura.



1	
2	
3	
4	
5	
TOT	

T.E.P. C.E.S. Recupero 1 bis del 22.07.04

① $\vec{F}_A = F_A \vec{k}$, $F_A = |\vec{F}_A|$

$\vec{F}_B = F_B \vec{k}$, $F_B = |\vec{F}_B|$

$\vec{F}_C = F_C \vec{k}$, $F_C = |\vec{F}_C|$

$\vec{F}_D = F_D \vec{k}$, $F_D = |\vec{F}_D|$

$$\vec{R} = \vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{F}_C + \vec{F}_D = (F_A + F_B + F_C + F_D)\vec{k}$$

$$R = |\vec{R}| = F_A + F_B + F_C + F_D$$

$$\vec{M}_{(O)} = (\vec{A-O}) \wedge \vec{F}_A + (\vec{B-O}) \wedge \vec{F}_B + (\vec{C-O}) \wedge \vec{F}_C + \vec{D-O} \wedge \vec{F}_D$$

$(\vec{A-O}) = a\vec{i}$

$(\vec{B-O}) = 0\vec{i}$

$(\vec{C-O}) = a\vec{i} + b\vec{j}$

$(\vec{D-O}) = b\vec{j}$

$$\vec{M}_{(O)} = F_A \cdot a \cdot (\vec{i} \wedge \vec{k}) + 0(\vec{i} \wedge \vec{k}) + F_C a (\vec{i} \wedge \vec{k}) + F_C b (\vec{j} \wedge \vec{k}) + F_D b\, \vec{j} \wedge \vec{k}$$

$\vec{i} \wedge \vec{k} = -\vec{j}$

$\vec{j} \wedge \vec{k} = +\vec{i}$

$$\vec{M}_{(O)} = -(F_A + F_C)\, a\, \vec{j} + (F_C + F_D)\, b\, \vec{i} = (F_C + F_D)\, b\, \vec{i} - (F_A + F_C)\, a\, \vec{j} \quad (\circ)$$

$$\vec{M}_{(O)} = (\vec{P-O}) \wedge \vec{R}$$

$$\vec{P-O} = x_R \vec{i} + y_R \vec{j}$$

$$\vec{M}_{(O)} = R x_R (\vec{i} \wedge \vec{k}) + R y_R\, \vec{j} \wedge \vec{k} = -R x_R \vec{j} + R y_R \vec{i} = R y_R \vec{i} - R x_R \vec{j} \quad (\circ\circ)$$

$$\Rightarrow (\circ) \equiv (\circ\circ) \qquad \begin{cases} (F_C + F_D)\, b = R y_R \\ -(F_A + F_C)\, a = -R x_R \end{cases} \qquad y_R = \frac{(F_C + F_D)\, b}{F_A + F_B + F_C + F_D} \qquad x_R = \frac{(F_A + F_C)\, a}{F_A + F_B + F_C + F_D}.$$

$$\vec{M}_{(A)} = (\vec{B-A}) \wedge \vec{F}_B + (\vec{C-A}) \wedge \vec{F}_C + (\vec{D-A}) \wedge \vec{F}_D$$

$(\vec{B-A}) = -a\vec{i}$

$(\vec{C-A}) = b\vec{j}$

$(\vec{D-A}) = -a\vec{i} + b\vec{j}$

$$\vec M_{(A)} = -aF_B(\vec i \wedge \vec k) + bF_C(\vec j \wedge \vec k) + (-a)F_D(\vec i \wedge \vec k) + bF_D(\vec j \wedge \vec k)$$

$$\vec M_{(A)} = a(F_B+F_D)\vec j + b(F_C+F_D)\vec i \quad = \quad b(F_C+F_D)\vec i + a(F_B+F_D)\vec j$$

$$M_{x(A)} = b(F_C+F_D)$$
$$M_{y(A)} = a(F_B+F_D)$$

$$\vec M_{(B)} = \vec M_{(C)} = b(F_C+F_D)\vec i - a(F_A+F_C)\vec j$$

$$M_{x(B)} = b(F_C+F_D)$$
$$M_{y(B)} = -a(F_A+F_C)$$

$$\vec M_{(D)} = \overrightarrow{(A-D)} \wedge \vec F_A + \overrightarrow{(B-D)} \wedge \vec F_B + \overrightarrow{(C-D)} \wedge \vec F_C$$

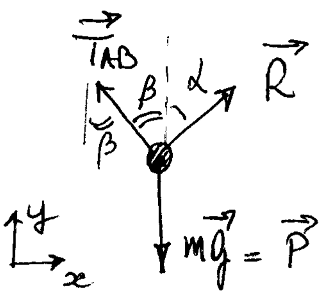
$$\overrightarrow{(A-D)} = a\vec i - b\vec j$$
$$\overrightarrow{(B-D)} = -b\vec j$$
$$\overrightarrow{(C-D)} = a\vec i$$

$$\vec M_{(D)} = aF_A(\vec i \wedge \vec k) - bF_A(\vec j \wedge \vec k) - bF_B(\vec j \wedge \vec k) + aF_C(\vec i \wedge \vec k)$$

$$\vec M_{(D)} = a(F_A+F_C)(-\vec j) - b(F_A+F_B)\vec i \quad = \quad -b(F_A+F_B)\vec i - a(F_A+F_C)\vec j$$

$$M_{x(D)} = -b(F_A+F_B)$$
$$M_{y(D)} = -a(F_A+F_C)$$

2 Diagramma di corpo libero:



$\alpha = 30°$
$\beta = 45°$

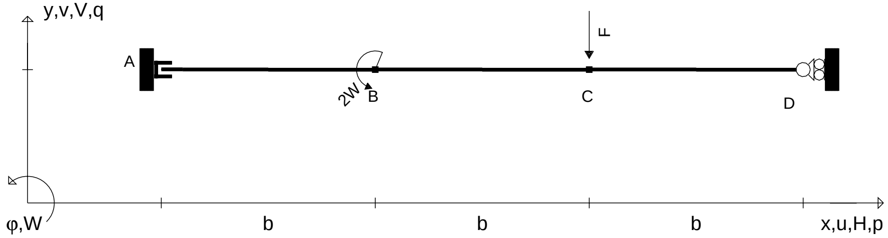
$$\vec P = -mg\vec j$$
$$\vec R = R\sin\alpha\,\vec i + R\cos\alpha\,\vec j$$
$$\vec T_{AB} = -T_{AB}\sin\beta\,\vec i + T_{AB}\cos\beta\,\vec j$$

$$\begin{cases} R_x = 0 & R\sin\alpha - T_{AB}\sin\beta = 0 & \frac{1}{2}R - \frac{\sqrt2}{2}T_{AB} = 0 \\ R_y = 0 & -mg + R\cos\alpha + T_{AB}\cos\beta = 0 & -mg + \frac{\sqrt3}{2}R + \frac{\sqrt2}{2}T_{AB} = 0 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} T_{AB} = \frac{\sqrt3-1}{2}\sqrt2\,mg \\ R = (\sqrt3-1)\,mg. \end{cases} \qquad \vec T_{AB} = \left(-\frac{\sqrt3-1}{2}\vec i + \frac{\sqrt3-1}{2}\vec j\right)mg.$$

Esercizio 1		Testo 1	Testo 2	Testo 3	Testo 4
a	[m]	0.8	1.0	4.0	0.6
b	[m]	1.2	1.5	4.6	1.3
F_A	[N]	48	42	42	48
F_B	[N]	50	40	40	50
F_C	[N]	50	40	40	50
F_D	[N]	42	48	48	42
R	**[N]**	**190.000**	**170.000**	**170.000**	**190.000**
x_R	**[m]**	**0.413**	**0.482**	**1.929**	**0.309**
y_R	**[m]**	**0.581**	**0.776**	**2.381**	**0.629**
M_x(A)	**[N·m]**	**110.400**	**132.000**	**404.800**	**119.600**
M_y(A)	**[N·m]**	**73.600**	**88.000**	**352.000**	**55.200**
M_x(B)	**[N·m]**	**110.400**	**132.000**	**404.800**	**119.600**
M_y(B)	**[N·m]**	**-78.400**	**-82.000**	**-328.000**	**-58.800**
M_x(D)	**[N·m]**	**-117.600**	**-123.000**	**-377.200**	**-127.400**
M_y(D)	**[N·m]**	**-78.400**	**-82.000**	**-328.000**	**-58.800**

Esercizio 2		Testo 1	Testo 2	Testo 3	Testo 4
m	[kg]	50	100	160	60
α	[°]	30	30	30	30
β	[°]	45	45	45	45
g	[m/s^2]	9.81	9.81	9.81	9.81
R	**[N]**	**359.071**	**718.142**	**1149.027**	**430.885**
T_AB	**[N]**	**253.901**	**507.803**	**812.485**	**304.682**
T_Abx	**[N]**	**-179.535**	**-359.071**	**-574.513**	**-215.443**
T_Aby	**[N]**	**179.535**	**359.071**	**574.513**	**215.443**



$V_C = -F$

$W_B = 2W = 2Fb$

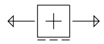
$EJ_{AB} = EJ$

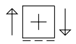
$EJ_{BC} = EJ$

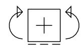
$EJ_{CD} = EJ$

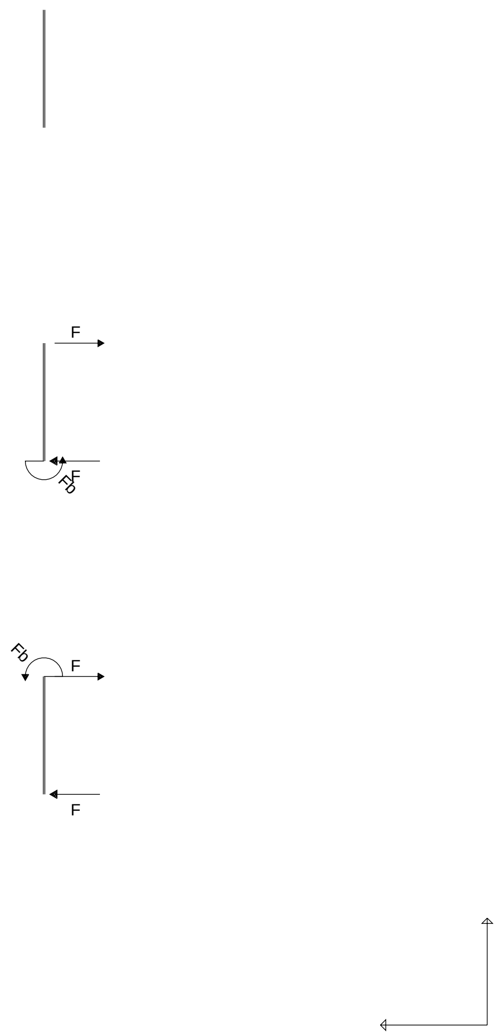
Verso effettivo dei carichi riportato nel disegno.
Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.
Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.
Esprimere le funzioni delle azioni interne nelle aste.
$J_{AB}\ x_{AB}\ \vartheta_{AB}$ riferimento locale asta AB con origine in A.

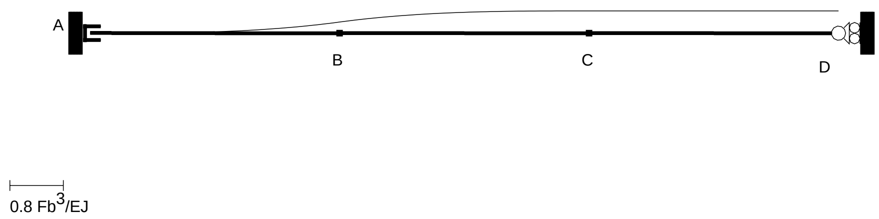
MANTENERE I RISULTATI IN FORMA FRAZIONARIA

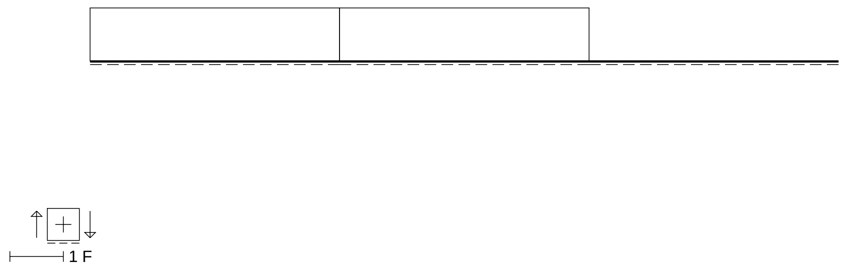


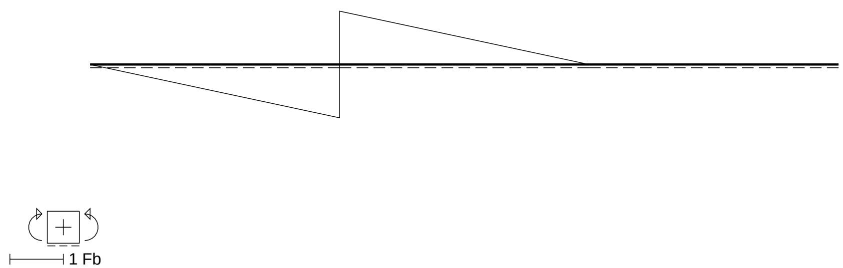





F
F
Fb
Fb
F
F

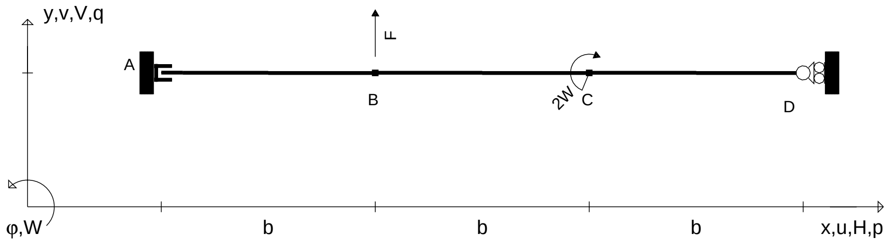

A
B
C
D
0.8 Fb^3/EJ


1 F


1 Fb

AZIONI INTERNE (coordinate locali)

$N_{AB} = 0$	$N_{BC} = 0$	$N_{CD} = 0$
$T_{AB} = F$	$T_{BC} = F$	$T_{CD} = 0$
$M_{AB} = Fx$	$M_{BC} = -Fb + Fx$	$M_{CD} = 0$

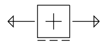


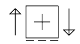
$V_B = F$ $EJ_{AB} = EJ$ $EJ_{CD} = EJ$

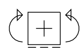
$W_C = -2W = -2Fb$ $EJ_{BC} = EJ$

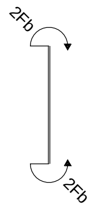
Verso effettivo dei carichi riportato nel disegno.
Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.
Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.
Esprimere le funzioni delle azioni interne nelle aste.
J_{AB} x_{AB} ϑ_{AB} riferimento locale asta AB con origine in A.

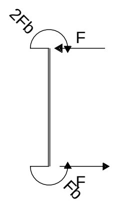
MANTENERE I RISULTATI IN FORMA FRAZIONARIA

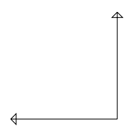


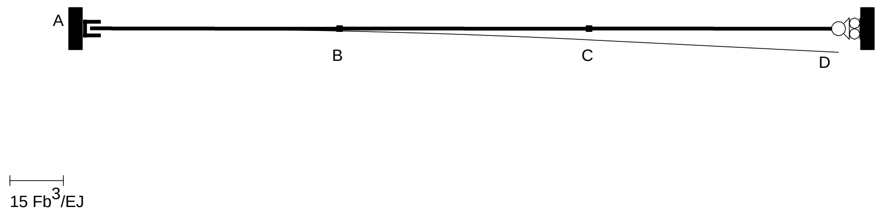


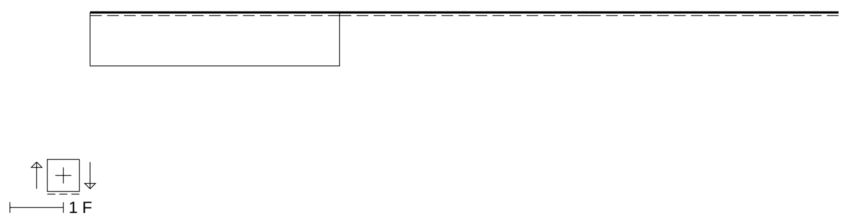


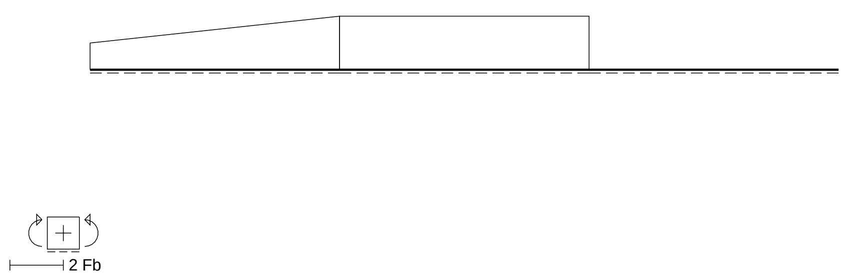

2Fb
2Fb


2Fb
F
F
Fb



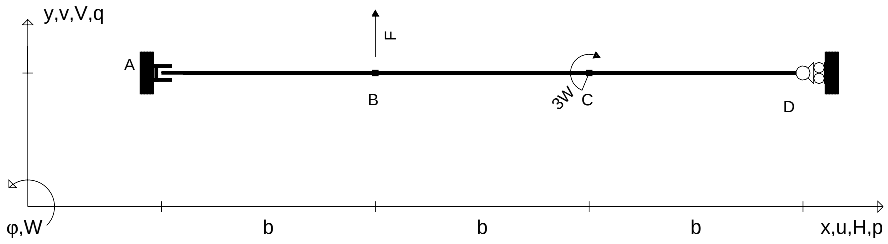

A
B
C
D
15 Fb^3/EJ


1 F


2 Fb

AZIONI INTERNE (coordinate locali)

$N_{AB} = 0$	$N_{BC} = 0$	$N_{CD} = 0$
$T_{AB} = -F$	$T_{BC} = 0$	$T_{CD} = 0$
$M_{AB} = -Fb - Fx$	$M_{BC} = -2Fb$	$M_{CD} = 0$

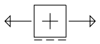


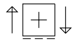
$V_B = F$ $\quad EJ_{AB} = EJ$ $\quad EJ_{CD} = EJ$

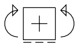
$W_C = -3W = -3Fb$ $\quad EJ_{BC} = EJ$

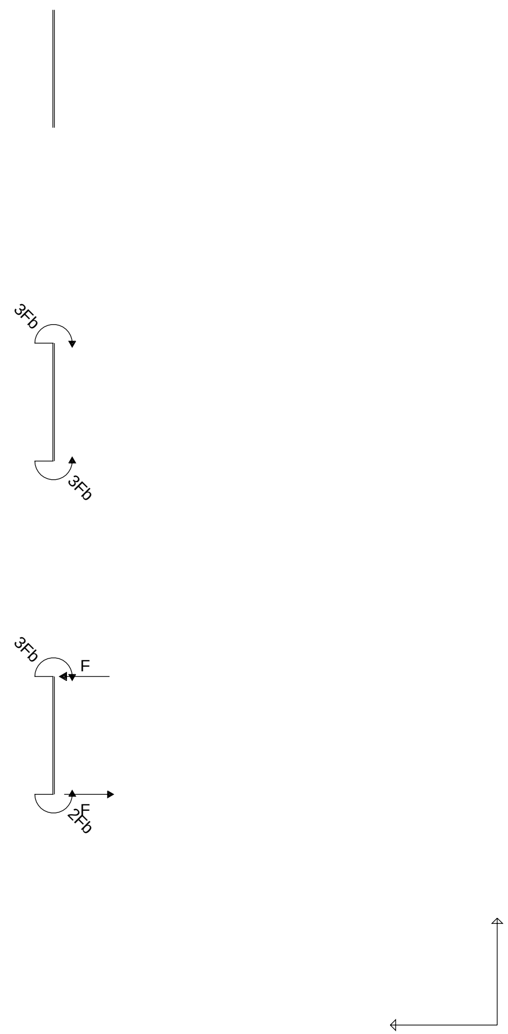
Verso effettivo dei carichi riportato nel disegno.
Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.
Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.
Esprimere le funzioni delle azioni interne nelle aste.
J_{AB} x_{AB} ϑ_{AB} riferimento locale asta AB con origine in A.

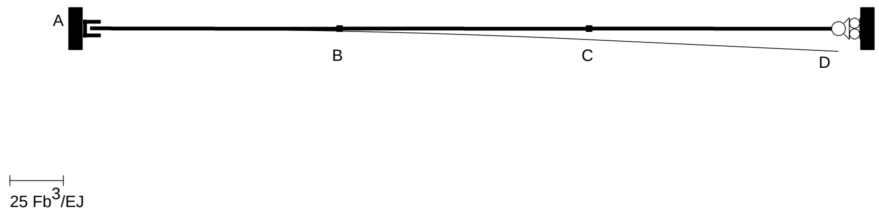
MANTENERE I RISULTATI IN FORMA FRAZIONARIA

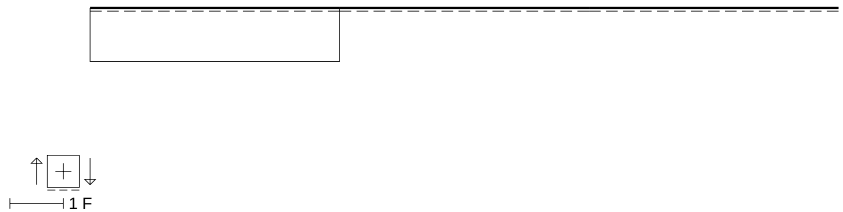


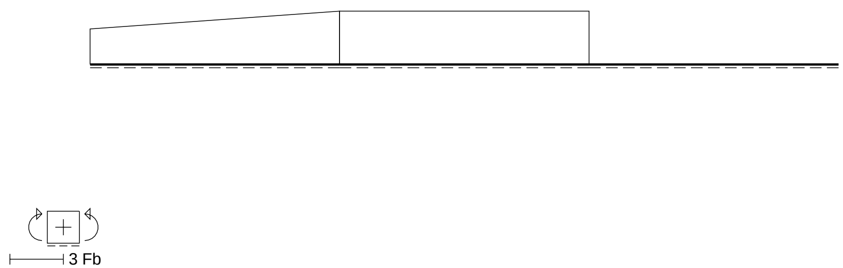





3Fb
3Fb
3Fb
F
F
2Fb

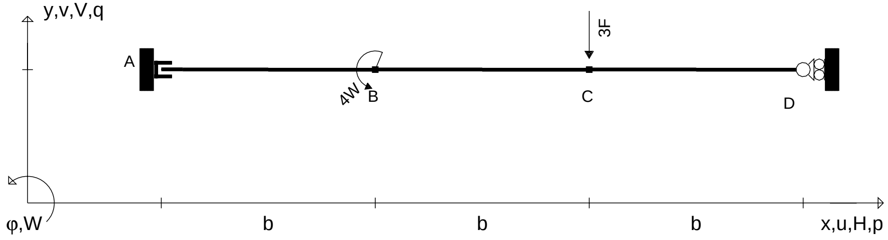

A
B
C
D
25 Fb^3/EJ


1 F


3 Fb

AZIONI INTERNE (coordinate locali)

$N_{AB} = 0$	$N_{BC} = 0$	$N_{CD} = 0$
$T_{AB} = -F$	$T_{BC} = 0$	$T_{CD} = 0$
$M_{AB} = -2Fb - Fx$	$M_{BC} = -3Fb$	$M_{CD} = 0$

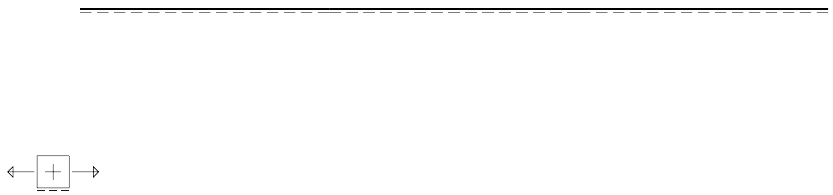


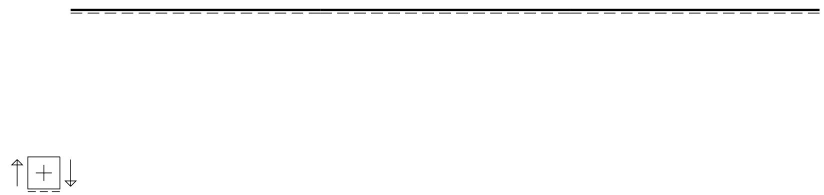
$V_C = -3F$ $EJ_{AB} = EJ$ $EJ_{CD} = EJ$

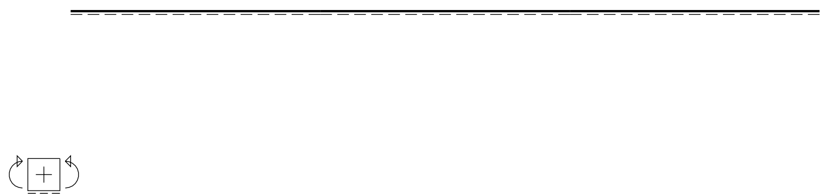
$W_B = 4W = 4Fb$ $EJ_{BC} = EJ$

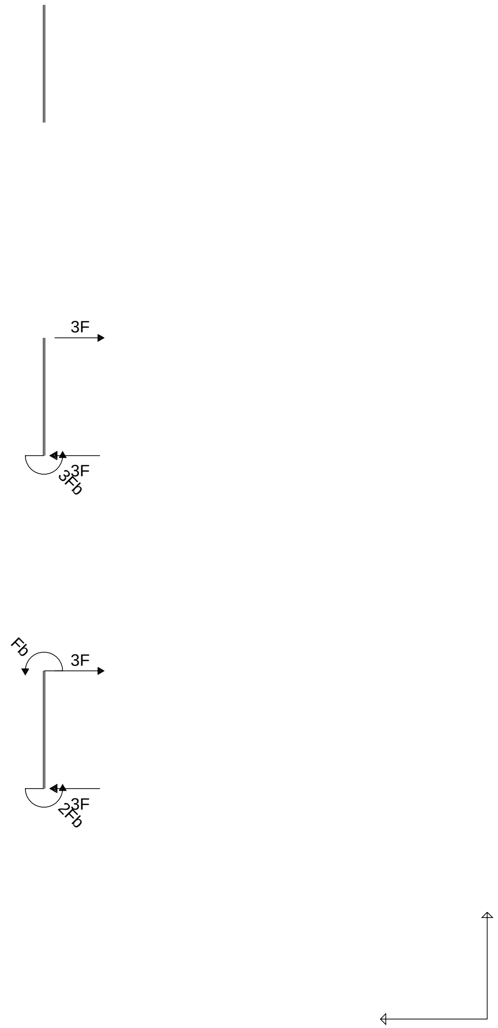
Verso effettivo dei carichi riportato nel disegno.
Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.
Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.
Esprimere le funzioni delle azioni interne nelle aste.
J_{AB} x_{AB} ϑ_{AB} riferimento locale asta AB con origine in A.

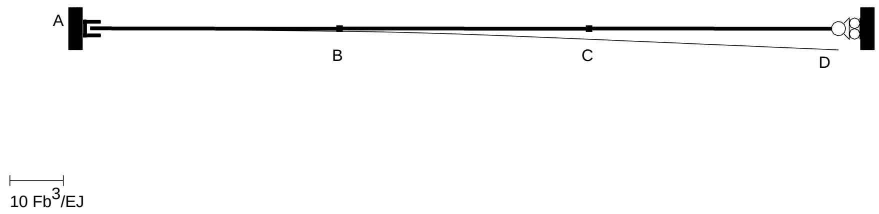
MANTENERE I RISULTATI IN FORMA FRAZIONARIA

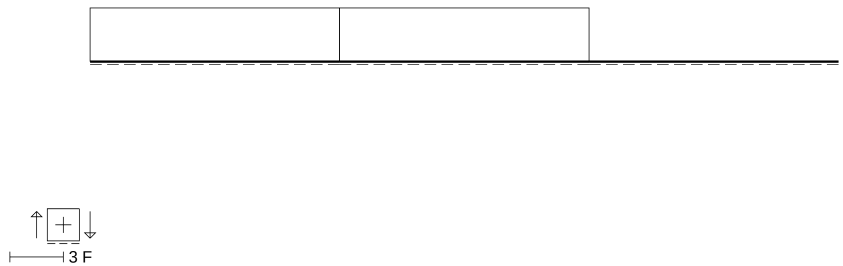


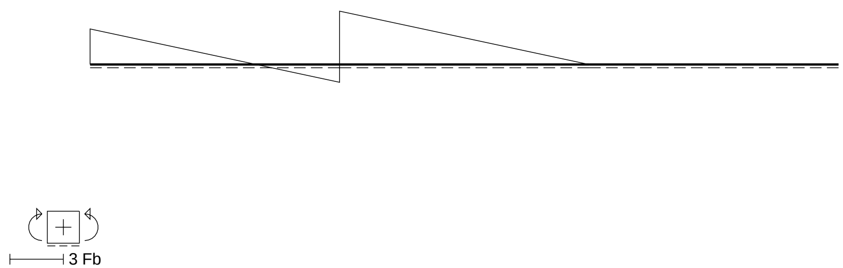





3F
3F
3Fb
Fb
3F
3F
2Fb

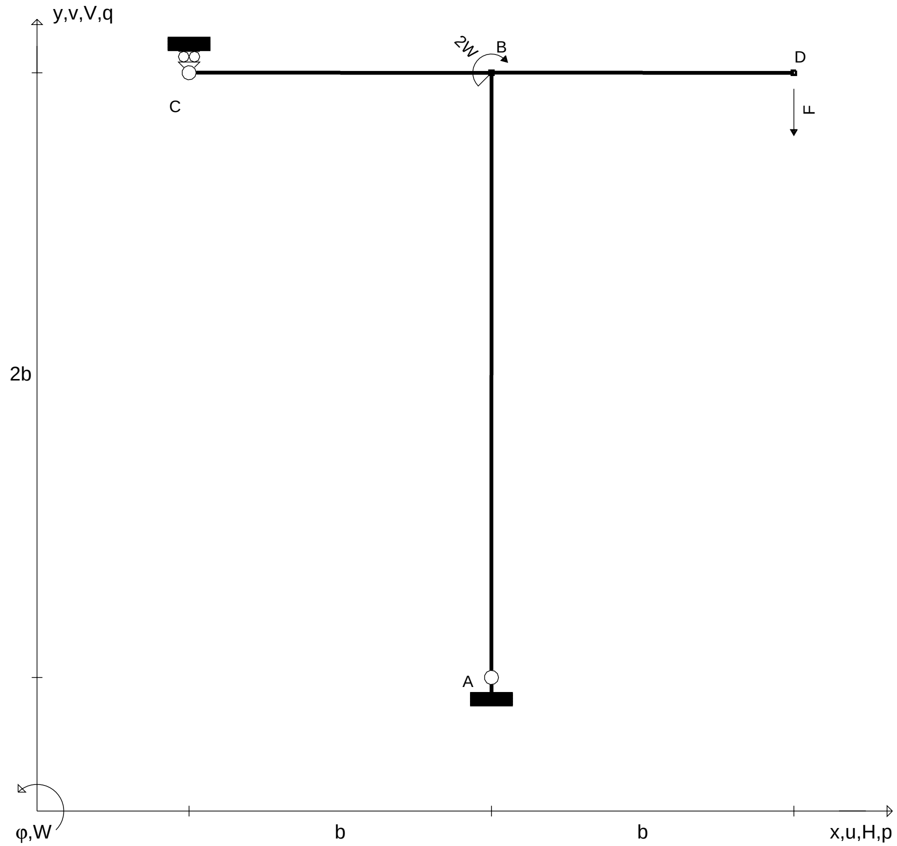

A
B
C
D
10 Fb3/EJ


3 F


3 Fb

AZIONI INTERNE (coordinate locali)

$N_{AB} = 0$	$N_{BC} = 0$	$N_{CD} = 0$
$T_{AB} = 3F$	$T_{BC} = 3F$	$T_{CD} = 0$
$M_{AB} = -2Fb + 3Fx$	$M_{BC} = -3Fb + 3Fx$	$M_{CD} = 0$



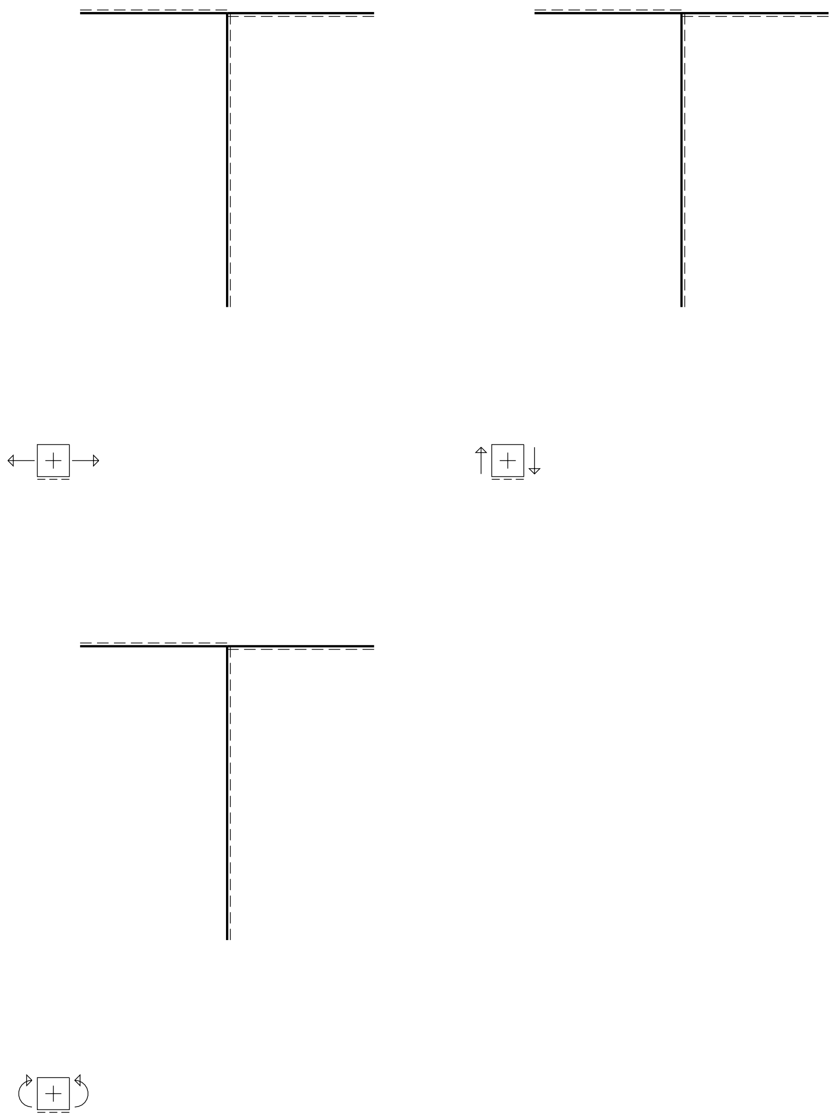
V_D = -F
W_B = -2W = -2Fb

EJ_{AB} = EJ
EJ_{BC} = EJ

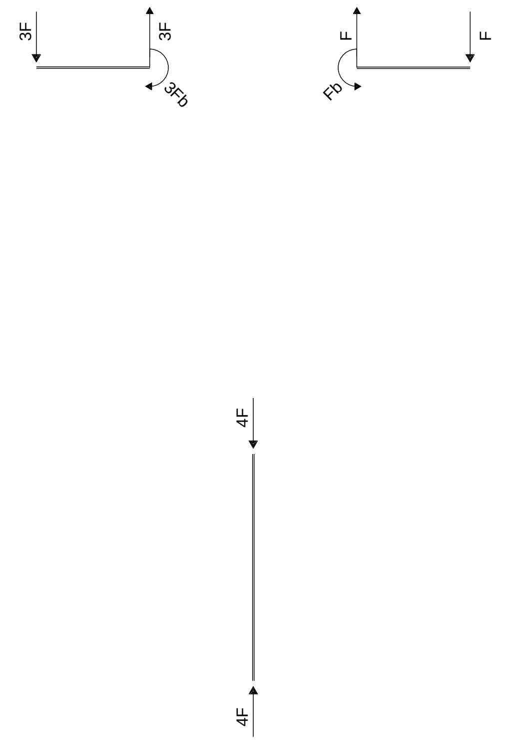
EJ_{BD} = EJ

Verso effettivo dei carichi riportato nel disegno.
Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.
Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.
Esprimere le funzioni delle azioni interne nelle aste.
J_{AB} x_{AB} ϑ_{AB} riferimento locale asta AB con origine in A.

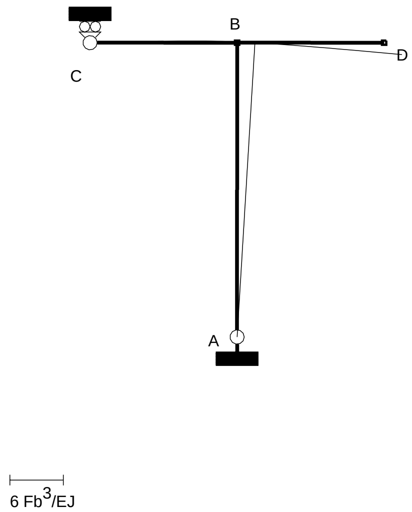
MANTENERE I RISULTATI IN FORMA FRAZIONARIA

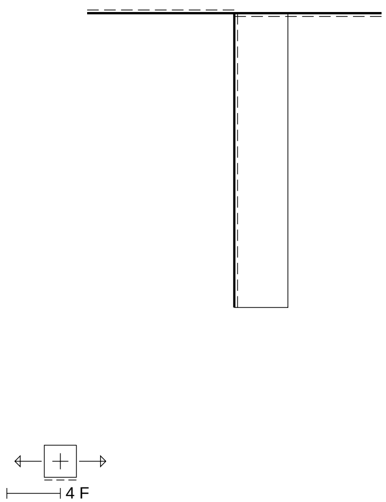


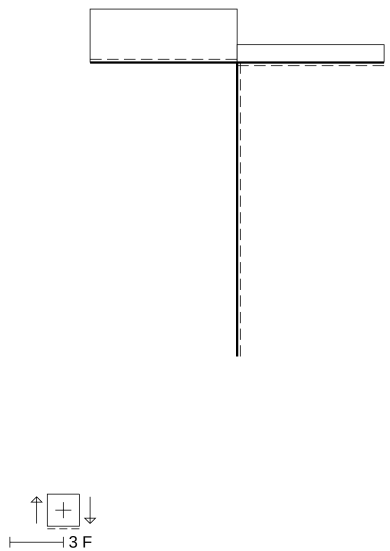
REAZIONI VINCOLARI

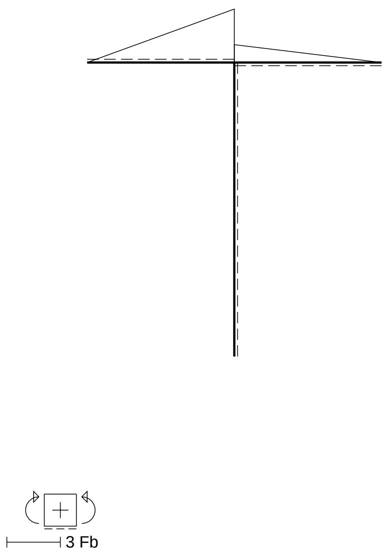


DEFORMATA E DIAGRAMMI AZIONI INTERNE



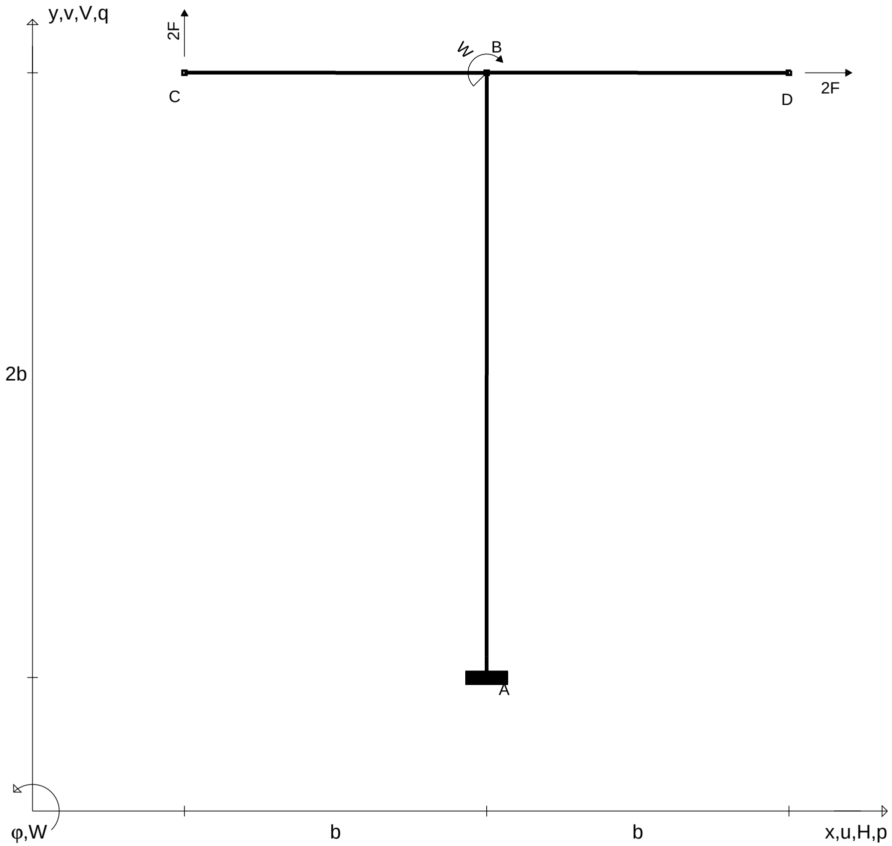






AZIONI INTERNE (coordinate locali)

$N_{AB} = -4F$	$N_{BC} = 0$	$N_{BD} = 0$
$T_{AB} = 0$	$T_{BC} = -3F$	$T_{BD} = F$
$M_{AB} = 0$	$M_{BC} = 3Fb - 3Fx$	$M_{BD} = -Fb + Fx$

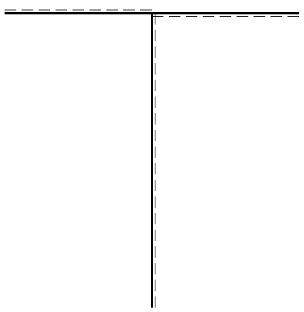


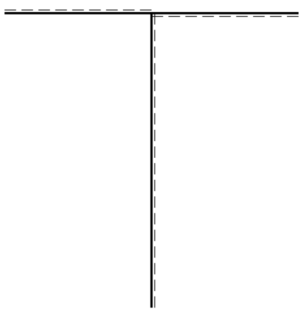
$H_D = 2F$ $W_B = -W = -Fb$ $EJ_{BC} = EJ$

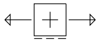
$V_C = 2F$ $EJ_{AB} = EJ$ $EJ_{BD} = EJ$

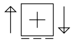
Verso effettivo dei carichi riportato nel disegno.
Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.
Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.
Esprimere le funzioni delle azioni interne nelle aste.
J_{AB} x_{AB} ϑ_{AB} riferimento locale asta AB con origine in A.

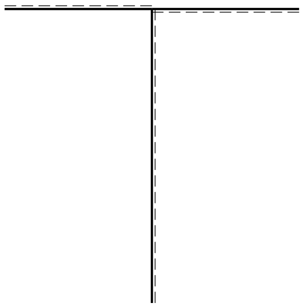
MANTENERE I RISULTATI IN FORMA FRAZIONARIA

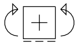






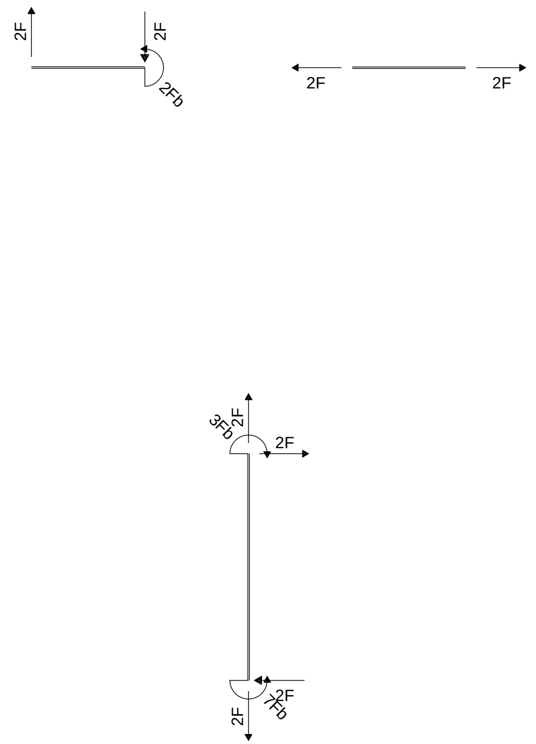






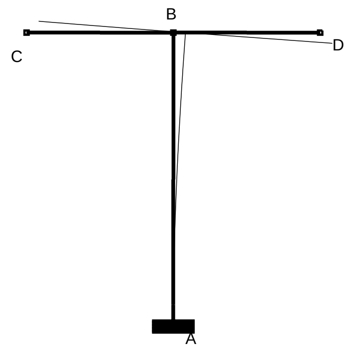
REAZIONI VINCOLARI

TePCS1 14.07.04-002

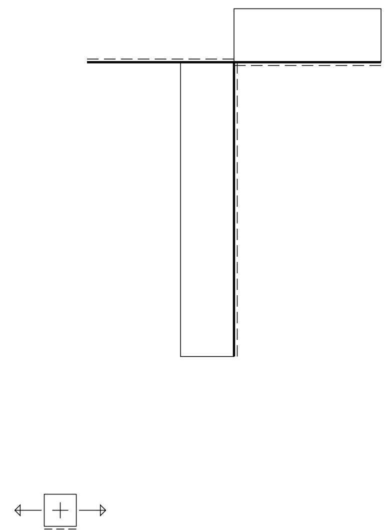


DEFORMATA E DIAGRAMMI AZIONI INTERNE

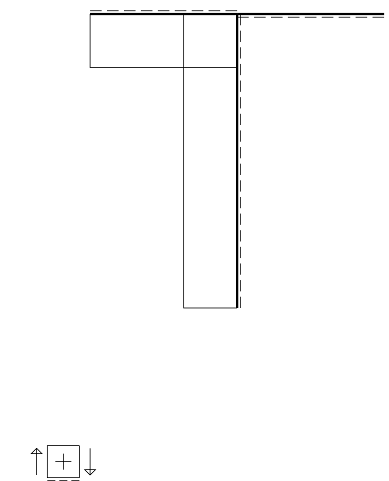
TePCS1 14.07.04-002



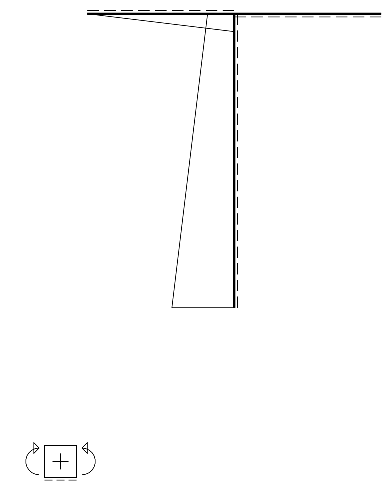
50 Fb^3/EJ



2 F



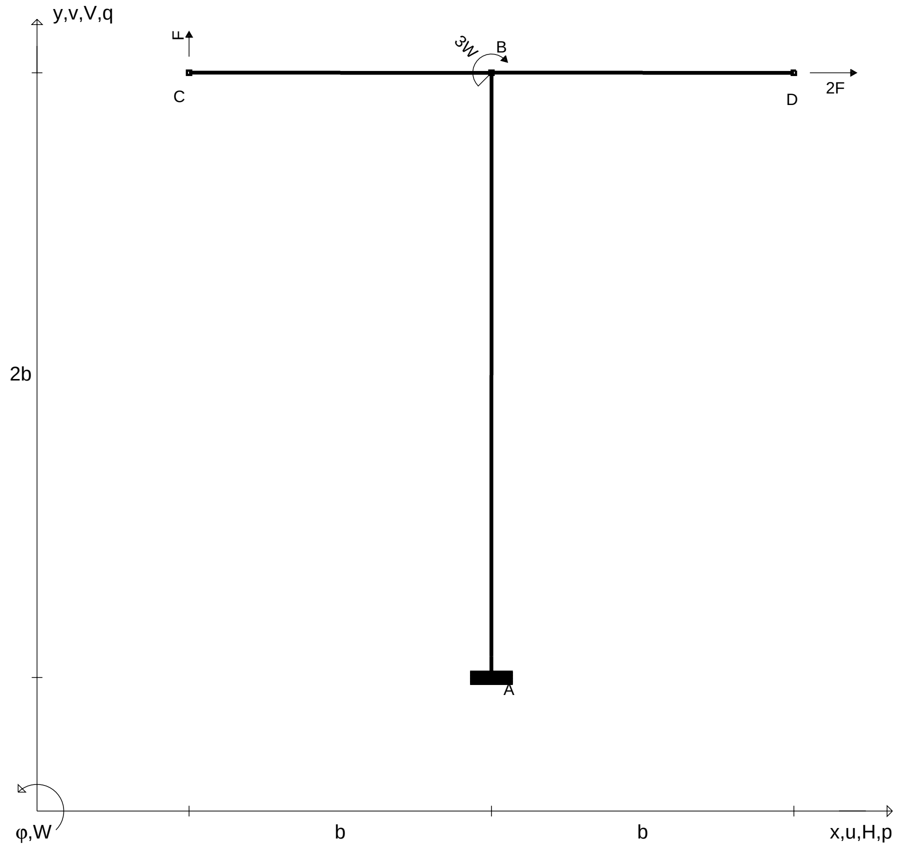
2 F



6 Fb

AZIONI INTERNE (coordinate locali)

$N_{AB} = 2F$	$N_{BC} = 0$	$N_{BD} = 2F$
$T_{AB} = 2F$	$T_{BC} = 2F$	$T_{BD} = 0$
$M_{AB} = -7Fb +2Fx$	$M_{BC} = -2Fb +2Fx$	$M_{BD} = 0$



$H_D = 2F$

$V_C = F$

$W_B = -3W = -3Fb$

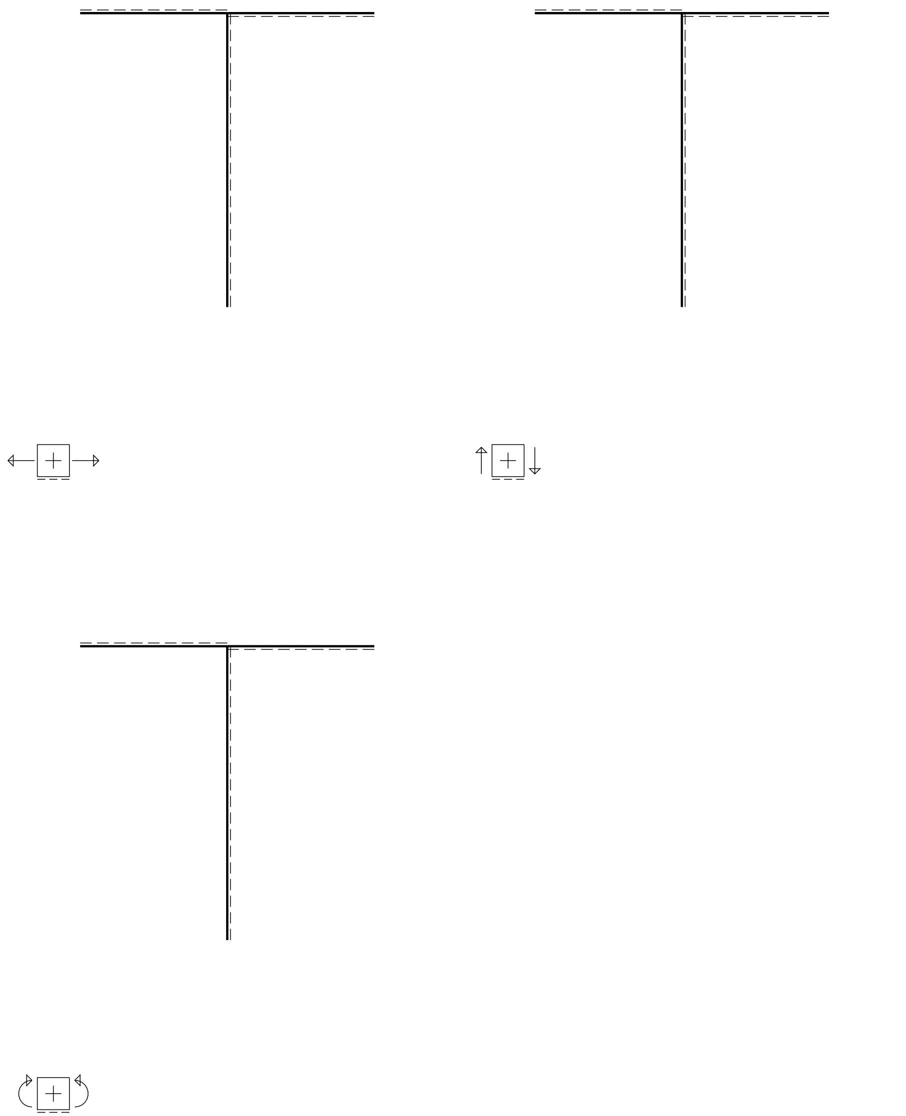
$EJ_{AB} = EJ$

$EJ_{BC} = EJ$

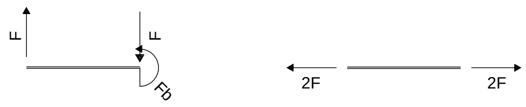
$EJ_{BD} = EJ$

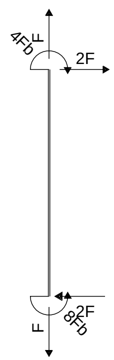
Verso effettivo dei carichi riportato nel disegno.
Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.
Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.
Esprimere le funzioni delle azioni interne nelle aste.
J_{AB} x_{AB} ϑ_{AB} riferimento locale asta AB con origine in A.

MANTENERE I RISULTATI IN FORMA FRAZIONARIA

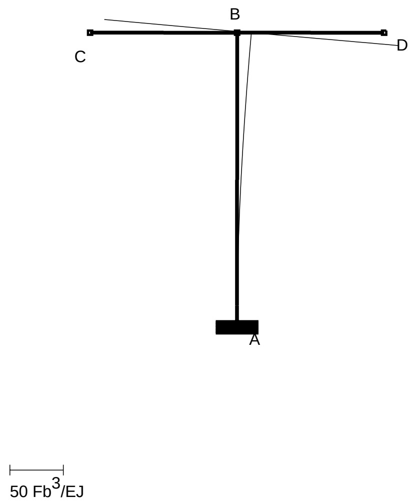


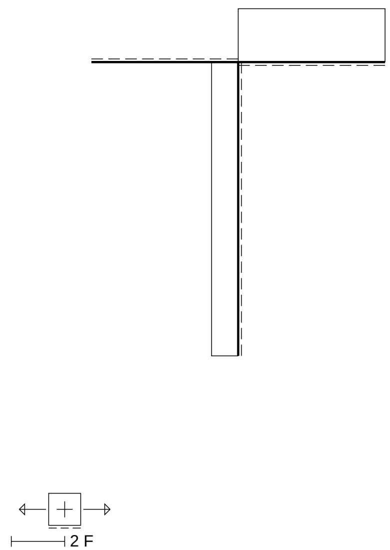
REAZIONI VINCOLARI

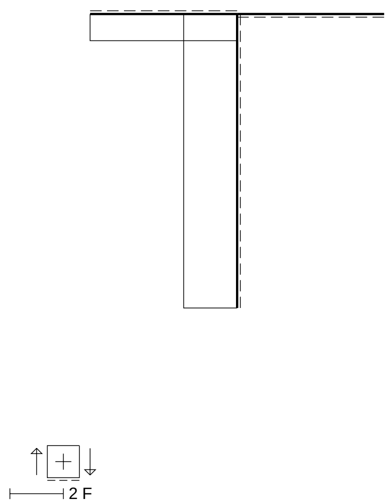


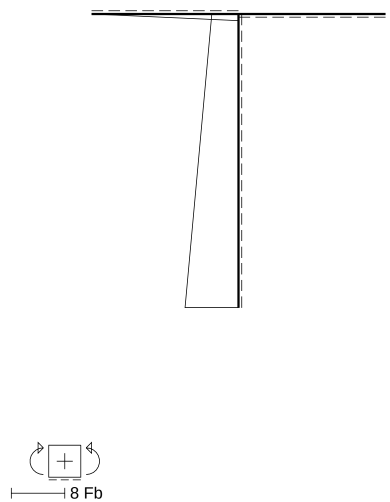


DEFORMATA E DIAGRAMMI AZIONI INTERNE



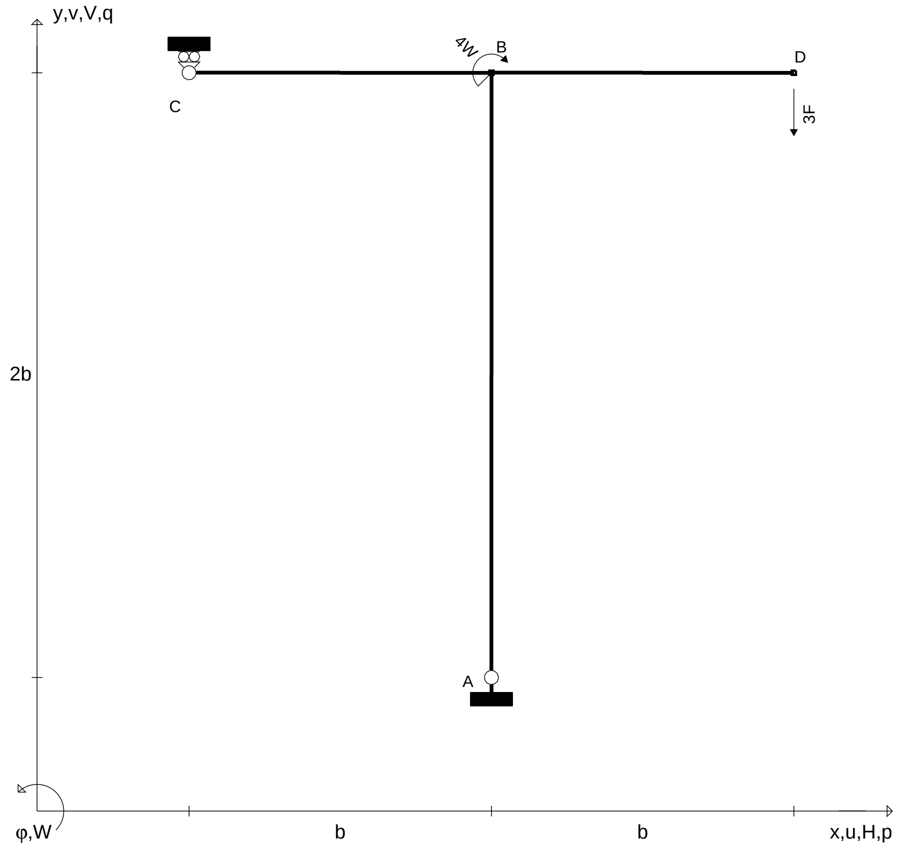






AZIONI INTERNE (coordinate locali)

$N_{AB} = F$	$N_{BC} = 0$	$N_{BD} = 2F$
$T_{AB} = 2F$	$T_{BC} = F$	$T_{BD} = 0$
$M_{AB} = -8Fb + 2Fx$	$M_{BC} = -Fb + Fx$	$M_{BD} = 0$

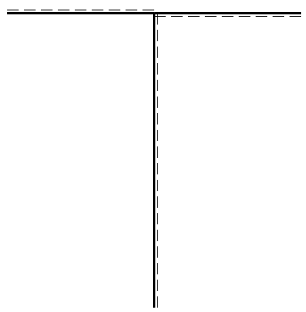


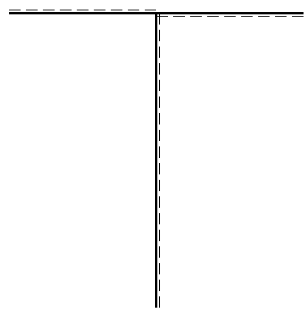
$V_D = -3F$ $\quad EJ_{AB} = EJ$ $\quad EJ_{BD} = EJ$

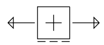
$W_B = -4W = -4Fb$ $\quad EJ_{BC} = EJ$

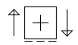
Verso effettivo dei carichi riportato nel disegno.
Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.
Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.
Esprimere le funzioni delle azioni interne nelle aste.
J_{AB} x_{AB} ϑ_{AB} riferimento locale asta AB con origine in A.

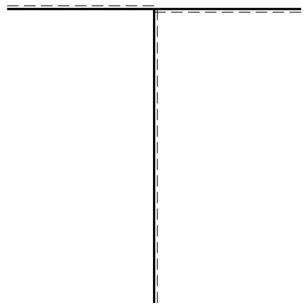
MANTENERE I RISULTATI IN FORMA FRAZIONARIA

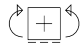


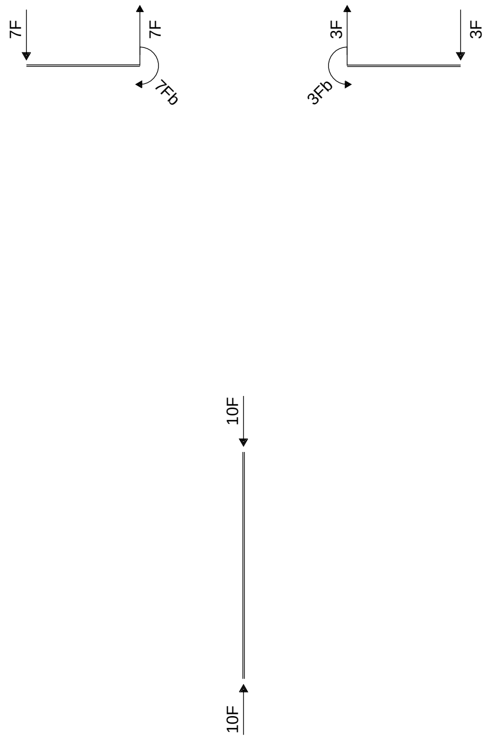


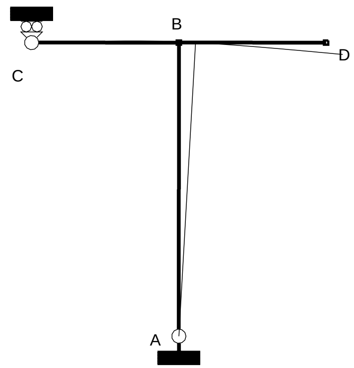




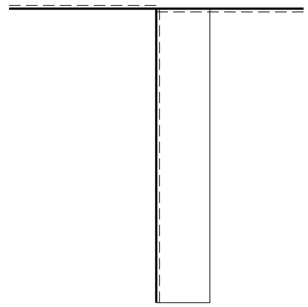


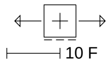




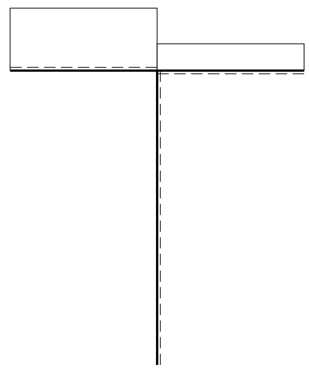


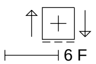
15 Fb^3/EJ



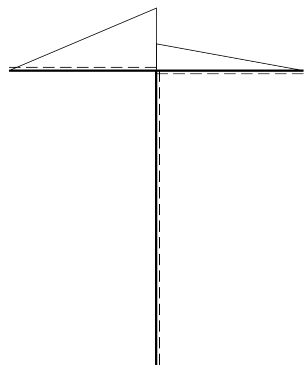


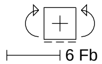
10 F





6 F





6 Fb

AZIONI INTERNE (coordinate locali)

$N_{AB} = -10F$	$N_{BC} = 0$	$N_{BD} = 0$
$T_{AB} = 0$	$T_{BC} = -7F$	$T_{BD} = 3F$
$M_{AB} = 0$	$M_{BC} = 7Fb - 7Fx$	$M_{BD} = -3Fb + 3Fx$

Politecnico di Milano - Corso di Laurea in Architettura (N.O.)

Campus Mantova

CORSO DI T. E P. DI COSTRUZIONI E STRUTTURE 2

A.A. 2001-02

Primo compito scritto in aula del 16.11.2001

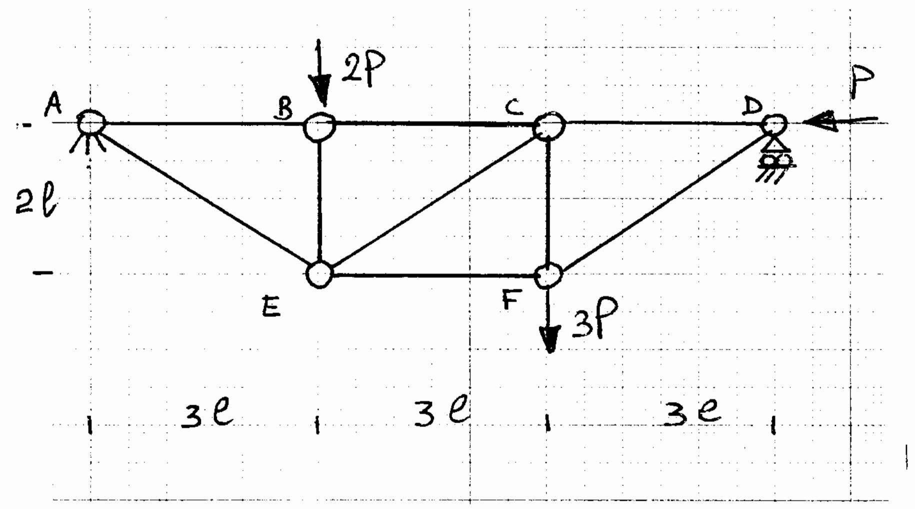
Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.. Matricola:.......

Esercizio n.1 (9 punti)

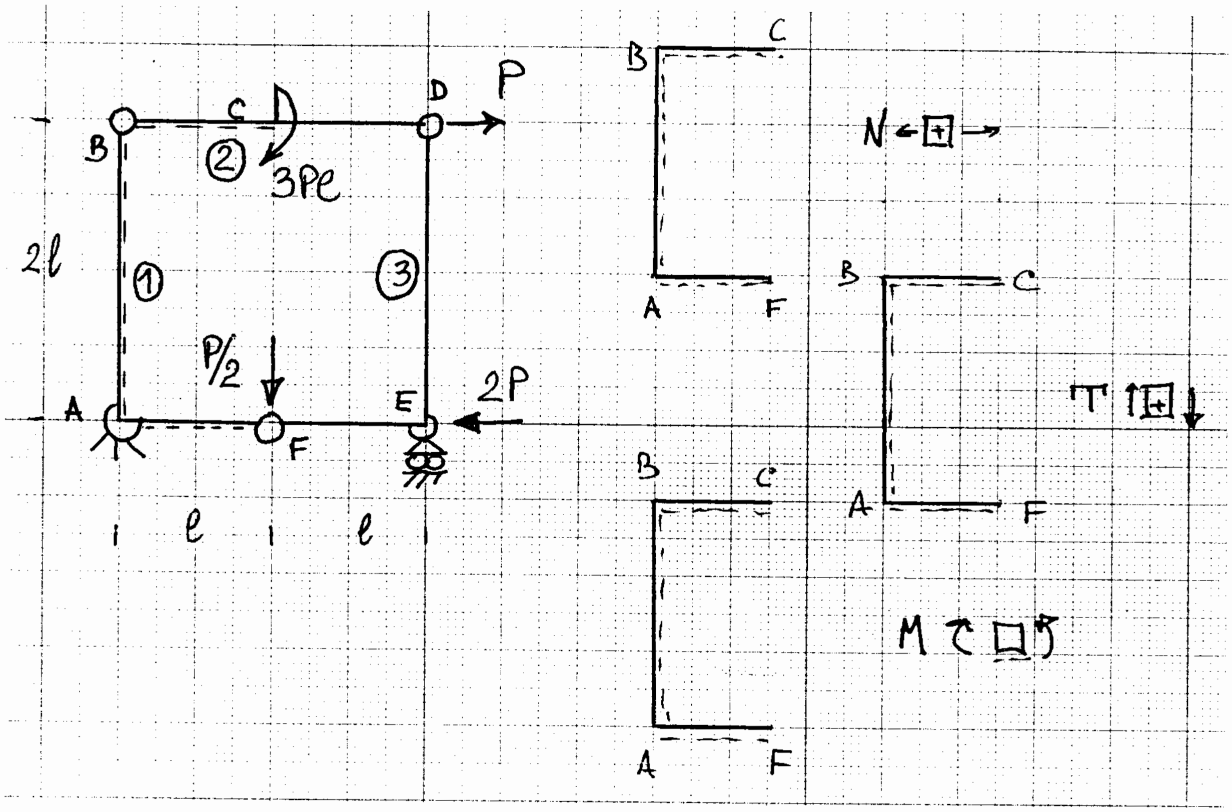
Risolvere con il metodo preferito la struttura reticolare indicata in Figura; calcolare i valori delle azioni assiali nelle singole aste e indicare, ingrossandole nel disegno, quali si comportano come puntoni.



H_A = ...;	V_A = ...;	V_D = ...;
N_{AB} = ...;	N_{BC} = ...;	N_{CD} = ...;
N_{AE} = ...;	N_{BE} = ...;	N_{CE} = ...;
N_{EF} = ...;	N_{CF} = ...;	N_{DF} = ...;

Esercizio n.2 (9 punti)

Risolvere la struttura presentata in Figura e riportare in grafico e per iscritto le azioni interne nei tratti indicati.



$H_A =$ ....; $V_A =$ ....; $V_E =$ ....;

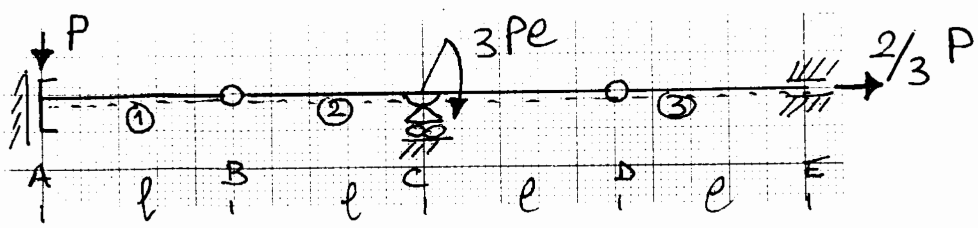
$N_{AF} =$ ....; $N_{AB} =$ ....; $N_{BC} =$ ....;

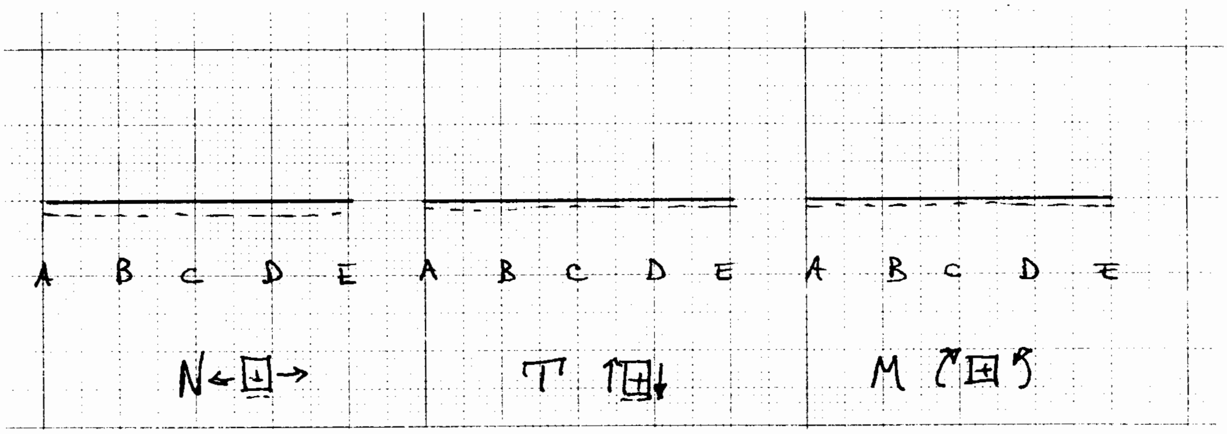
$T_{AF} =$ ....; $T_{AB} =$ ....; $T_{BC} =$ ....;

$M_{AF} =$ ....; $M_{AB} =$ ....; $M_{BC} =$ ....;

Esercizio n.3 (8 punti)

Risolvere la struttura riportata in Figura e tracciare i grafici delle azioni interne.





H_A = ...; M_A = ...; V_C = ...;

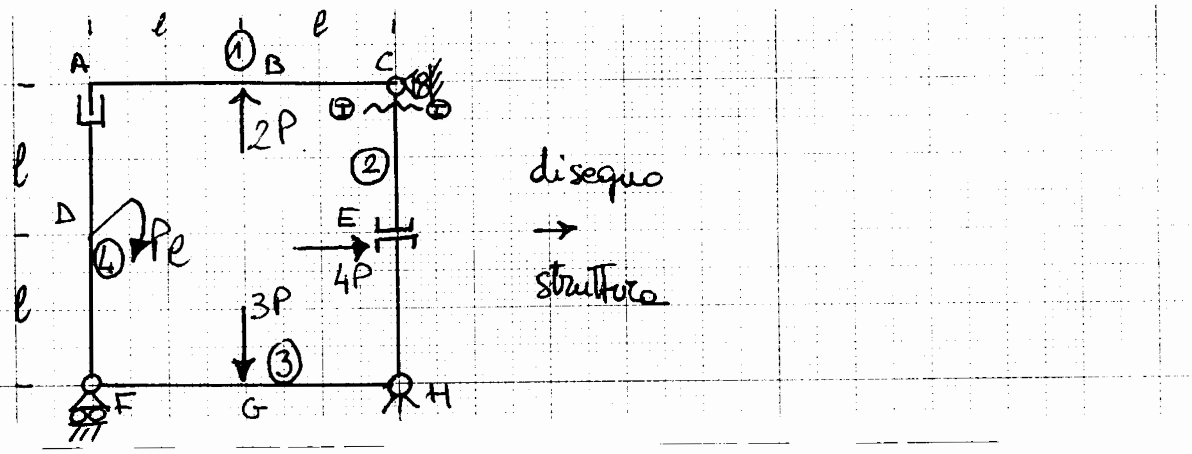
V_E = ...; M_E = ...;

N_{ABC} = ...; T_{ABC} = ...; M_{CBC} = ...;

N_{CDE} = ...; T_{CDE} = ...; M_{CDE} = ...;

Esercizio n.4 (4 punti)

Individuare quali condizioni di irrigidimento si devono scrivere (oltre alle equazioni cardinali) per determinare le reazioni vincolari della struttura riportata in Figura, qualora si decida di rompere l'anello chiuso nella posizione indicata.
Si noti che *non è richiesto di scrivere esplicitamente le equazioni*, mentre è richiesto di riportare nello spazio predisposto la struttura aperta, evidenziando correttamente le reazioni vincolari e le forze interne che le due parti si scambiano.



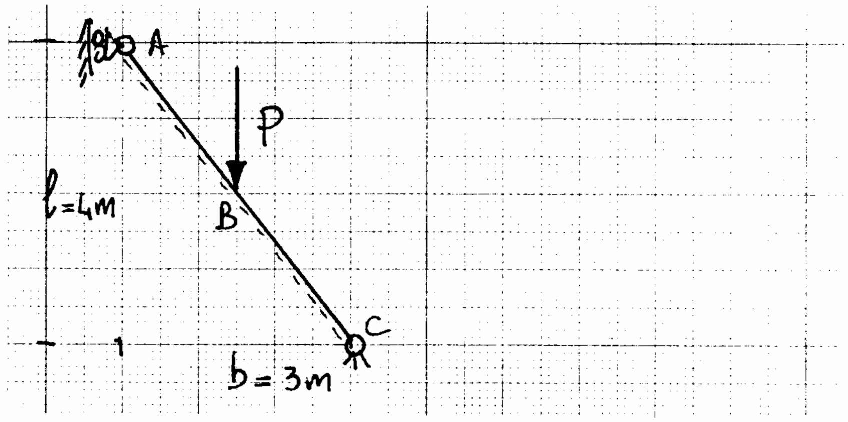
Equazione 1: ....;

Equazione 2: ....;

Equazione 3: ....;

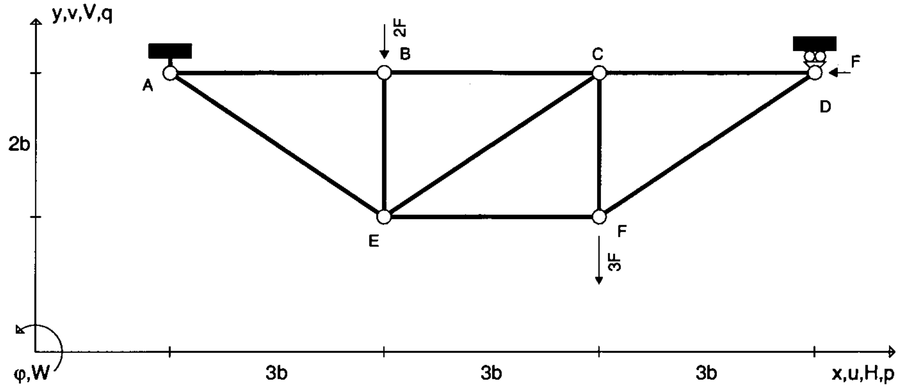
Esercizio n.5 (bonus, 3 punti)

Data la trave inclinata riportata in Figura, soggetta a un carico P = 10 kN applicato in mezzeria, si richiede di calcolare le quantità sotto indicate.



H_A = ...(kN) ;	M_B = ... (kN·m);
N_{AB} = ...(kN) ;	N_{BC} = ... (kN);
T_{AB} = ...(kN) ;	T_{BC} = ... (kN);

4/1

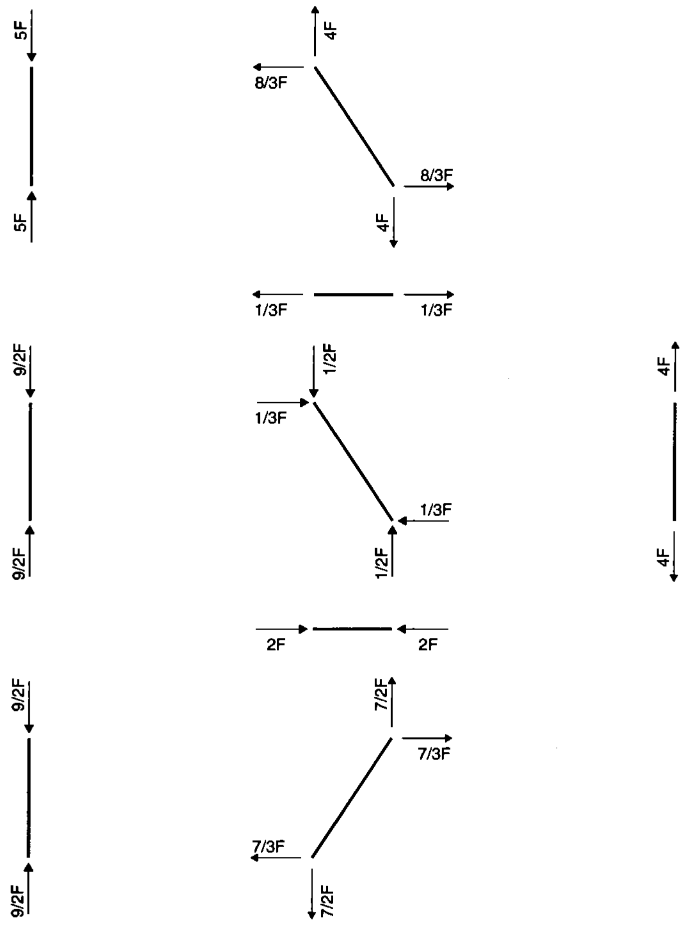


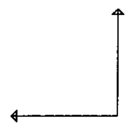
NB: $F = p$

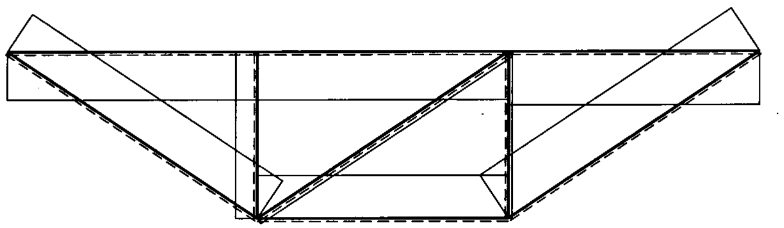
$b = \ell$

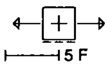
Verso effettivo dei carichi riportato nel disegno.
Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.
Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.
Esprimere le funzioni delle azioni interne nelle aste.
A_{AB} x_{AB} ϑ_{AB} riferimento locale asta AB con origine in A.

MANTENERE I RISULTATI IN FORMA FRAZIONARIA









AZIONI INTERNE (coordinate locali)

$N_{AB} = -9/2F$
$T_{AB} = 0$
$M_{AB} = 0$

$N_{BC} = -9/2F$
$T_{BC} = 0$
$M_{BC} = 0$

$N_{CD} = -5F$
$T_{CD} = 0$
$M_{CD} = 0$

$N_{AE} = 7\sqrt{13}/6F$
$T_{AE} = 0$
$M_{AE} = 0$

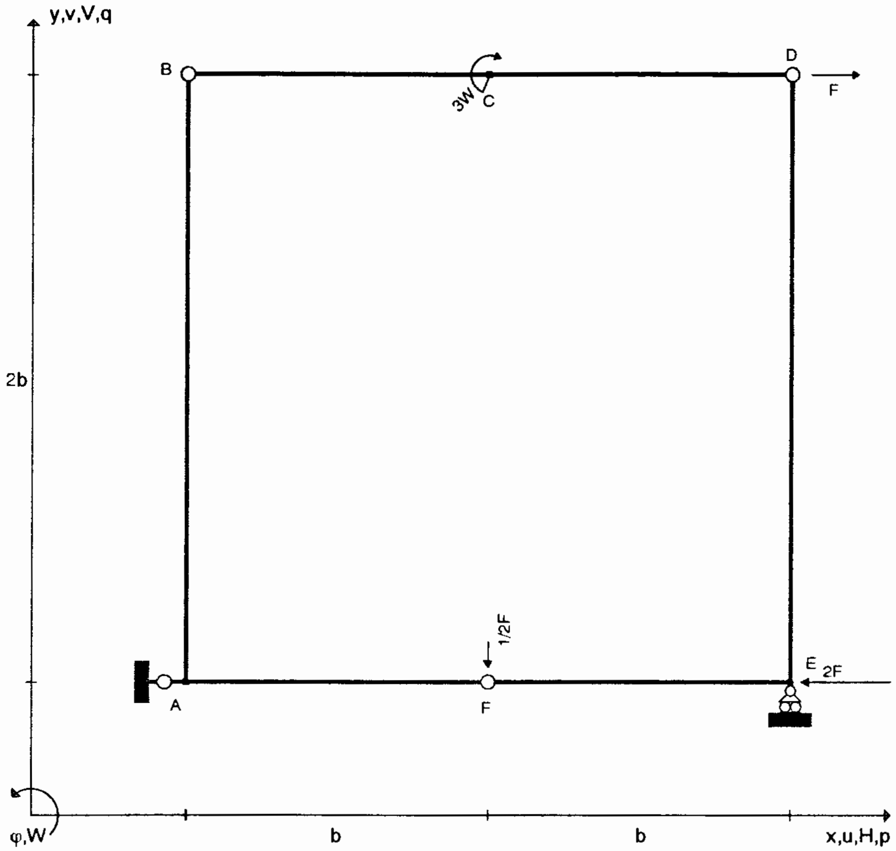
$N_{BE} = -2F$
$T_{BE} = 0$
$M_{BE} = 0$

$N_{EC} = -\sqrt{13}/6F$
$T_{EC} = 0$
$M_{EC} = 0$

$N_{EF} = 4F$
$T_{EF} = 0$
$M_{EF} = 0$

$N_{CF} = 1/3F$
$T_{CF} = 0$
$M_{CF} = 0$

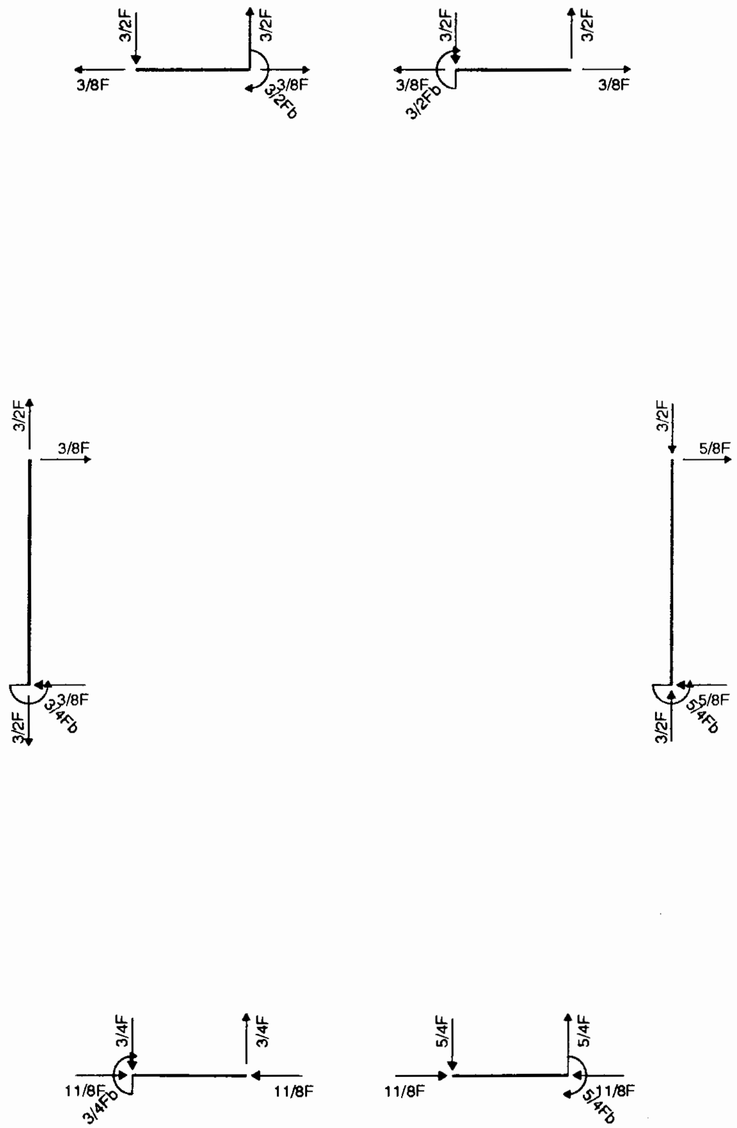
$N_{FD} = 4\sqrt{13}/3F$
$T_{FD} = 0$
$M_{FD} = 0$

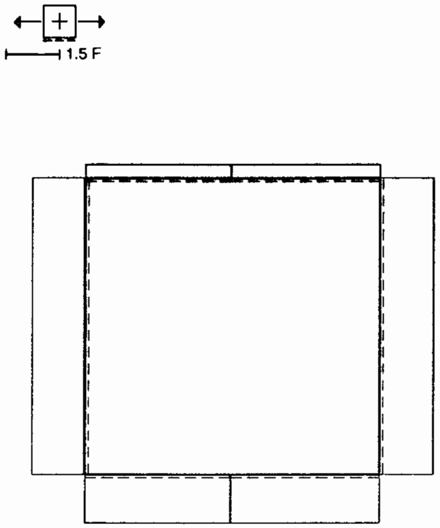


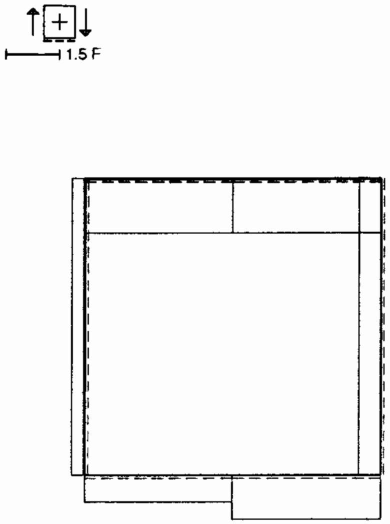
NB: $F = P$

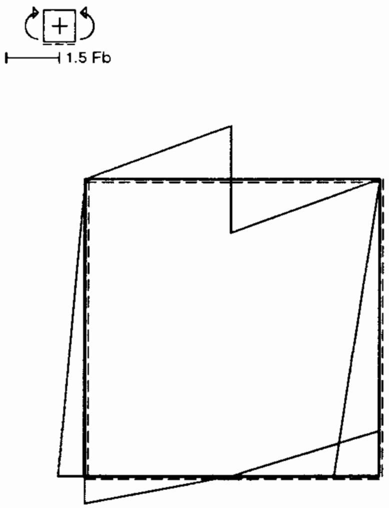
$b = \ell$

$W = P\ell$









REAZIONI

$H_A = F = F$
$V_A = -3/4F -3/2(W/b) = -9/4F$
$V_E = 5/4F +3/2(W/b) = 11/4F$

$H_{AF} = 11/8F = 11/8F$
$V_{AF} = -3/4F = -3/4F$
$W_{AF} = -3/4Fb = -3/4Fb$
$H_{FA} = -11/8F = -11/8F$
$V_{FA} = 3/4F = 3/4F$
$W_{FA} = 0$

$H_{FE} = 11/8F = 11/8F$
$V_{FE} = -5/4F = -5/4F$
$W_{FE} = 0$
$H_{EF} = -11/8F = -11/8F$
$V_{EF} = 5/4F = 5/4F$
$W_{EF} = -5/4Fb = -5/4Fb$

$H_{ED} = -5/8F = -5/8F$
$V_{ED} = 3/2(W/b) = 3/2F$
$W_{ED} = 5/4Fb = 5/4Fb$
$H_{DE} = 5/8F = 5/8F$
$V_{DE} = -3/2(W/b) = -3/2F$
$W_{DE} = 0$

$H_{CD} = -3/8F = -3/8F$
$V_{CD} = -3/2(W/b) = -3/2F$
$W_{CD} = -3/2W = -3/2Fb$
$H_{DC} = 3/8F = 3/8F$
$V_{DC} = 3/2(W/b) = 3/2F$
$W_{DC} = 0$

$H_{BC} = -3/8F = -3/8F$
$V_{BC} = -3/2(W/b) = -3/2F$
$W_{BC} = 0$
$H_{CB} = 3/8F = 3/8F$
$V_{CB} = 3/2(W/b) = 3/2F$
$W_{CB} = -3/2W = -3/2Fb$

$H_{AB} = -3/8F = -3/8F$
$V_{AB} = -3/2(W/b) = -3/2F$
$W_{AB} = 3/4Fb = 3/4Fb$
$H_{BA} = 3/8F = 3/8F$
$V_{BA} = 3/2(W/b) = 3/2F$
$W_{BA} = 0$

AZIONI INTERNE (coordinate locali)

$N_{AF} = -11/8F$
$T_{AF} = -3/4F$
$M_{AF} = 3/4Fb -3/4Fx$

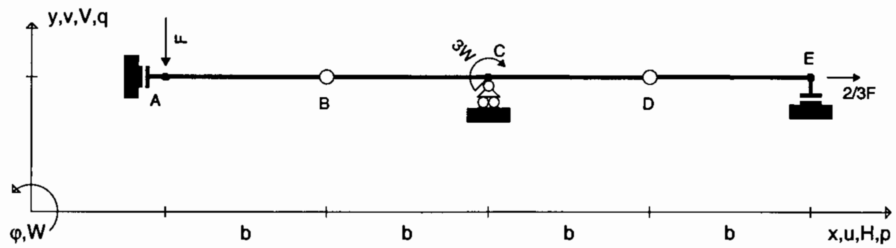
$N_{FE} = -11/8F$
$T_{FE} = -5/4F$
$M_{FE} = -5/4Fx$

$N_{ED} = -3/2F$
$T_{ED} = 5/8F$
$M_{ED} = -5/4Fb +5/8Fx$

$N_{CD} = 3/8F$
$T_{CD} = -3/2F$
$M_{CD} = 3/2Fb -3/2Fx$

$N_{BC} = 3/8F$
$T_{BC} = -3/2F$
$M_{BC} = -3/2Fx$

$N_{AB} = 3/2F$
$T_{AB} = 3/8F$
$M_{AB} = -3/4Fb +3/8Fx$



$V_A = -F$
$H_E = 2/3F$

$W_C = -3W = -3Fb$
x_{AB}

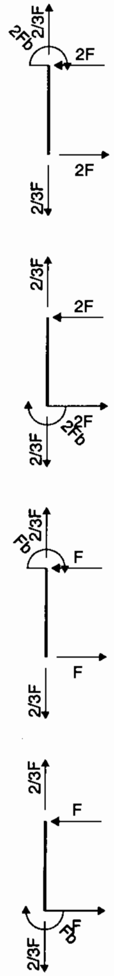
x_{BC}
x_{CD}

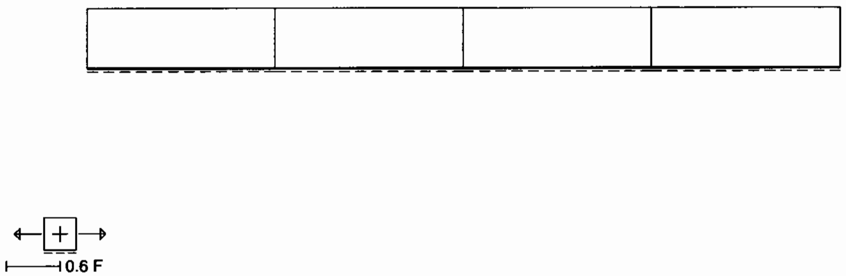
x_{DE}

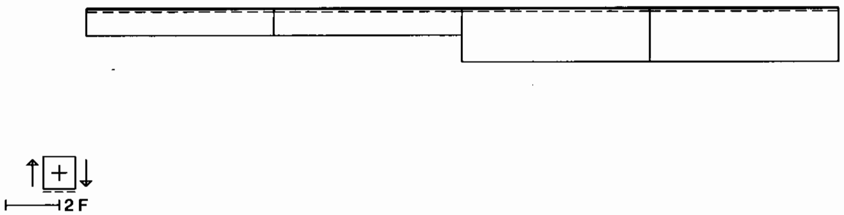
NB: $F = P$
$b = \ell$
$W = P\ell$

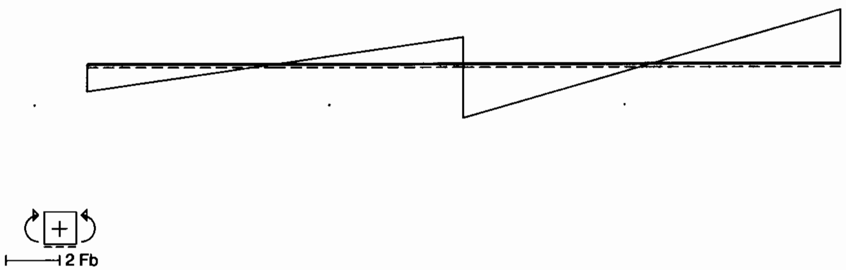
Verso effettivo dei carichi riportato nel disegno.
Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.
Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.
Esprimere le funzioni delle azioni interne nelle aste.
$J_{AB}\, x_{AB}\, \vartheta_{AB}$ riferimento locale asta AB con origine in A.

MANTENERE I RISULTATI IN FORMA FRAZIONARIA



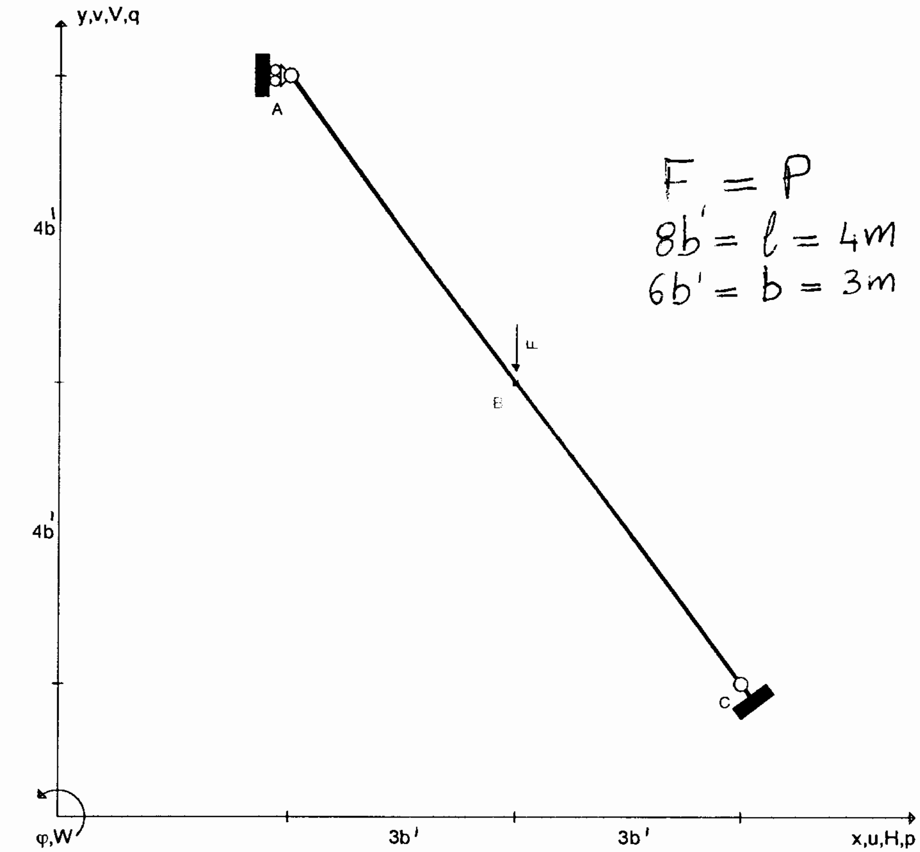






AZIONI INTERNE (coordinate locali)

$N_{AB} = 2/3F$	$N_{BC} = 2/3F$	$N_{CD} = 2/3F$	$N_{DE} = 2/3F$
$T_{AB} = -F$	$T_{BC} = -F$	$T_{CD} = -2F$	$T_{DE} = -2F$
$M_{AB} = Fb - Fx$	$M_{BC} = -Fx$	$M_{CD} = 2Fb - 2Fx$	$M_{DE} = -2Fx$



$F = P$

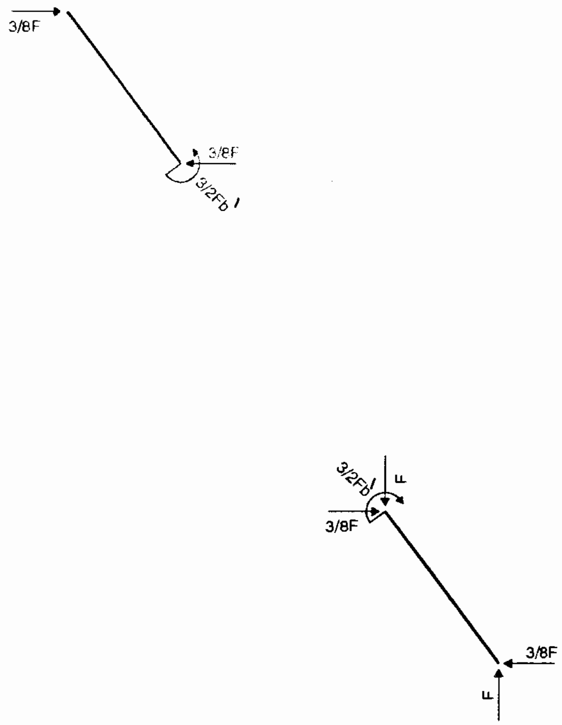
$8b' = l = 4m$

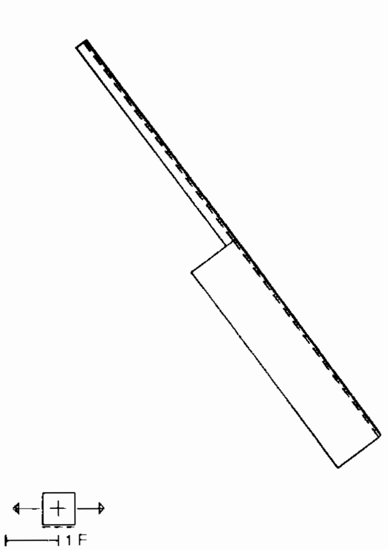
$6b' = b = 3m$

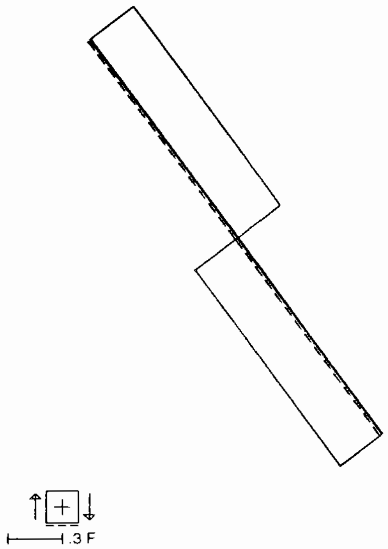
$V_B = -F$ $\quad x_{AB} \quad x_{BC}$

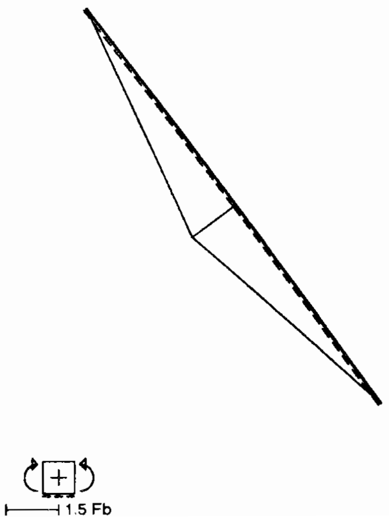
Verso effettivo dei carichi riportato nel disegno.
Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.
Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.
Esprimere le funzioni delle azioni interne nelle aste.
J_{AB} x_{AB} ϑ_{AB} riferimento locale asta AB con origine in A.

MANTENERE I RISULTATI IN FORMA FRAZIONARIA









REAZIONI

$H_A = 3/8F$
$H_C = -3/8F$
$V_C = F$

$H_{AB} = 3/8F$	$H_{BC} = 3/8F$
$V_{AB} = 0$	$V_{BC} = -F$
$W_{AB} = 0$	$W_{BC} = -3/2Fb'$
$H_{BA} = -3/8F$	$H_{CB} = -3/8F$
$V_{BA} = 0$	$V_{CB} = F$
$W_{BA} = 3/2Fb'$	$W_{CB} = 0$

AZIONI INTERNE (coordinate locali)

$N_{AB} = -9/40F$	$N_{BC} = -41/40F$
$T_{AB} = 3/10F$	$T_{BC} = -3/10F$
$M_{AB} = 3/10Fx$	$M_{BC} = 3/2Fb' -3/10Fx$

Politecnico di Milano - Corso di Laurea in Architettura (N.O.)

Campus Mantova

CORSO DI T. E P. DI COSTRUZIONI E STRUTTURE 2

A.A. 2001-02

Secondo compito scritto in aula del 01.01.2002

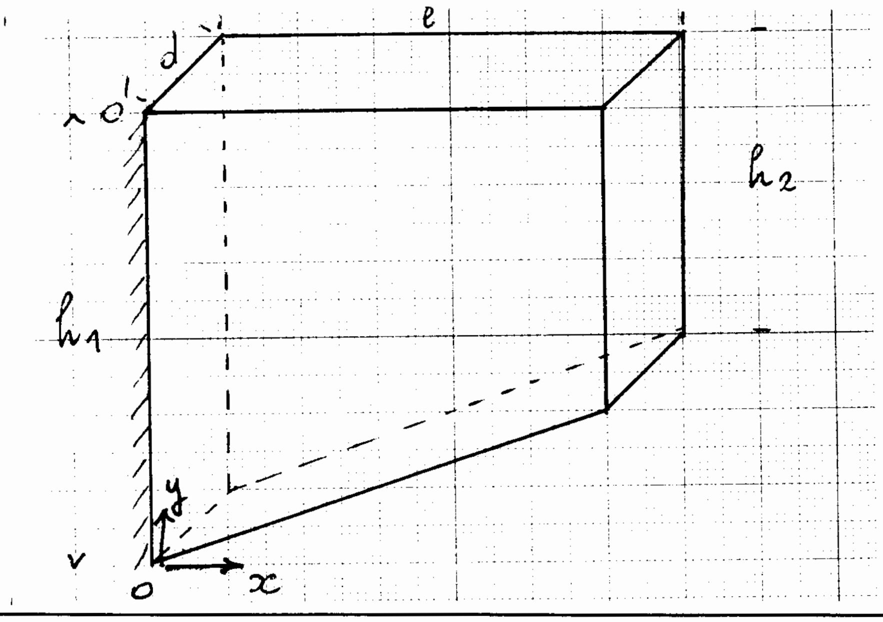
Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:... Matricola:.......

Esercizio n.1 (8 punti)

La trave indicata in Figura, di spessore d e di lunghezza $l = 15d$ ha forma *trapezoidale*, con le basi di altezza rispettivamente pari a $h_1 = 7d$ e $h_2 = 2d$.
Noto che il peso specifico è γ si richiede di determinare il peso complessivo, W, e le coordinate x_G e y_G del baricentro (riferite al punto indicato con O).
Nell'ipotesi che la trave suddetta sia incastrata lungo il lato OO' determinare infine il valore della reazione verticale, $V_{OO'}$ e del momento $M_{OO'}$.



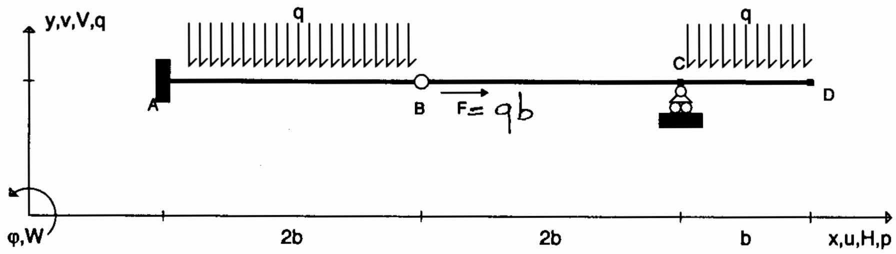
W = ...; x_G = ...; y_G = ...;
$V_{OO'}$ = ...; $M_{OO'}$ = ...;

1/1

Esercizio n.2 (10 punti)

Risolvere la struttura presentata in Figura e riportare in grafico e per iscritto le azioni interne nei tratti indicati.

Politecnico di MILANO (sede di Mantova) TePCS2 01.02.02*001



H_A = ……………………; V_A = ……………………; M_A = ……………………; V_C = ……………………;

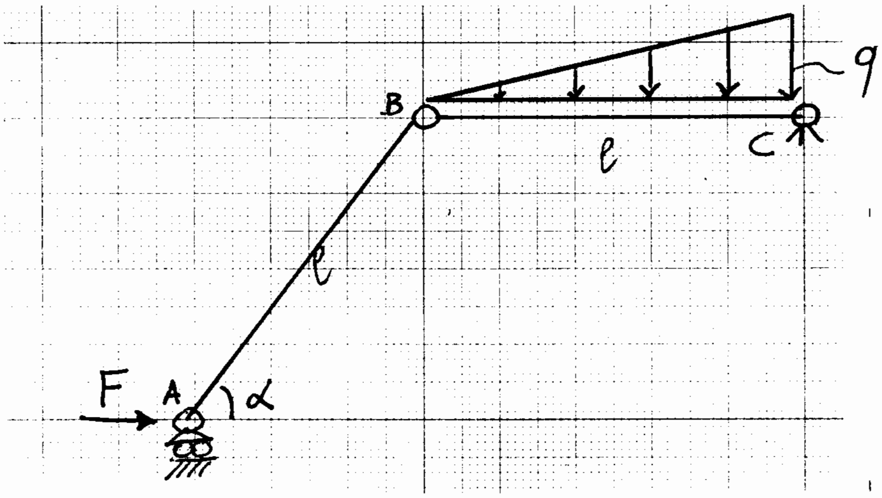
N_{AB} = …………………………; N_{BC} = …………………………; N_{CD} = …………………………;

T_{AB} = …………………………; T_{BC} = …………………………; T_{CD} = …………………………;

M_{AB} = …………………………; M_{BC} = …………………………; M_{CD} = …………………………;

Esercizio n.3 (7 punti)

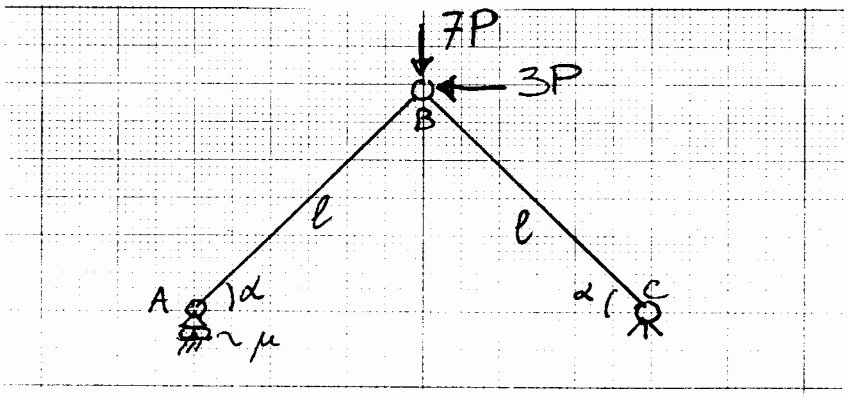
Determinare il valore della forza F per il quale la struttura riportata in Figura soddisfa le condizioni di equilibrio. In tale situazione valutare le reazioni vincolari, V_A, V_C, H_C, nonché il valore dell'azione assiale N_{AB} nella trave AB. Per la risoluzione si tenga conto che sin α = $1/2$ e cos α = $\sqrt{3}/2$.



F = ...; V_A = ...; V_C = ...;
H_C = ...; N_{AB} = ...;

Esercizio n.4 (5 punti)

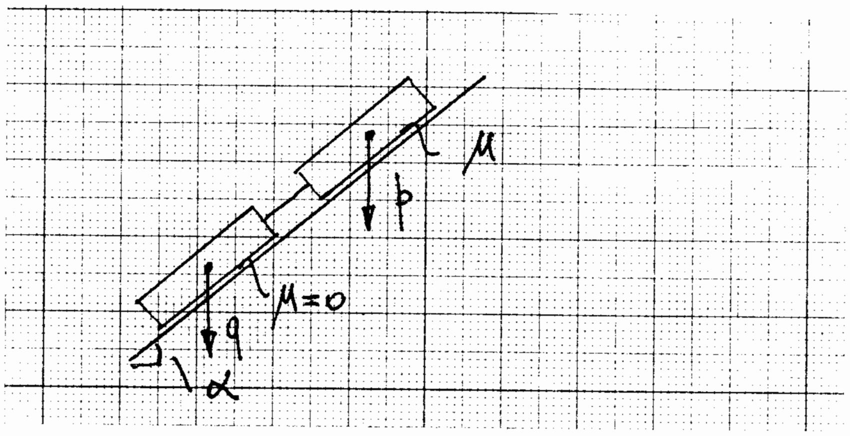
La struttura indicata in Figura presenta in A un vincolo imperfetto. Determinare quale deve essere il valore *minimo* del coefficiente di attrito, μ per garantire l'equilibrio. In tali condizioni valutare le reazioni vincolari V_A, V_C, H_C.
Si tenga conto che sin α = $\sqrt{2}/2$, cos α = $\sqrt{2}/2$



μ_{min} = ...;
V_A = ...; V_C = ...; H_C = ...;

Esercizio n.5 (bonus, 3 punti)

I due blocchi (da trattare come punti materiali) indicati in Figura, collegati da una fune, sono posti su un piano inclinato di un angolo α.
Noto che il blocco superiore di peso p presenta un coefficiente di attrito $\mu = 0.1$ con il piano inclinato e che il blocco inferiore, di peso $q = 1/3\,p$ presenta invece un coefficiente di attrito *nullo* determinare il valore *massimo* di inclinazione per il quale è ancora possibile che il sistema si mantenga in equilibrio.



α_{max} = ...

Esercizio 1

$$V = l \cdot d \cdot h_2 + \frac{1}{2} l \cdot d \cdot (h_1 - h_2)$$

$$V = l \cdot d \cdot \left[h_2 + \frac{h_1 - h_2}{2} \right] = l \cdot d \cdot \left[\frac{h_1 + h_2}{2} \right]$$

$$W = \gamma V = \gamma l d \cdot \left[\frac{h_1 + h_2}{2} \right]$$

$$V_1 = l \cdot d \cdot h_2$$

$$x_{G1} = \frac{l}{2}$$

$$y_{G1} = \frac{h_2}{2} + (h_1 - h_2) = h_1 - \frac{h_2}{2}$$

$$V_2 = l \cdot d \cdot \frac{(h_1 - h_2)}{2}$$

$$x_{G2} = \frac{l}{3}$$

$$y_{G2} = \frac{2}{3}(h_1 - h_2)$$

$$S_y = V_1 \cdot x_{G1} + V_2 \cdot x_{G2} = \frac{l^2 d h_2}{2} + \frac{l^2 d (h_1 - h_2)}{6}$$

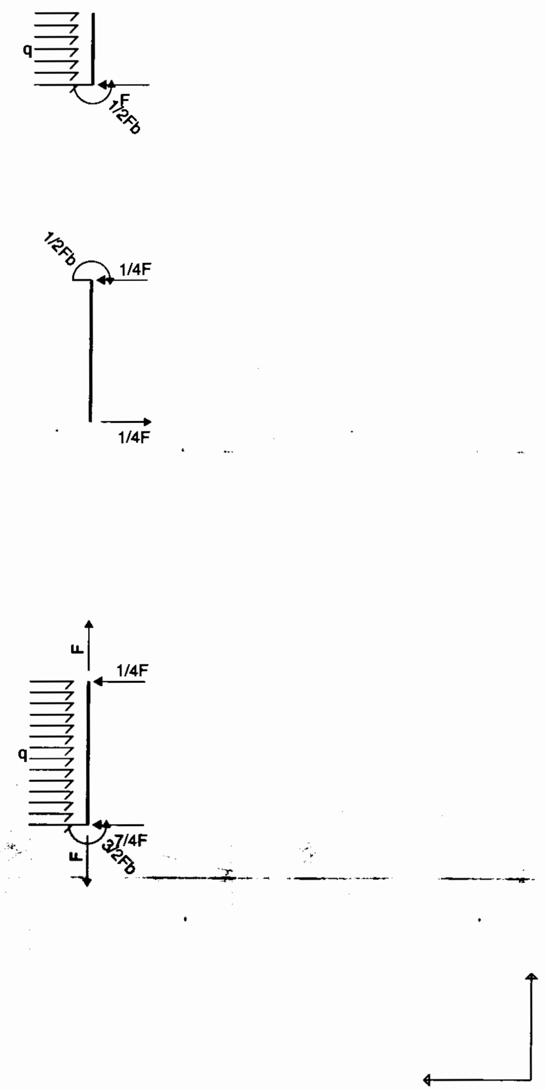
$$S_x = V_1 \cdot y_{G1} + V_2 \, y_{G2} = l \cdot d \cdot h_2 \left(h_1 - \frac{h_2}{2} \right) + \frac{2}{3} l d \frac{(h_1 - h_2)^2}{2}$$

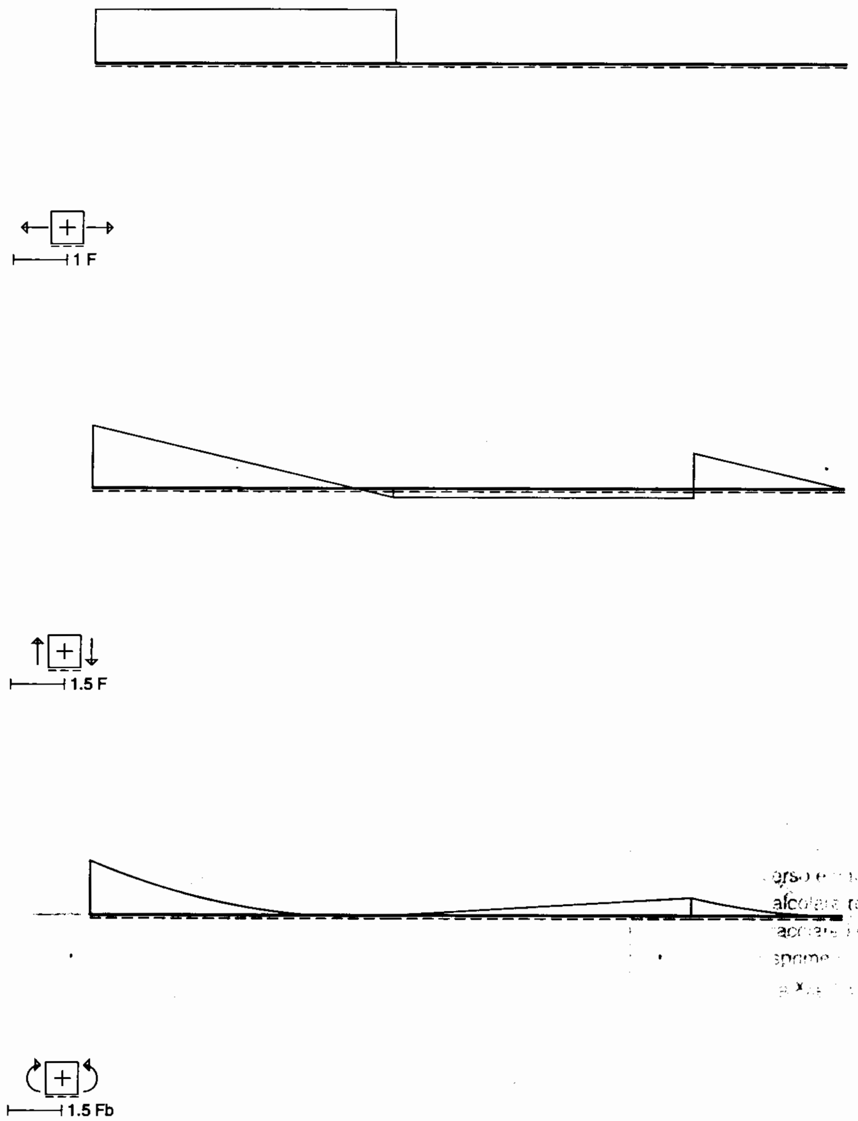
$$x_G = \frac{S_y}{V} = \frac{\frac{l^2 d}{6}(3h_2 + h_1 - h_2)}{l d \cdot \frac{h_1 + h_2}{2}} = \frac{\frac{l}{6}(h_1 + 2h_2)}{\frac{h_1 + h_2}{2}} = \frac{l}{3} \frac{h_1 + 2h_2}{h_1 + h_2}$$

$$y_G = \frac{S_x}{V} = \frac{l d \left\{ \left[h_1 h_2 - \frac{h_2^2}{2} \right] + \frac{(h_1 - h_2)^2}{3} \right\}}{l d \cdot \frac{h_1 + h_2}{2}} = \frac{2\, h_1 h_2 - h_2^2 + \frac{2}{3}(h_1 - h_2)^2}{h_1 + h_2}$$

$$V_{oo'} = W = \gamma l d \left[\frac{h_1 + h_2}{2} \right]$$

$$M_{oo'} = x_G W = \gamma l d \left(\frac{\cancel{h_1 + h_2}}{2} \right) \cdot \frac{l}{3} \frac{h_1 + 2h_2}{\cancel{(h_1 + h_2)}} = \frac{\gamma l^2 d}{6} (h_1 + 2h_2).$$


q
F
1/2Fb
1/2Fb
1/4F
1/4F
F
1/4F
q
7/4F
F
3/2Fb


1 F
1.5 F
1.5 Fb

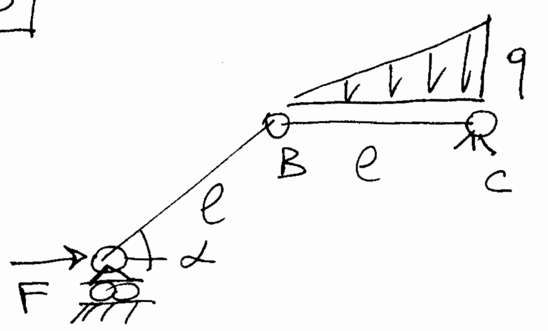
AZIONI INTERNE (coordinate locali)

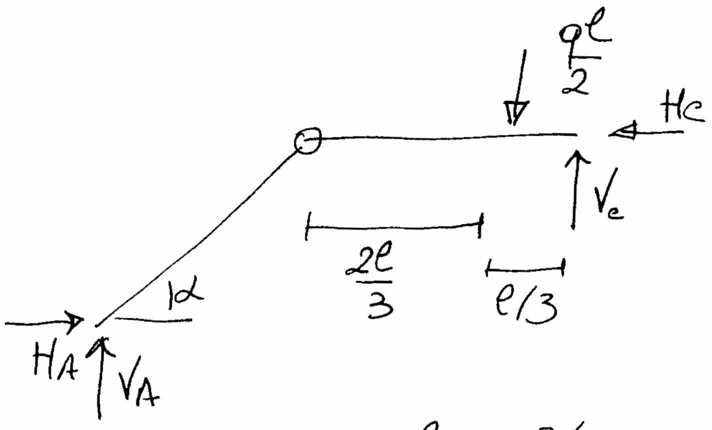
$N_{AB} = F$
$T_{AB} = 7/4F - qx$
$M_{AB} = -3/2Fb + 7/4Fx - 1/2qx^2$

$N_{BC} = 0$
$T_{BC} = -1/4F$
$M_{BC} = -1/4Fx$

$N_{CD} = 0$
$T_{CD} = F - qx$
$M_{CD} = -1/2Fb + Fx - 1/2qx^2$

3



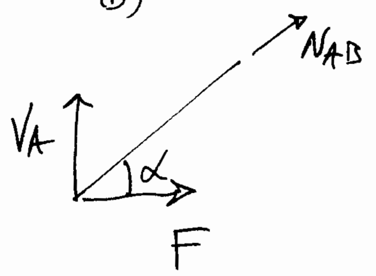


$R_x = 0 \qquad H_C = F \qquad \Rightarrow \quad H_C = \frac{ql}{6}\,\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

$R_y = 0 \qquad V_A + V_C = \frac{ql}{2} \qquad \Rightarrow V_A = \frac{ql}{2} - \frac{ql}{3} = \frac{ql}{6}$

$M^{(2)}_{z(B)} = 0 \qquad V_C \cdot l = \frac{ql}{2}\cdot\frac{2}{3}l \qquad \Rightarrow \quad V_C = \frac{ql}{3}$

$M^{(1)}_{z(B)} = 0 \qquad V_A\, l\cos\alpha = F\,l\sin\alpha \quad \Rightarrow \quad F = \frac{ql}{6}\,\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$



$N_{AB} + F\cos\alpha + V_A\sin\alpha = 0$

$N_{AB} = -F\cos\alpha - V_A\sin\alpha \Rightarrow N_{AB} = -\frac{ql}{6}\left(\frac{\cos^2\alpha}{\sin\alpha} + \sin\alpha\right)$

a) $\sin\alpha = \frac{1}{2}$ $\qquad F = H_C = \frac{ql}{6}\sqrt{3}$

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad N_{AB} = -\frac{ql}{6}\underbrace{\left(\frac{3}{2\cancel{4}}\left(\frac{1}{\cancel{2}}\right)^{-1} + \frac{1}{2}\right)}_{\frac{3}{2}+\frac{1}{2}=2} = -\frac{2ql}{6} = -\frac{ql}{3}$

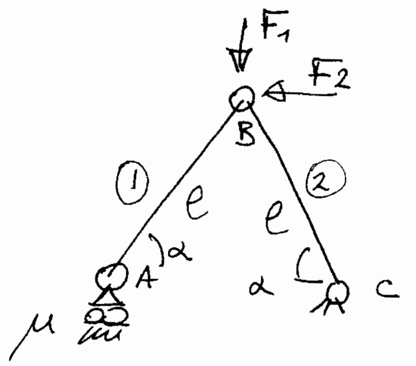
b) $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad F = H_C = \frac{ql}{6}$

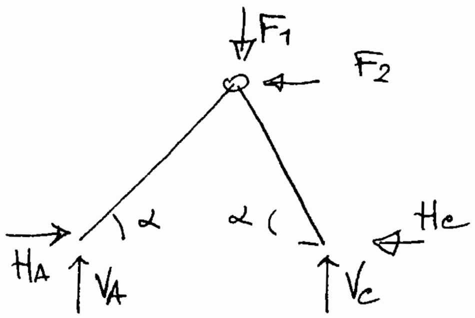
$\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad N_{AB} = -\frac{ql}{6}\underbrace{\left(\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\frac{\cancel{2}\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)}_{2\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}} = -\frac{ql}{6}\sqrt{2}$

c) $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad F = H_C = \frac{ql}{6}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{ql\sqrt{3}}{18}$

$\cos\alpha = \frac{1}{2}$ $\qquad N_{AB} = -\frac{ql}{6}\underbrace{\left(\frac{1}{2\cancel{4}}\cdot\frac{\cancel{2}}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)}_{\frac{\sqrt{3}+3\sqrt{3}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{3}} = -\frac{ql\sqrt{3}}{9}$

Esercizio 4





$$R_x = 0 \qquad H_A - H_c = F_2$$

$$R_y = 0 \qquad V_A + V_c = F_1 \qquad \Rightarrow \quad V_A = \frac{F_1}{2} + \frac{F_2}{2}\tan\alpha$$

$$M_{z(A)} = 0 \qquad -F_1 \cdot l\cos\alpha + F_2 \cdot l\sin\alpha + V_c \cdot 2l\cos\alpha = 0 \qquad \Rightarrow \quad V_c = \frac{F_1}{2} - \frac{F_2}{2}\tan\alpha$$

$$M^{(1)}_{z(B)} = 0 \qquad V_A \cdot l\cos\alpha = H_A \cdot l\sin\alpha \qquad \Rightarrow \quad H_A = V_A \cdot \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

ovvero $H_A = \frac{F_2}{2} + \frac{F_1}{2}\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

$$H_c = -\frac{F_2}{2} + \frac{F_1}{2}\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

Con la condizione $H_A \le \mu V_A$ (in condizioni limite vale =)

$$\frac{F_2}{2} + \frac{F_1}{2}\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \le \mu\left(\frac{F_1}{2} + \frac{F_2}{2}\tan\alpha\right)$$

o, anche,

$$V_A \cdot \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \le \mu V_A \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \mu \qquad \mu = \cot\alpha.$$

a) $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\Rightarrow$ $\cot\alpha = 1$ $\qquad \mu = 1$

$$V_A = \frac{F_1}{2} + \frac{F_2}{2}$$

$$V_c = \frac{F_1}{2} - \frac{F_2}{2}$$

$$H_c = -\frac{F_2}{2} + \frac{F_1}{2}$$

a1) $F_1 = 5P$; $F_2 = 2P$ $\qquad V_A = \frac{7}{2}P$; $V_c = \frac{3}{2}P$; $H_c = \frac{3}{2}P$

a2) $F_1 = 6P$; $F_2 = P$ $\qquad V_A = \frac{7}{2}P$, $V_c = \frac{5}{2}P$; $H_c = -\frac{5}{2}P$.

a3) $F_1 = 7P$; $F_2 = 3P$ $\qquad V_A = 5P$, $V_c = 2P$; $H_c = 2P$.

b) $\sin\alpha = \frac{1}{2}$

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \operatorname{cotg}\alpha = \sqrt{3} \qquad \mu = \sqrt{3}$

$$V_A = \frac{F_1}{2} + \frac{F_2}{2}\frac{\sqrt{3}}{3}$$
$$V_C = \frac{F_1}{2} - \frac{F_2}{2}\frac{\sqrt{3}}{3}$$
$$H_C = -\frac{F_2}{2} + \frac{F_1}{2}\sqrt{3}$$

b1) $F_1 = 5P$; $F_2 = 2P$ $\qquad V_A = \left(\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)P$; $V_C = \left(\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)P$; $H_C = \left(-1 + \frac{5}{2}\sqrt{3}\right)P$

b2) $F_1 = 6P$; $F_2 = P$ $\qquad V_A = \left(3 + \frac{\sqrt{3}}{6}\right)P$; $V_C = \left(3 - \frac{\sqrt{3}}{6}\right)P$; $H_C = \left(-\frac{1}{2} + 3\sqrt{3}\right)P$

b3) $F_1 = 7P$; $F_2 = 3P$ $\qquad V_A = \left(\frac{7}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)P$; $V_C = \left(\frac{7}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)P$; $H_C = \left(-\frac{3}{2} + \frac{7}{2}\sqrt{3}\right)P$

c) $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \operatorname{cotg}\alpha = \frac{1}{\cancel{2}}\cdot\frac{\cancel{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \qquad \mu = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$$V_A = \frac{F_1}{2} + \frac{F_2}{2}\sqrt{3}$$
$$V_C = \frac{F_1}{2} - \frac{F_2}{2}\sqrt{3}$$
$$H_C = -\frac{F_2}{2} + \frac{F_1}{2}\frac{\sqrt{3}}{3}$$

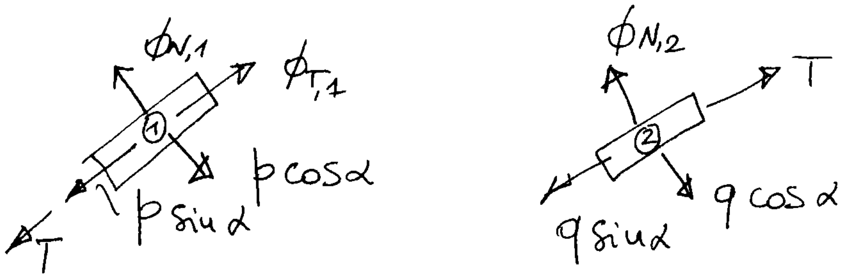
c1) $F_1 = 5P$; $F_2 = 2P$ $\qquad V_A = \left(\frac{5}{2} + \sqrt{3}\right)P$; $V_C = \left(\frac{5}{2} - \sqrt{3}\right)P$; $H_C = \left(-1 + \frac{5}{6}\sqrt{3}\right)P$

c2) $F_1 = 6P$; $F_2 = P$ $\qquad V_A = \left(3 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)P$; $V_C = \left(3 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)P$; $H_C = \left(-\frac{1}{2} + \sqrt{3}\right)P$

c3) $F_1 = 7P$; $F_2 = 3P$ $\qquad V_A = \left(\frac{7}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3}\right)P$; $V_C = \left(\frac{7}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)P$; $H_C = \left(-\frac{3}{2} + \frac{7}{6}\sqrt{3}\right)P$

Esercizio 5

Diagrammi di corpo libero



N.B: $\phi_{T,2} = 0$

Equilibrio del p.m. ②:

$R_{\parallel} = 0 \qquad q\sin\alpha - T = 0 \qquad T = q\sin\alpha$

Equilibrio del p.m. ①

$R_{\parallel} = 0 \qquad p\sin\alpha + T - \phi_{T,1} = 0 \qquad \phi_{T,1} = p\sin\alpha + T$

$\phi_{T,1} = p\sin\alpha + q\sin\alpha$

$\phi_{T,1} = (p+q)\sin\alpha$

$R_{\perp} = 0 \qquad p\cos\alpha - \phi_{N,1} = 0 \qquad \phi_{N,1} = p\cos\alpha$

Condizione di attrito:

$\phi_{T,1} \leq \mu\, \phi_{N,1}$

$(p+q)\sin\alpha \leq \mu\, p\cos\alpha \quad \Rightarrow \quad \tan\alpha \leq \mu \dfrac{p}{p+q}$

$\alpha \leq \arctan\left(\mu \dfrac{p}{p+q}\right).$

Politecnico di Milano - Corso di Laurea in Architettura (N.O.)

Campus Mantova

CORSO DI T. E P. DI COSTRUZIONI E STRUTTURE 2

A.A. 2001-02

Primo compito scritto di recupero del 21.02.2002

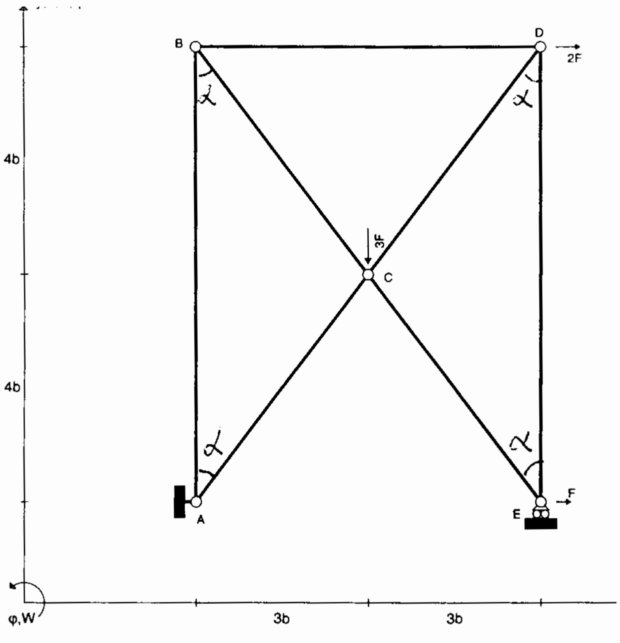
Prima parte: esercizi 1,2 □ Seconda parte: esercizi 3,4 □

Nota: I risultati numerici vanno riportati su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.. Matricola:.......

Esercizio n.1 (14 punti)

Risolvere la struttura reticolare indicata in Figura, determinando le reazioni vincolari e le azioni assiali in ogni asta. Indicare poi, ingrossandole, le aste che si comportano da *puntoni*. Si tenga conto che sin α = 3/5, cos α = 4/5



H_A = ...; V_A = ...; V_E = ...;

N_{AB} = ...; N_{AC} = ...; N_{BC} = ...; N_{BD} = ...;

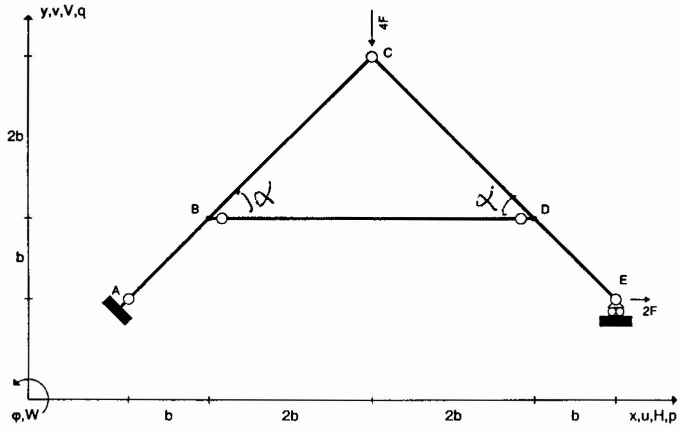
N_{CD} = ...; N_{CE} = ...; N_{DE} = ...;

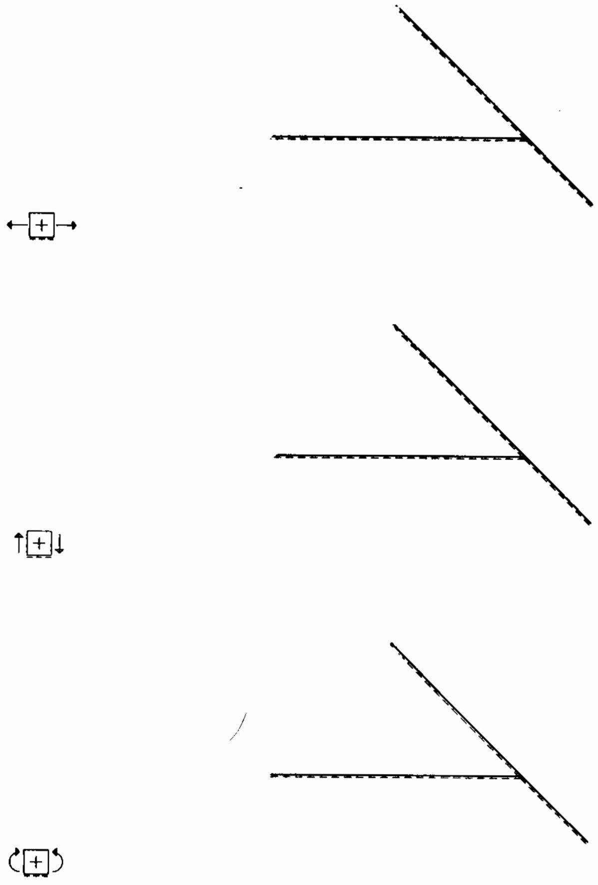
Esercizio n.2 (16 punti)

Risolvere la struttura presentata in Figura e riportare in grafico e per iscritto le azioni interne nei tratti indicati. Si tenga conto che sin α = $\sqrt{2}/2$, cos α = $\sqrt{2}/2$

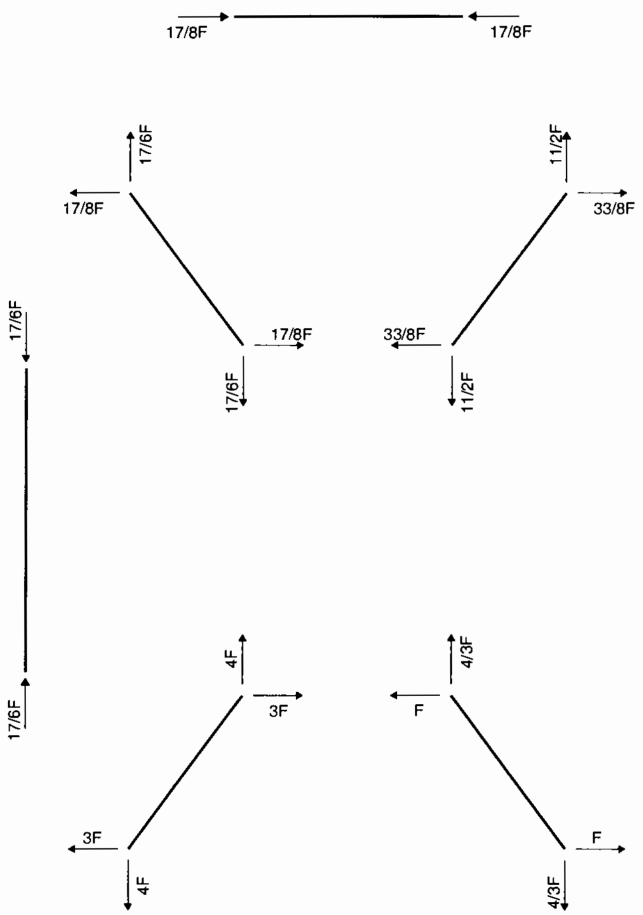
Allievo: TePCS2 21.02.02*002

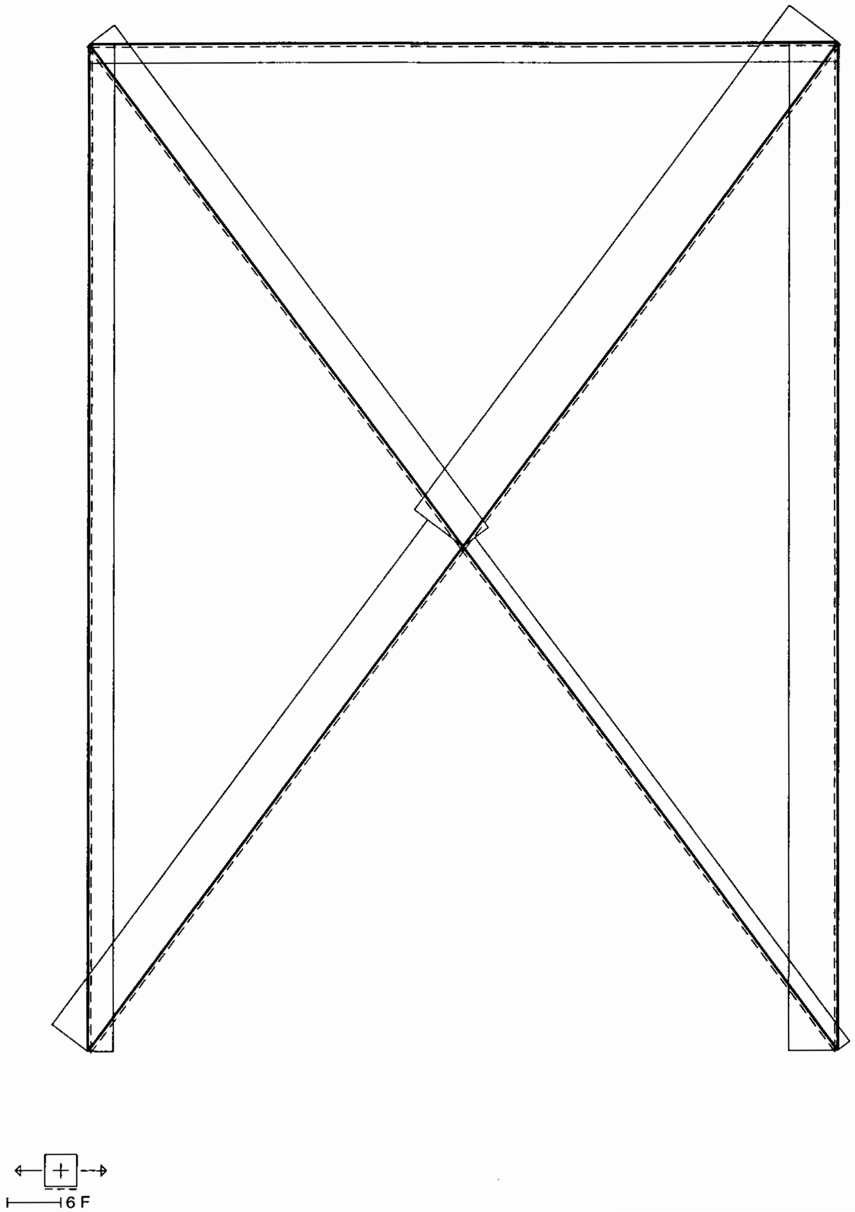
Politecnico di MILANO (sede di Mantova) TePCS2 21.02.02*002





H_A = ...;	V_A = ...;	V_E = ...;
N_{BD} = ...;	N_{CD} = ...;	N_{DE} = ...;
T_{CD} = ...;	T_{DE} = ...;	
M_{CD} = ...;	M_{DE} = ...;	


17/8F
17/8F
17/6F
17/8F
11/2F
33/8F
17/6F
17/8F
33/8F
11/2F
17/6F
11/2F
4F
3F
4/3F
F
17/6F
11/2F
3F
4F
F
4/3F


6 F

AZIONI INTERNE (coordinate locali)

$N_{AB} = -17/6F$
$T_{AB} = 0$
$M_{AB} = 0$

$N_{AC} = 5F$
$T_{AC} = 0$
$M_{AC} = 0$

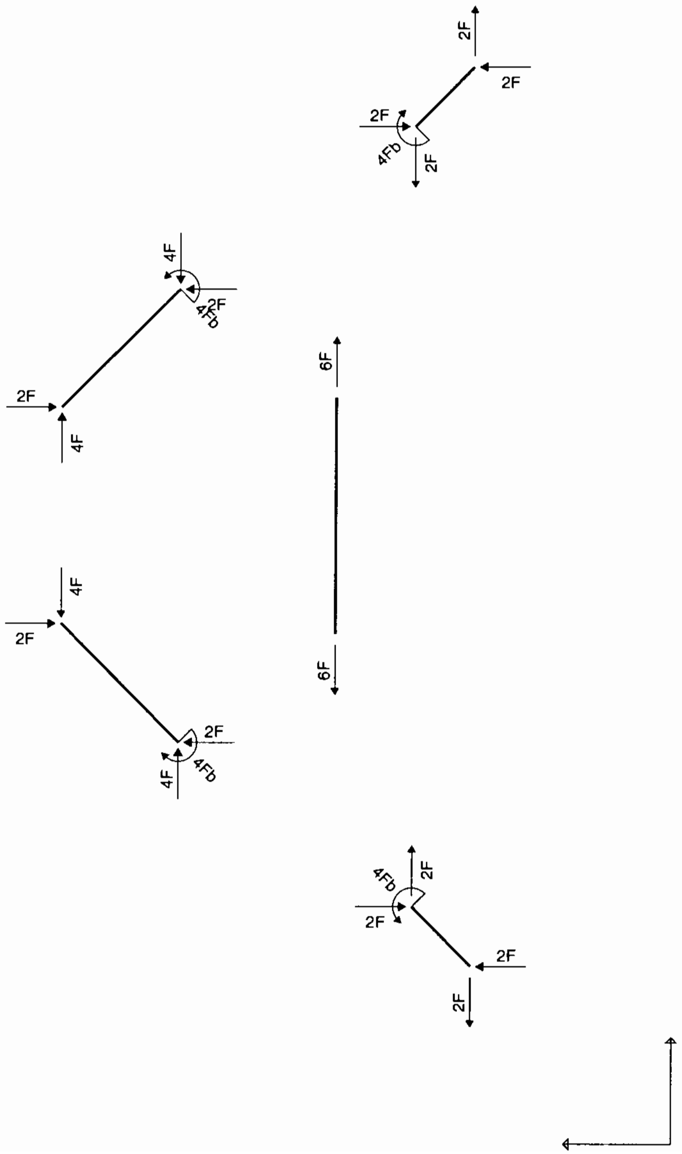
$N_{BC} = 85/24F$
$T_{BC} = 0$
$M_{BC} = 0$

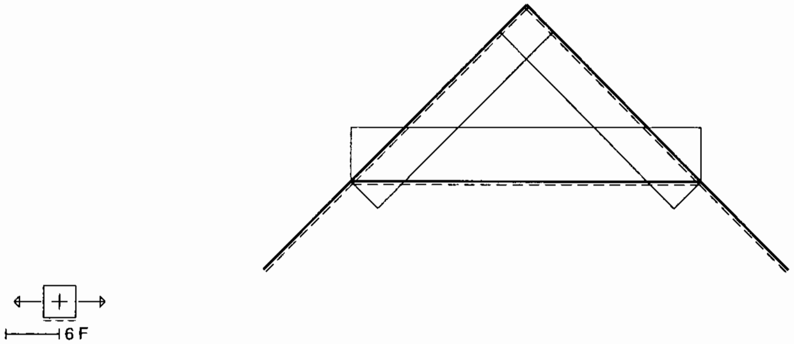
$N_{BD} = -17/8F$
$T_{BD} = 0$
$M_{BD} = 0$

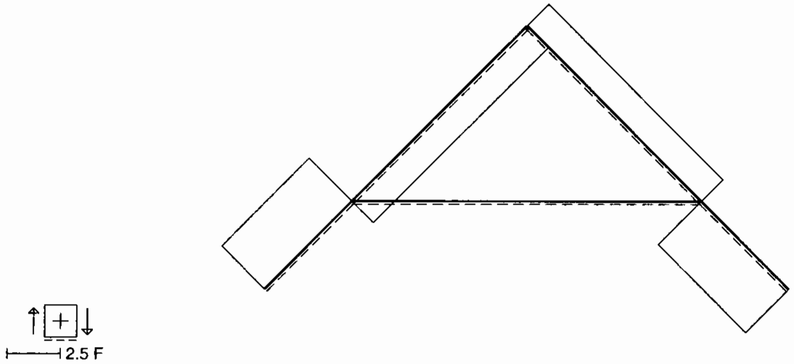
$N_{CD} = 55/8F$
$T_{CD} = 0$
$M_{CD} = 0$

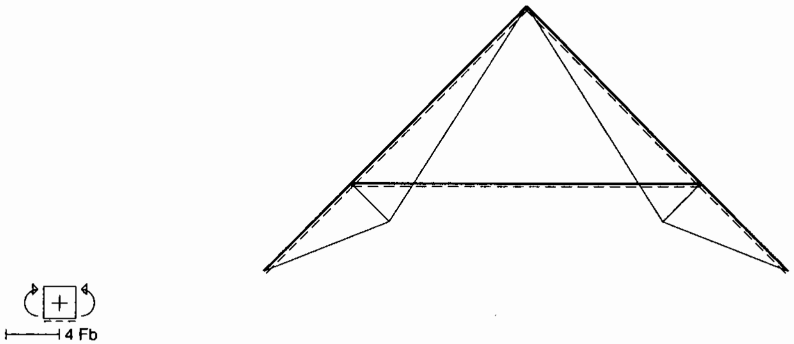
$N_{CE} = 5/3F$
$T_{CE} = 0$
$M_{CE} = 0$

$N_{DE} = -11/2F$
$T_{DE} = 0$
$M_{DE} = 0$


2F
2F
2F
4Fb
2F
4F
2F
4Fb
2F
4F
6F
6F
4F
2F
2F
4F
4Fb
4Fb
2F
2F
2F
2F


6 F


2.5 F


4 Fb

AZIONI INTERNE (coordinate locali)

$N_{AB} = 0$
$T_{AB} = 2\sqrt{2}F$
$M_{AB} = 2\sqrt{2}Fx$

$N_{BC} = -3\sqrt{2}F$
$T_{BC} = -\sqrt{2}F$
$M_{BC} = 4Fb - \sqrt{2}Fx$

$N_{CD} = -3\sqrt{2}F$
$T_{CD} = \sqrt{2}F$
$M_{CD} = \sqrt{2}Fx$

$N_{DE} = 0$
$T_{DE} = -2\sqrt{2}F$
$M_{DE} = 4Fb - 2\sqrt{2}Fx$

$N_{BD} = 6F$
$T_{BD} = 0$
$M_{BD} = 0$

Politecnico di Milano - Corso di Laurea in Architettura (N.O.)

Campus Mantova

CORSO DI T. E P. DI COSTRUZIONI E STRUTTURE 2

A.A. 2001-02

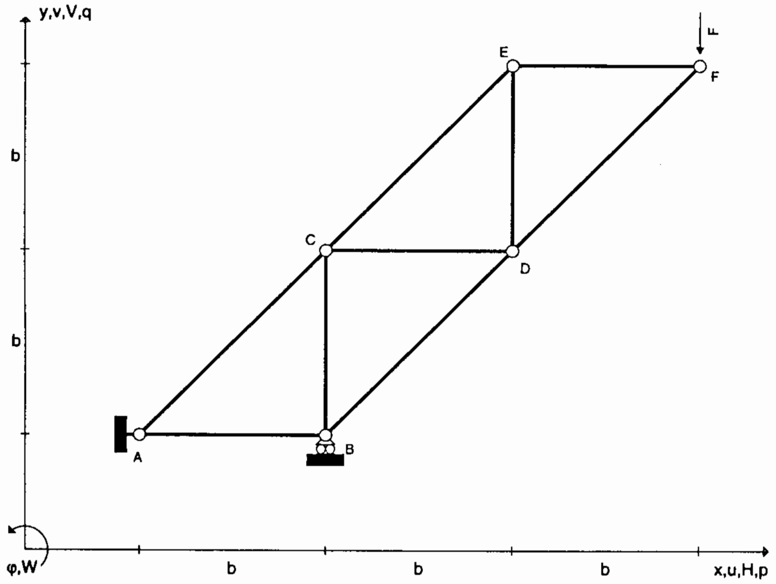
Secondo compito scritto di recupero del 05.09.2002

Nota: I risultati numerici vanno riportati su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.. Matricola:.......

Esercizio n.1 (6 punti)

Risolvere la struttura reticolare indicata in Figura, determinando le reazioni vincolari e le azioni assiali in ogni asta. Indicare poi, ingrossandole, le aste che si comportano da *puntoni*. Si tenga conto che sin $\alpha =$ cos $\alpha = \sqrt{2} / 2$



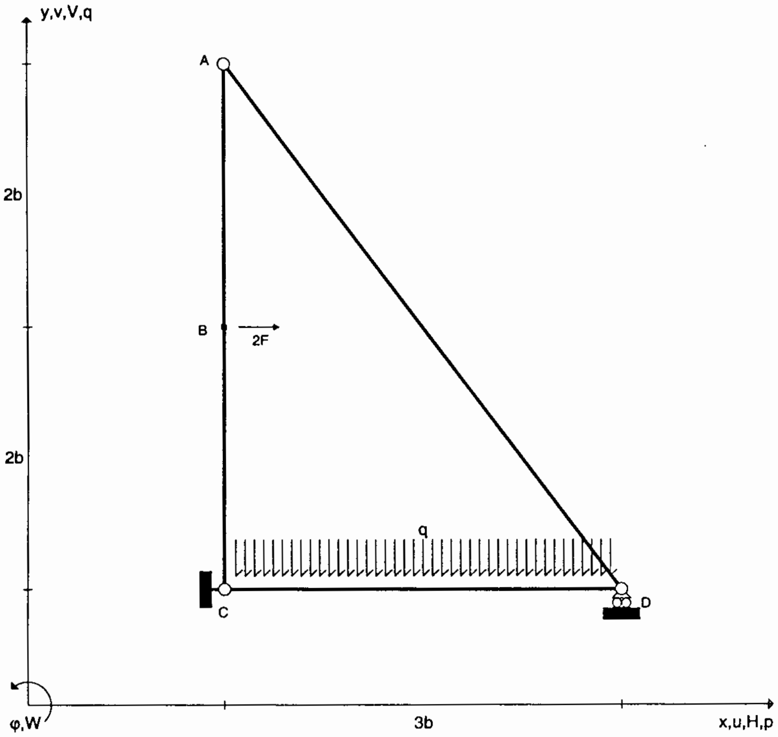
H_A = ...; V_A = ...; V_B = ...;

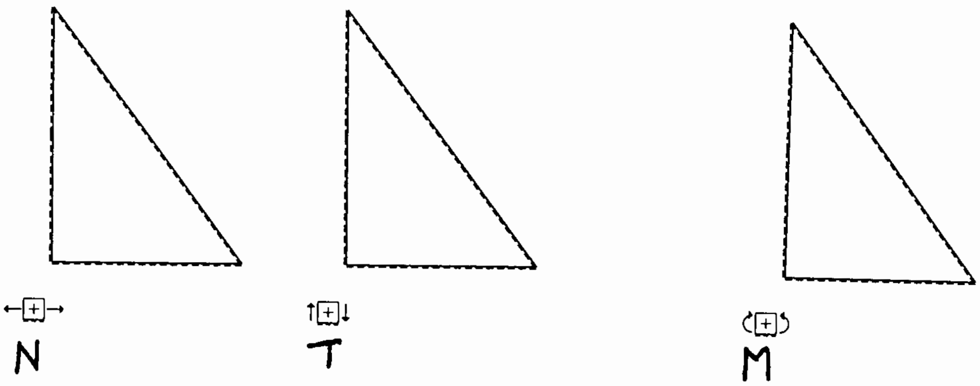
N_{AB} = ...; N_{AC} = ...; N_{BC} = ...; N_{BD} = ...;

N_{CD} = ...; N_{CE} = ...; N_{DE} = ...; N_{DF} = ...; N_{EF} = ...;

Esercizio n.2 (10 punti)

Risolvere la struttura presentata in Figura e riportare in grafico e per iscritto le azioni interne nei tratti indicati. Si tenga conto che $\sin\beta = 3/5$, $\cos\beta = 4/5$.





$H_C =$ ....; $V_C =$ ....; $V_D =$ ....;

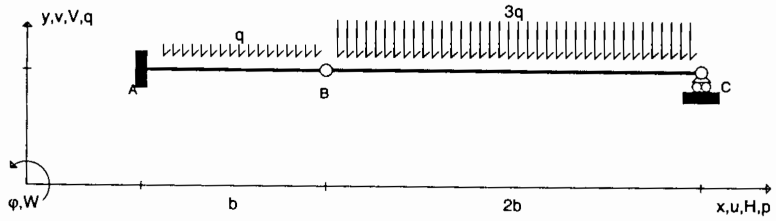
$N_{AC} =$ ....; $N_{CD} =$ ....; $N_{AD} =$ ....;

$T_{AB} =$ ....; $T_{BC} =$ ....; $T_{CD} =$ ....;

$M_{AB} =$ ....; $M_{BC} =$ ....; $M_{CD} =$ ....;

Esercizio n.3 (9 punti)

Risolvere la struttura presentata in Figura e riportare in grafico e per iscritto le azioni interne.



N

T

M

M_A = ...; H_A = ...; V_A = ...; V_C = ...;

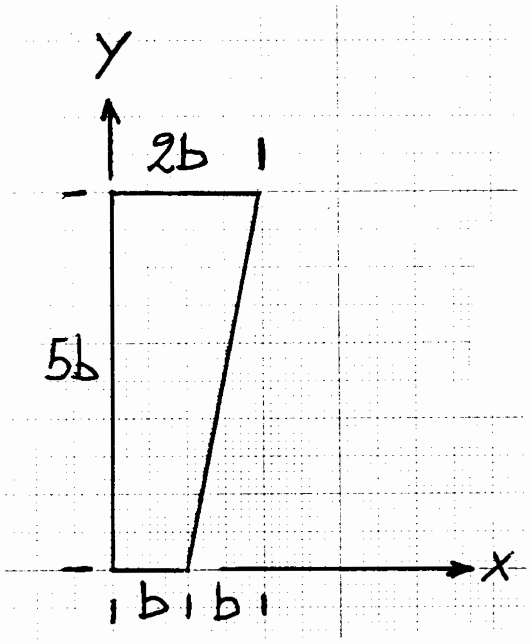
N_{AC} = ...; T_{AB} = ...; T_{BC} = ...;

M_{AB} = ...; M_{BC} = ...;

dT_{BC}/dx = ...; dM_{BC}/dx = ...;

Esercizio n.4 (5 punti)

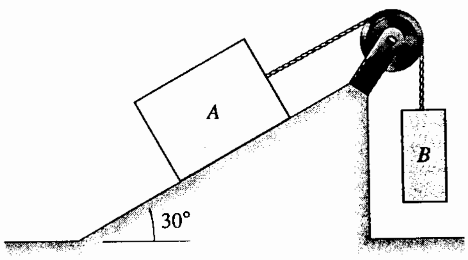
Calcolare l'area, i momenti statici rispetto agli assi x e y indicati e la posizione del baricentro per la figura piana sotto rappresentata.



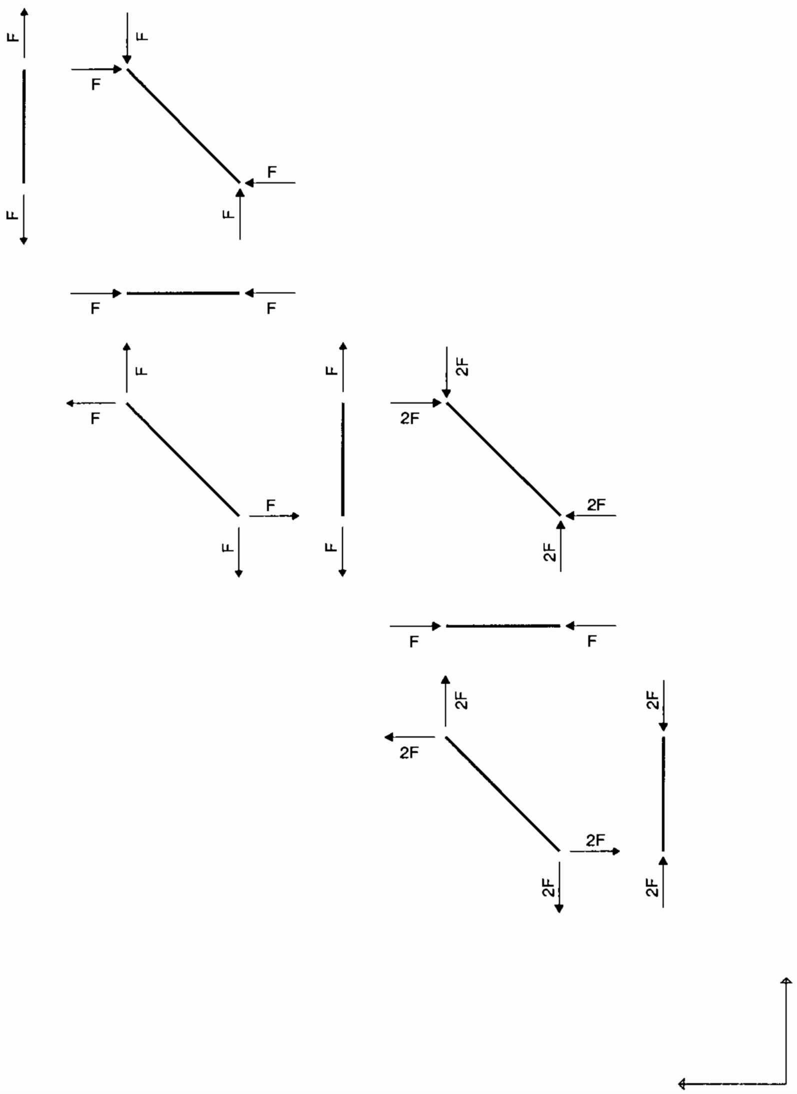
A = ...; S_x = ...; S_y = ...;	
x_G = ...; y_G = ...;	

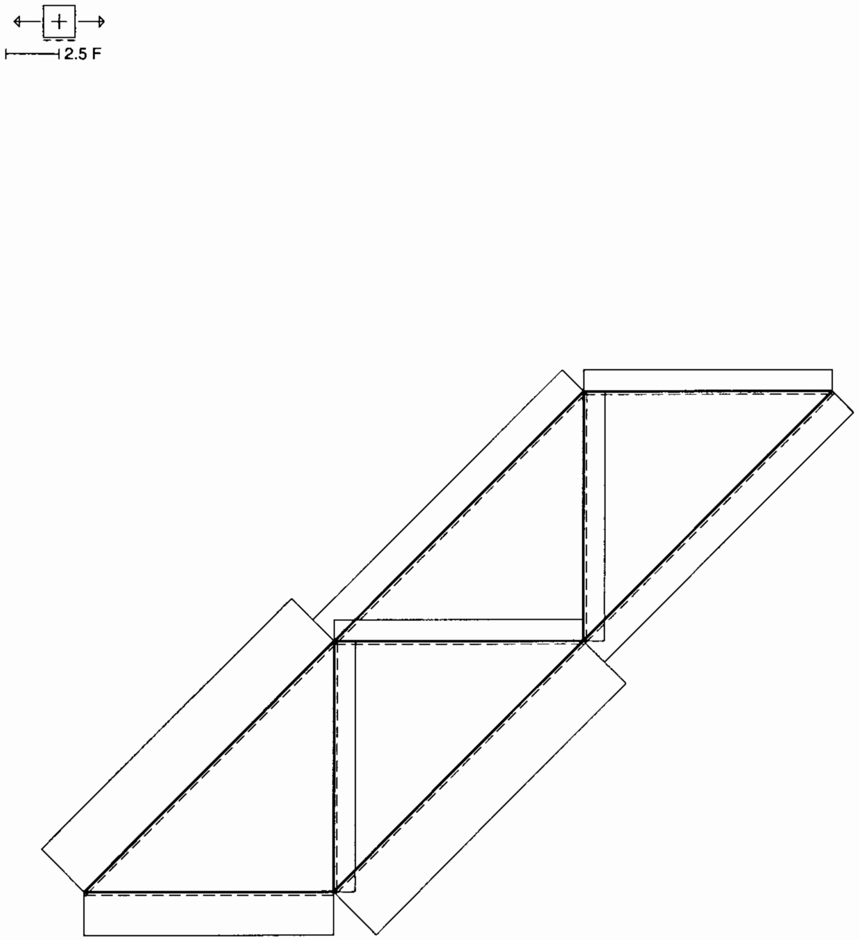
Esercizio n.5 (bonus, 3 punti)

Il blocco A indicato in Figura (da trattare come un punto materiale) è caratterizzato da un peso p = 1.00 kN e si trova su un piano inclinato di un angolo α = 30° rispetto all'orizzontale. Noto che il piano inclinato ha un coefficiente di attrito μ = 0.30, e che il contrappeso B ha peso pari a q = 0.30 kN, determinare se sussistono condizioni di equilibrio e il valore della reazione tangenziale del piano inclinato, X_T.



Condizioni di equilibrio: **sì / no**; X_T = ...(kN) ;	


F
F
F
F
F
F
F
F
F
F
F
F
F
F
2F
2F
2F
2F
F
F
2F
2F
2F
2F
2F
2F


+
2.5 F

AZIONI INTERNE (coordinate locali)

$N_{AB} = -2F$
$T_{AB} = 0$
$M_{AB} = 0$

$N_{AC} = 2\sqrt{2}F$
$T_{AC} = 0$
$M_{AC} = 0$

$N_{BC} = -F$
$T_{BC} = 0$
$M_{BC} = 0$

$N_{BD} = -2\sqrt{2}F$
$T_{BD} = 0$
$M_{BD} = 0$

$N_{CD} = F$
$T_{CD} = 0$
$M_{CD} = 0$

$N_{CE} = \sqrt{2}F$
$T_{CE} = 0$
$M_{CE} = 0$

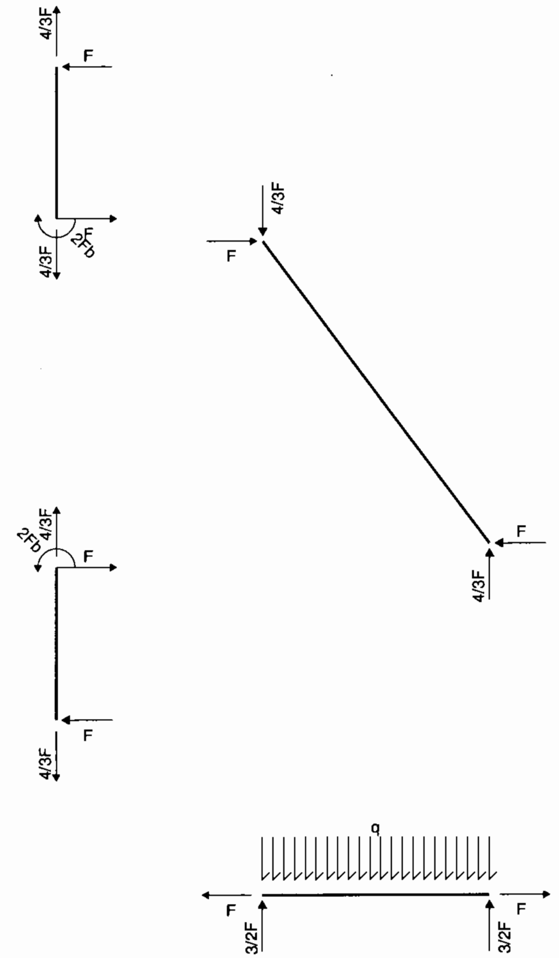
$N_{DE} = -F$
$T_{DE} = 0$
$M_{DE} = 0$

$N_{DF} = -\sqrt{2}F$
$T_{DF} = 0$
$M_{DF} = 0$

$N_{EF} = F$
$T_{EF} = 0$
$M_{EF} = 0$

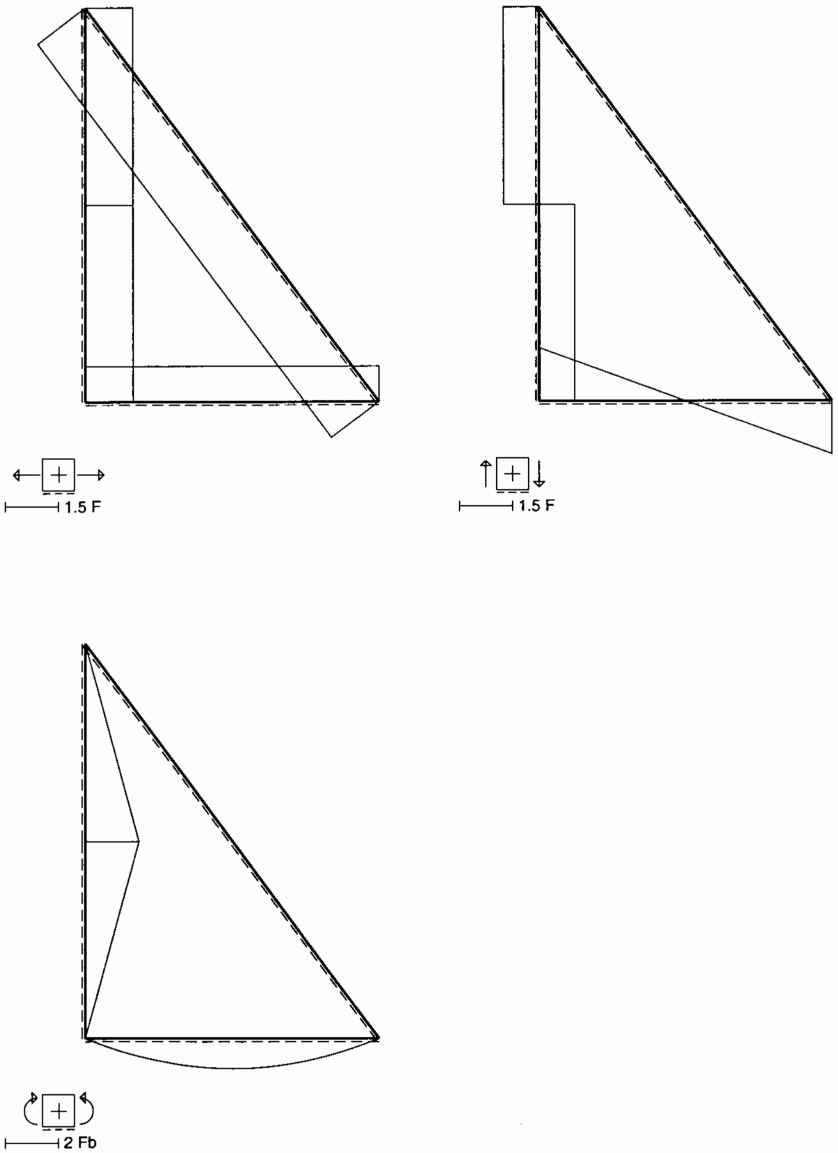
REAZIONI VINCOLARI

TePCS2 05.09.02*001



DIAGRAMMI AZIONI INTERNE

TePCS2 05.09.02*001



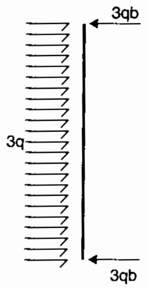
AZIONI INTERNE (coordinate locali)

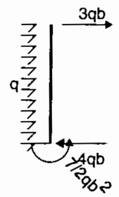
$N_{AB} = 4/3F$
$T_{AB} = -F$
$M_{AB} = -Fx$

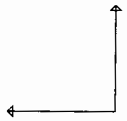
$N_{BC} = 4/3F$
$T_{BC} = F$
$M_{BC} = -2Fb + Fx$

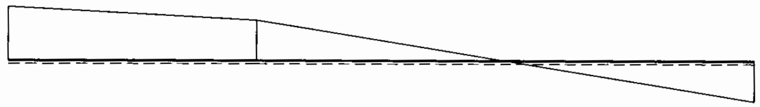
$N_{CD} = F$
$T_{CD} = 3/2F - qx$
$M_{CD} = 3/2Fx - 1/2qx^2$

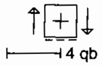
$N_{AD} = -5/3F$
$T_{AD} = 0$
$M_{AD} = 0$

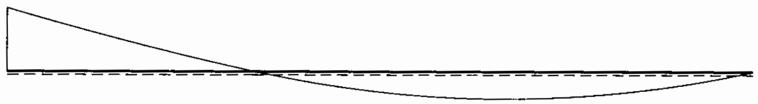

3qb
3q
3qb

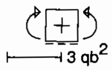

3qb
q
4qb
7/2qb2






+
4 qb




+
3 qb2

AZIONI INTERNE (coordinate locali)

$N_{AB} = 0$
$T_{AB} = 4qb - qx$
$M_{AB} = -7/2qb^2 + 4qbx - 1/2qx^2$

$N_{BC} = 0$
$T_{BC} = 3qb - 3qx$
$M_{BC} = 3qbx - 3/2qx^2$

Politecnico di Milano - Corso di Laurea in Architettura (N.O.)

Campus Mantova

CORSO DI T. E P. DI COSTRUZIONI E STRUTTURE 2

A.A. 2002-03

Primo compito scritto in aula del 15.11.2002

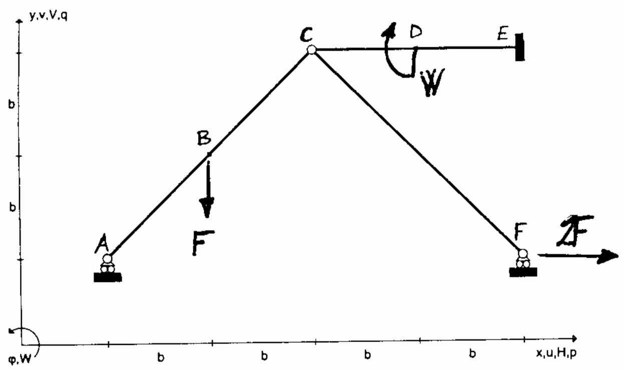
Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui fogli a quadretti che sono stati forniti.

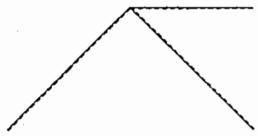
Allievo:.. Matricola:.......

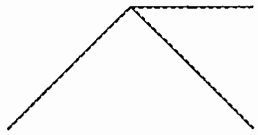
Esercizio n.1 (9 punti)

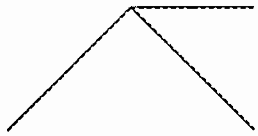
Risolvere la struttura presentata in Figura e riportare in grafico e per iscritto le azioni interne nei tratti indicati.

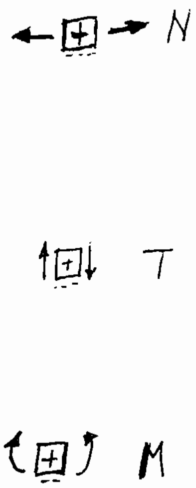


W=Fb









V_A = ...; V_F = ...; M_E =........................; V_E =........................;

N_{AB} = ...; N_{BC} = ...; N_{CE} =........................; N_{CF} =........................;

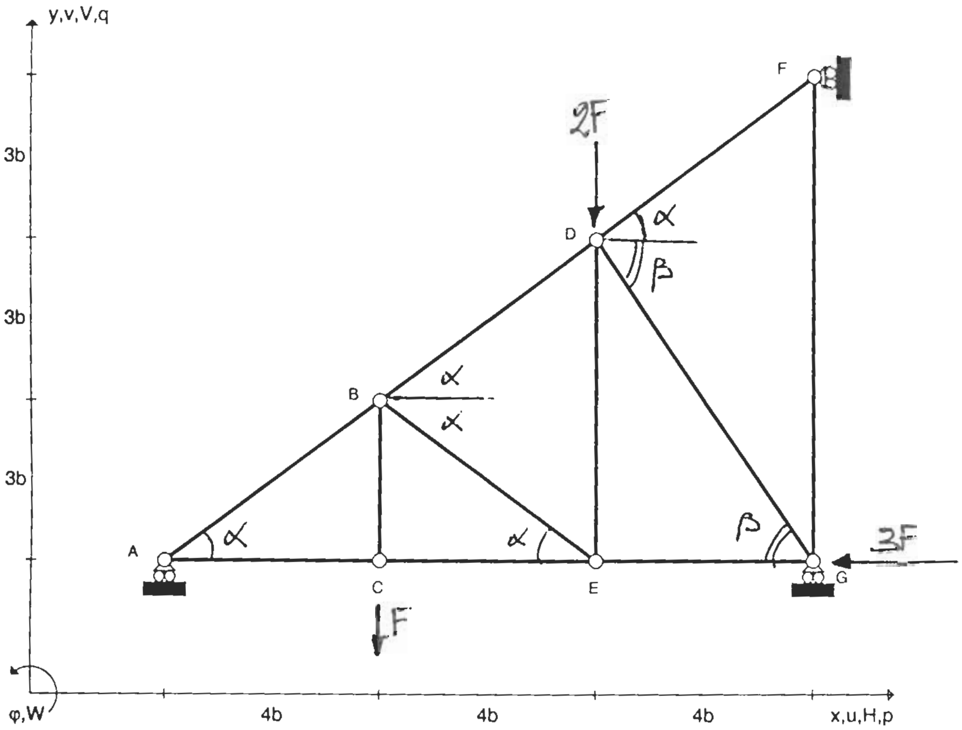
T_{BC} = ...; T_{CD} = ...; T_{CF} = ...;

M_{CF} = ...; M_{ED} = ...; M_{DC} = ...

1/1

Esercizio n.2 (8 punti)

Risolvere la struttura reticolare indicata in Figura; calcolare i valori delle azioni assiali nelle singole aste e indicare, ingrossandole nel disegno, quali si comportano come puntoni.
Si ricorda che senα=3/5, cosα=4/5, senβ=6 / $\sqrt{52}$ e cosβ= 4/ $\sqrt{52}$.



V_A = ...; V_G = ...; H_F = ...;

N_{AB} = ...; N_{AC} = ...; N_{BC} =.........................; N_{CE} =.........................;

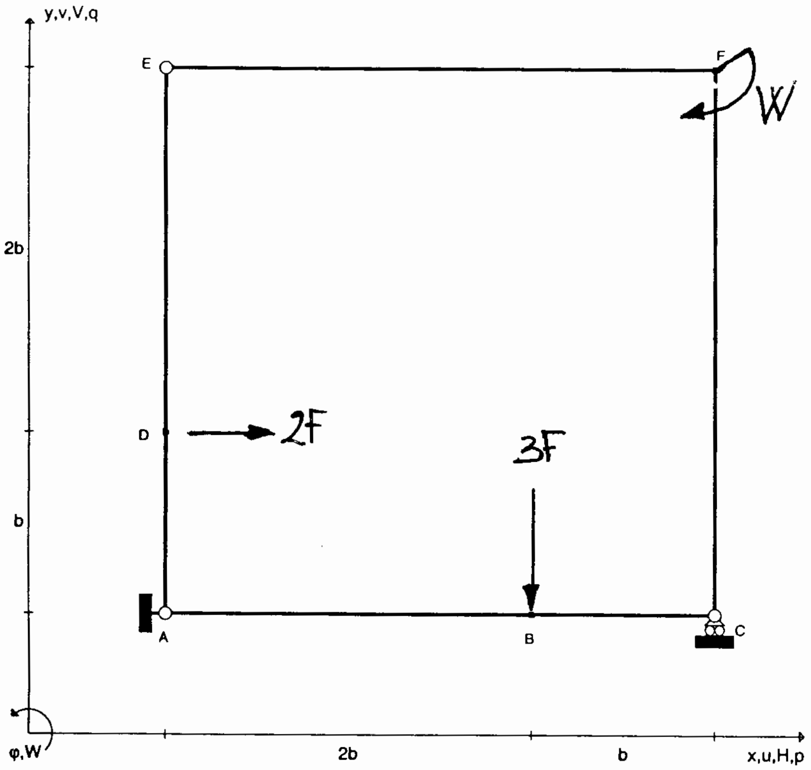
N_{BE} = ...; N_{BD} = ...; N_{EG} = ...;

N_{DG} = ...; N_{DF} = ...; N_{FG} = ...

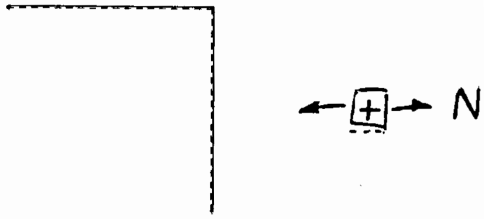
1/2

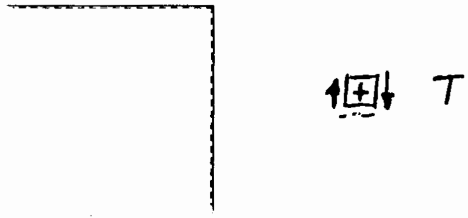
Esercizio n.3 (7 punti)

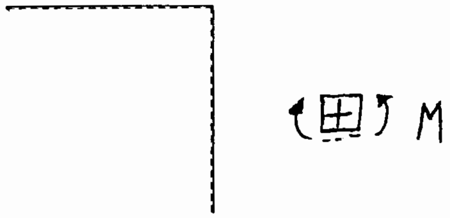
Risolvere la struttura riportata in Figura e tracciare i grafici delle azioni interne sul tratto EFC.



W = Fb







V_A = ...; H_A = ...; V_C = ...;

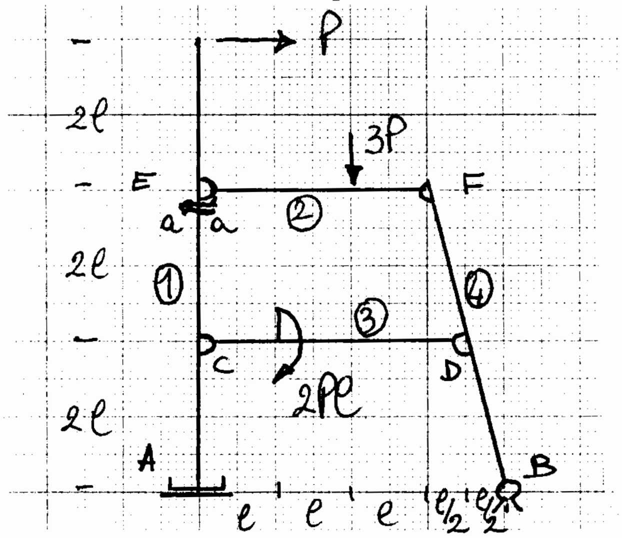
N_{FC} = ...; N_{EF} = ...;

T_{FC} = ...; T_{EF} = ...;

M_{FC} = ...; M_{EF} = ...;

Esercizio n.4 (6 punti)

Verificare che la struttra riportata in Figura sia isostatica calcolando il numero di gradi di libertà e di vincolo.
Individuare poi quali condizioni di irrigidimento si devono scrivere (oltre alle equazioni cardinali) per determinare le reazioni vincolari della struttura riportata in Figura, qualora si decida di rompere l'anello chiuso nella posizione indicata.
Si noti che *è richiesto di scrivere esplicitamente le equazioni* senza tuttavia risolverle, e di riportare nello spazio predisposto la struttura aperta, evidenziando correttamente le reazioni vincolari e le forze interne che le due parti si scambiano.



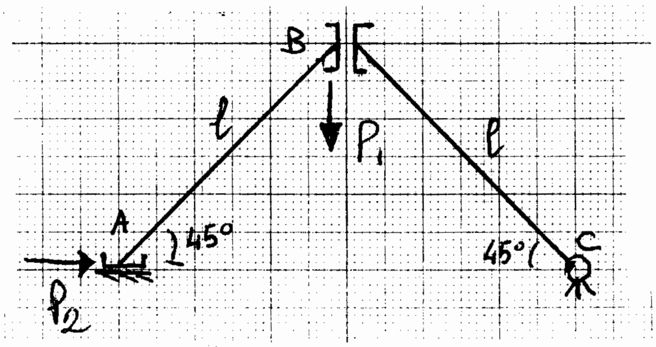
Nr. gradi di libertà: ....; Nr. gradi di vincolo: ....;.

Equazione 1: ....; Equazione 2: ....

Equazione 3: ....; Equazione 4: ....

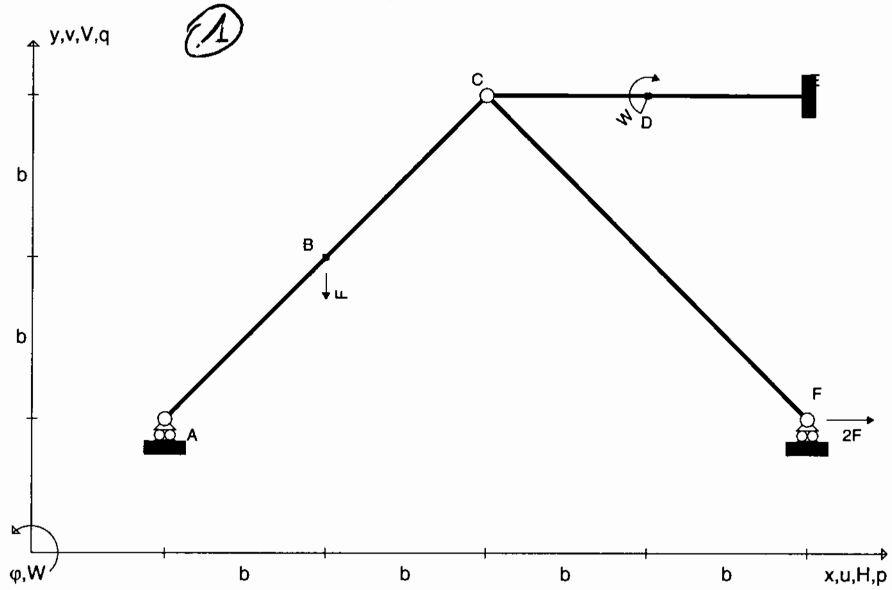
Esercizio n.5 (bonus, 3 punti)

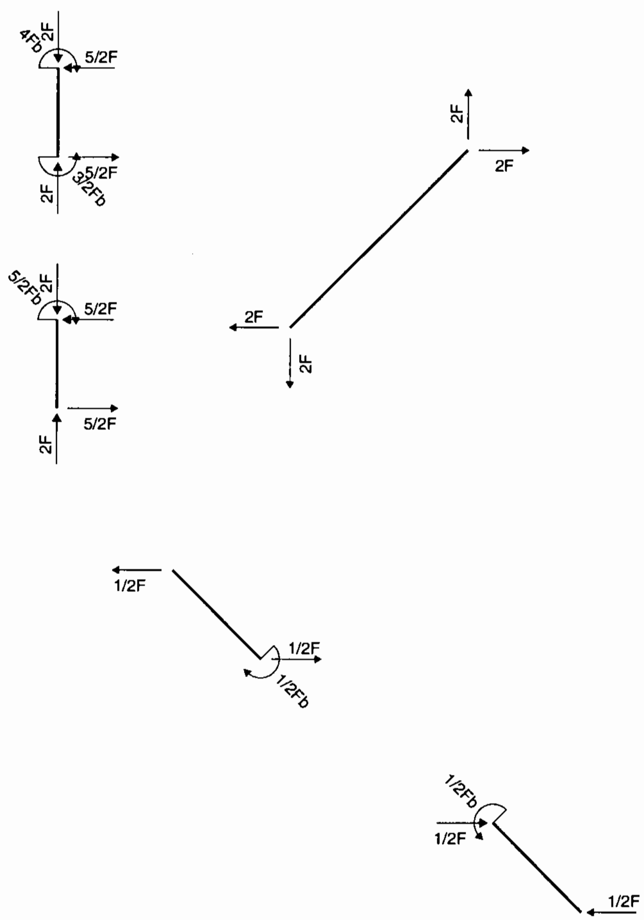
Data la struttura riportata in Figura, si richiede di calcolare la reazione vincolare indicata.



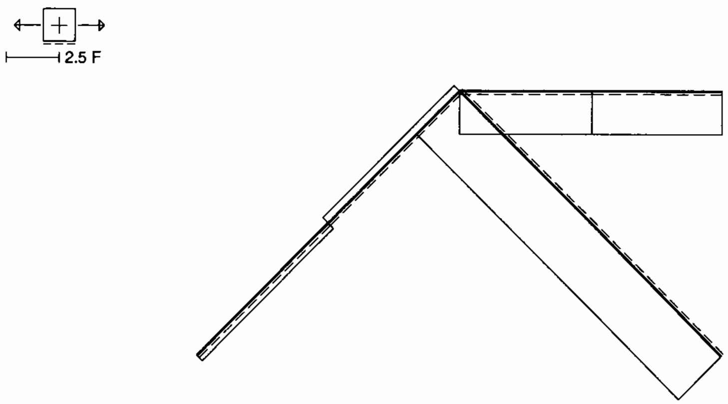
$\ell = \sqrt{2}$ m
$P_1 = 2$ kN
$P_2 = 1$ kN

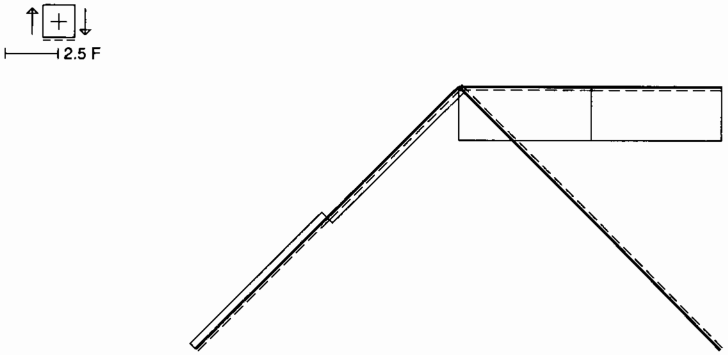
M_A = ... (kN·m).

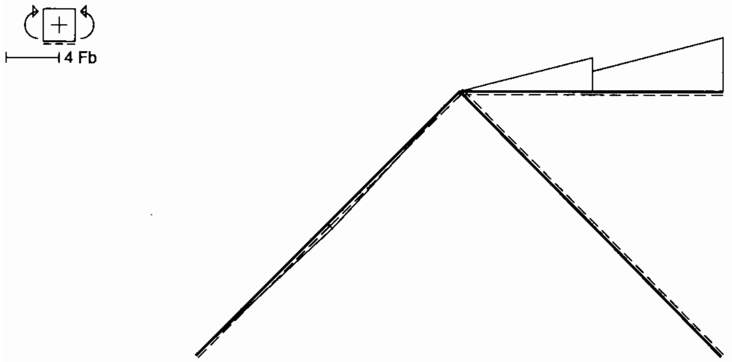

1
y,v,V,q
b
b
C
W
D
B
F
F
A
2F
φ,W
b
b
b
b
x,u,H,p


4Fb
2F
5/2F
5/2F
2F
3/2Fb
5/2Fb
2F
5/2F
2F
5/2F
2F
2F
2F
2F
1/2F
1/2F
1/2Fb
1/2Fb
1/2F
1/2F

DIAGRAMMI AZIONI INTERNE







RISULTATI NUMERICI

TePCS2 14.11.02*009

AZIONI INTERNE (coordinate locali)

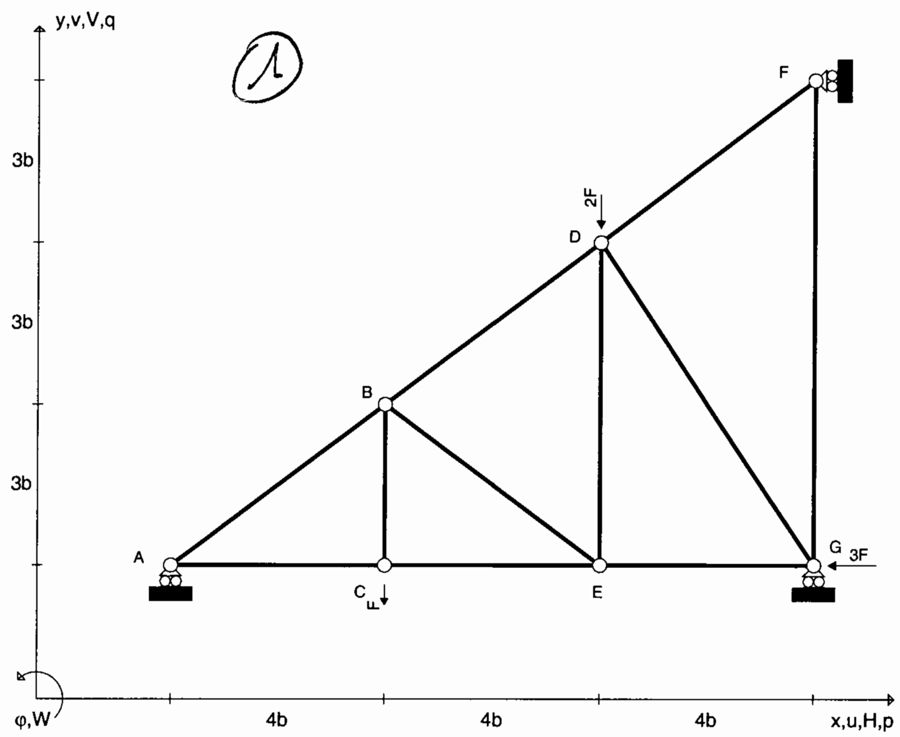
$N_{AB} = -\sqrt{2}/4F$
$T_{AB} = \sqrt{2}/4F$
$M_{AB} = \sqrt{2}/4Fx$

$N_{BC} = \sqrt{2}/4F$
$T_{BC} = -\sqrt{2}/4F$
$M_{BC} = 1/2Fb -\sqrt{2}/4Fx$

$N_{CD} = -2F$
$T_{CD} = -5/2F$
$M_{CD} = -5/2Fx$

$N_{DE} = -2F$
$T_{DE} = -5/2F$
$M_{DE} = -3/2Fb -5/2Fx$

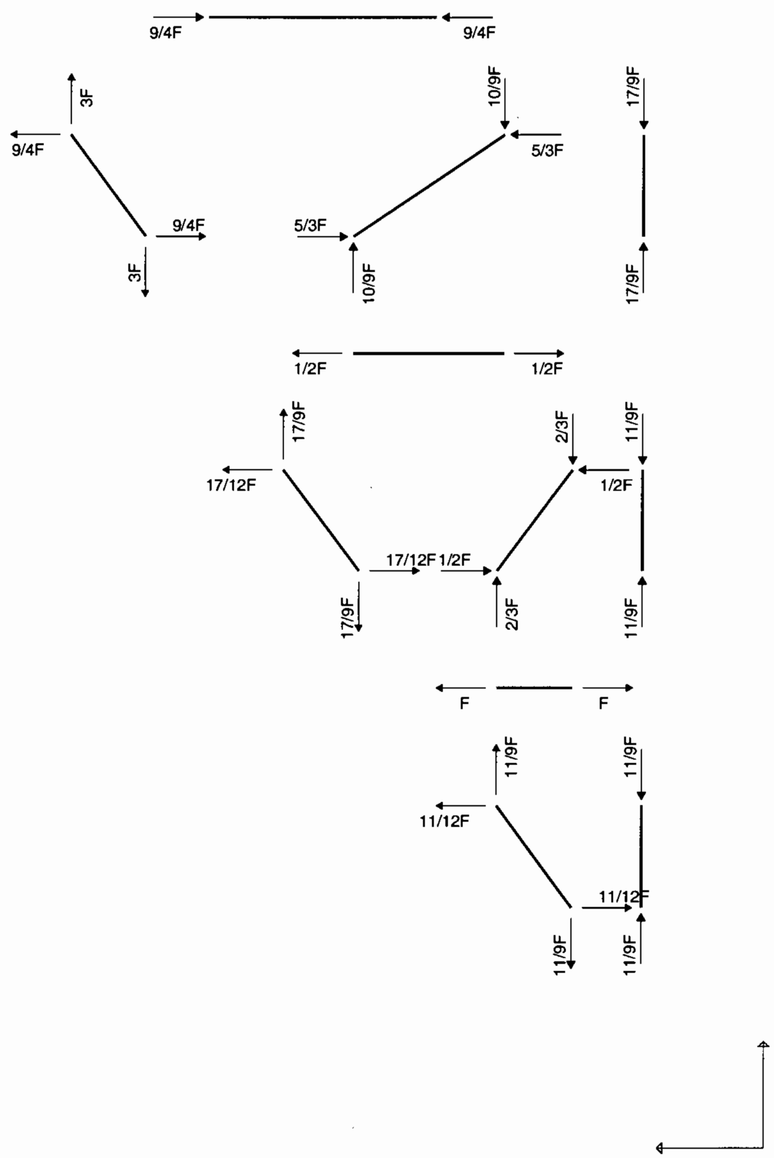
$N_{FC} = 2\sqrt{2}F$
$T_{FC} = 0$
$M_{FC} = 0$

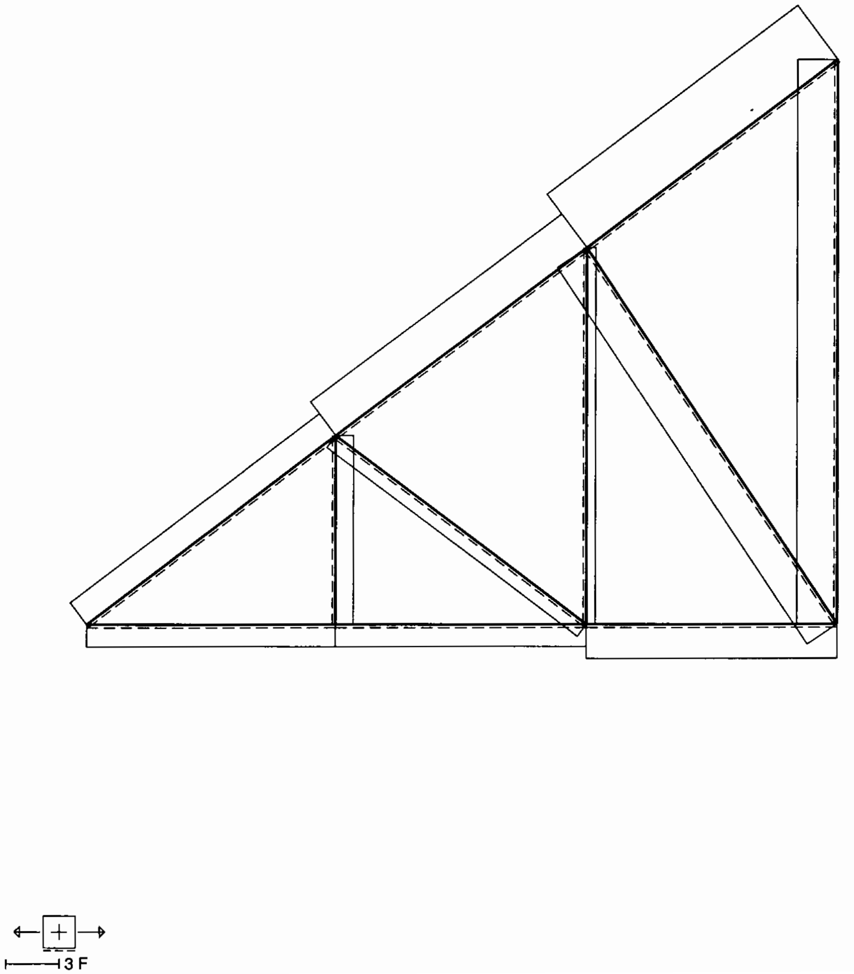


$V_C = -F$ $H_G = -3F$ x_{AC} x_{BE} x_{BD} x_{EG} x_{DF}

$V_D = -2F$ x_{AB} x_{BC} x_{CE} x_{DE} x_{DG} x_{FG}

MANTENERE I RISULTATI IN FORMA FRAZIONARIA





AZIONI INTERNE (coordinate locali)

$N_{AB} = 55/36F$
$T_{AB} = 0$
$M_{AB} = 0$

$N_{AC} = -11/9F$
$T_{AC} = 0$
$M_{AC} = 0$

$N_{BC} = F$
$T_{BC} = 0$
$M_{BC} = 0$

$N_{BE} = -5/6F$
$T_{BE} = 0$
$M_{BE} = 0$

$N_{CE} = -11/9F$
$T_{CE} = 0$
$M_{CE} = 0$

$N_{BD} = 85/36F$
$T_{BD} = 0$
$M_{BD} = 0$

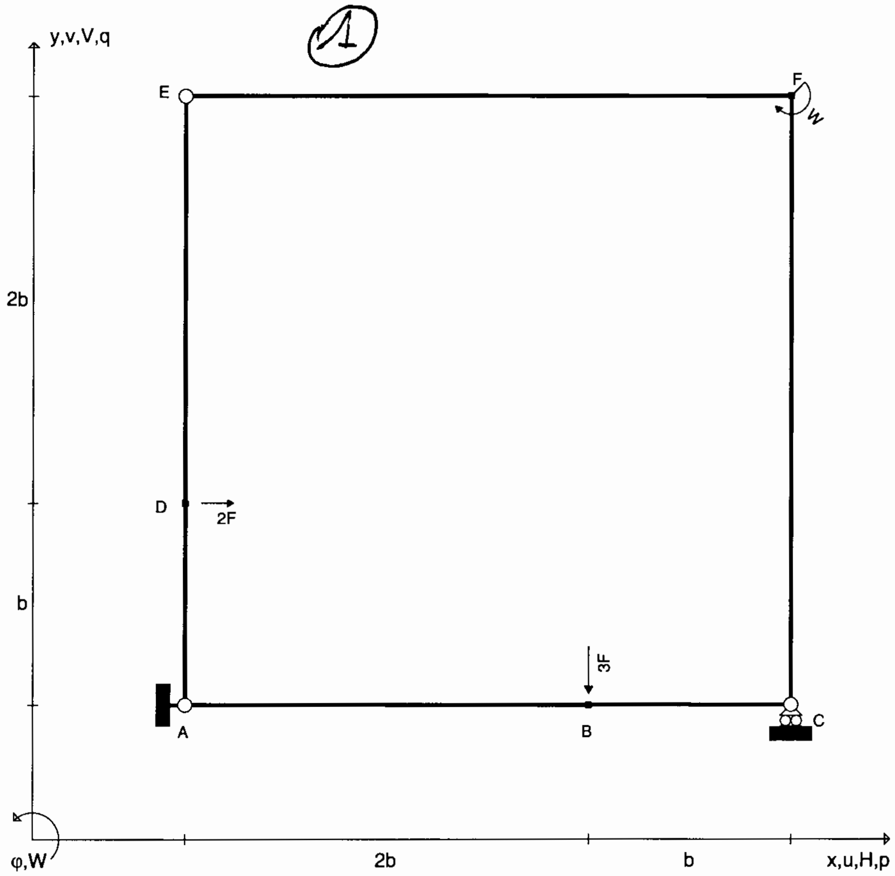
$N_{DE} = 1/2F$
$T_{DE} = 0$
$M_{DE} = 0$

$N_{EG} = -17/9F$
$T_{EG} = 0$
$M_{EG} = 0$

$N_{DG} = -5\sqrt{13}/9F$
$T_{DG} = 0$
$M_{DG} = 0$

$N_{DF} = 15/4F$
$T_{DF} = 0$
$M_{DF} = 0$

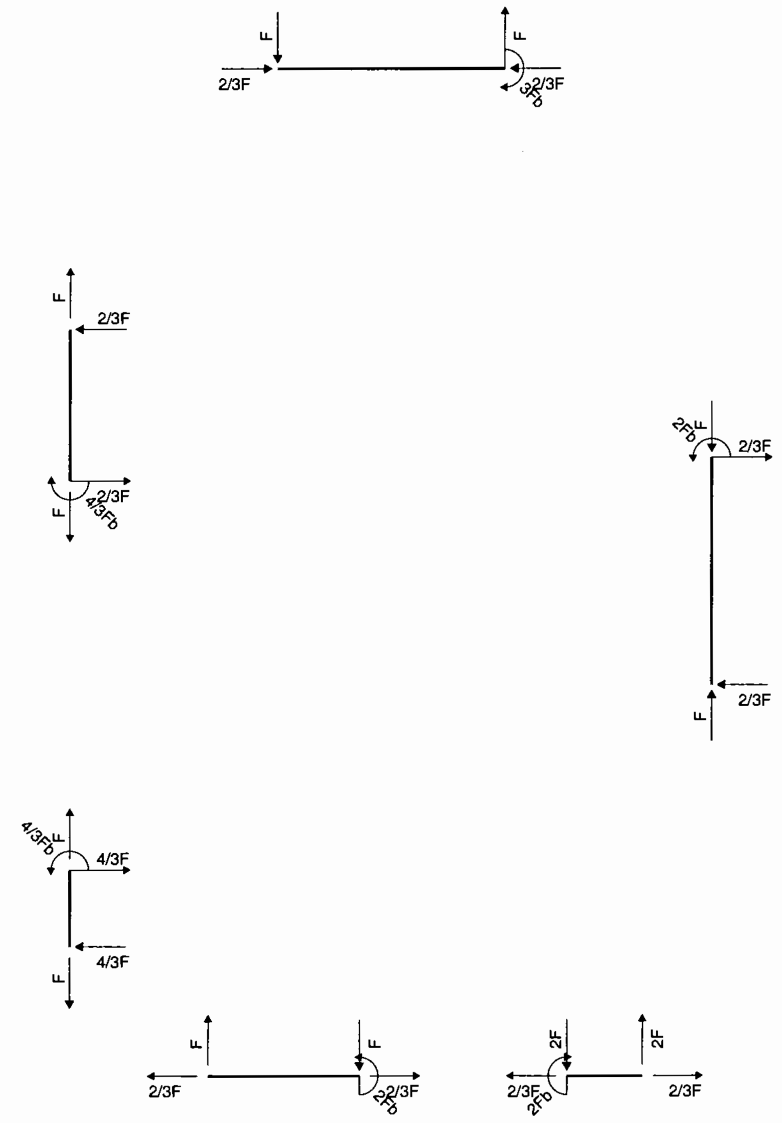
$N_{FG} = -9/4F$
$T_{FG} = 0$
$M_{FG} = 0$

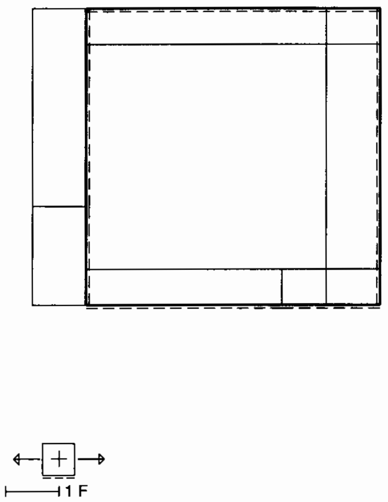


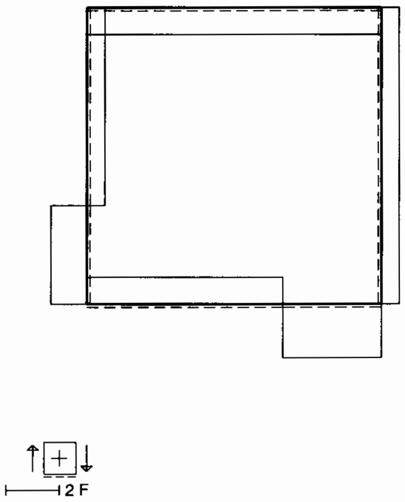
$H_D = 2F$ $W_F = -W = -Fb$ x_{BC} x_{DE} x_{FC}

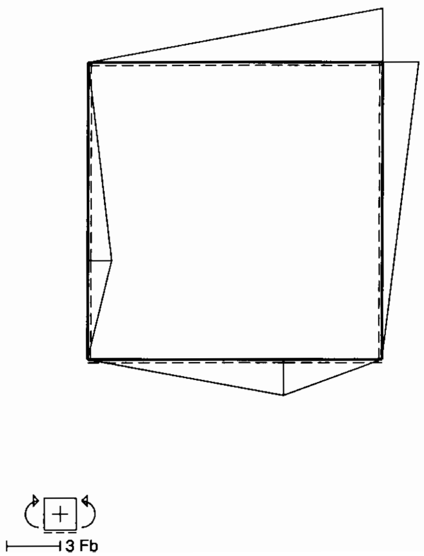
$V_B = -3F$ x_{AB} x_{AD} x_{EF}

MANTENERE I RISULTATI IN FORMA FRAZIONARIA









AZIONI INTERNE (coordinate locali)

$N_{AB} = 2/3F$
$T_{AB} = F$
$M_{AB} = Fx$

$N_{BC} = 2/3F$
$T_{BC} = -2F$
$M_{BC} = 2Fb - 2Fx$

$N_{AD} = F$
$T_{AD} = 4/3F$
$M_{AD} = 4/3Fx$

$N_{DE} = F$
$T_{DE} = -2/3F$
$M_{DE} = 4/3Fb - 2/3Fx$

$N_{EF} = -2/3F$
$T_{EF} = -F$
$M_{EF} = -Fx$

$N_{FC} = -F$
$T_{FC} = 2/3F$
$M_{FC} = -2Fb + 2/3Fx$