

In particolare il primo ha proposto la seguente definizione:

III Il centro di taglio è il punto $C_T(x_T, y_T)$ tale che, se la retta d'azione del taglio passa per esso, si annulla il lavoro compiuto dalle tensioni tangenziali dovute al taglio per le deformazioni torsionali (ovvero si annulla il lavoro mutuo delle due sollecitazioni).

È possibile dimostrare come questa definizione coincida con la II nel caso delle travi di sezione aperta di parete sottile. Infatti le tensioni tangenziali definite dalla formula di Jourawsky sono uniformi nello spessore mentre gli scorrimenti torsionali variano linearmente e sono a media nulla, pertanto il loro lavoro mutuo è nullo (Figura 6.80c).

È stato inoltre dimostrato come questa definizione, che non dipende dal coefficiente di Poisson del materiale, differisce dalla I per effetti secondari che si annullano qualora ν sia uguale a zero.

Pertanto ai fini della valutazione delle tensioni tangenziali nella sezioni di parete sottile la II definizione presentata risulta adeguata e viene comunemente accettata nella pratica tecnica.

Esempio 6.26 Sezione a U

Si consideri la sezione a U rappresentata in Figura 6.81 sollecitata da una forza di taglio T_y , agente ortogonalmente all'asse di simmetria e passante per il centro di taglio C_T .

Tenendo conto che gli spessori b e t sono molto minori di B e H , la distanza x_G del baricentro dalla linea media della costola e il momento di inerzia valgono rispettivamente:

$$x_G = \frac{B^2 b}{2Bb + Ht}, \quad I_x \cong \frac{BH^2 b}{2} + \frac{tH^3}{12}.$$

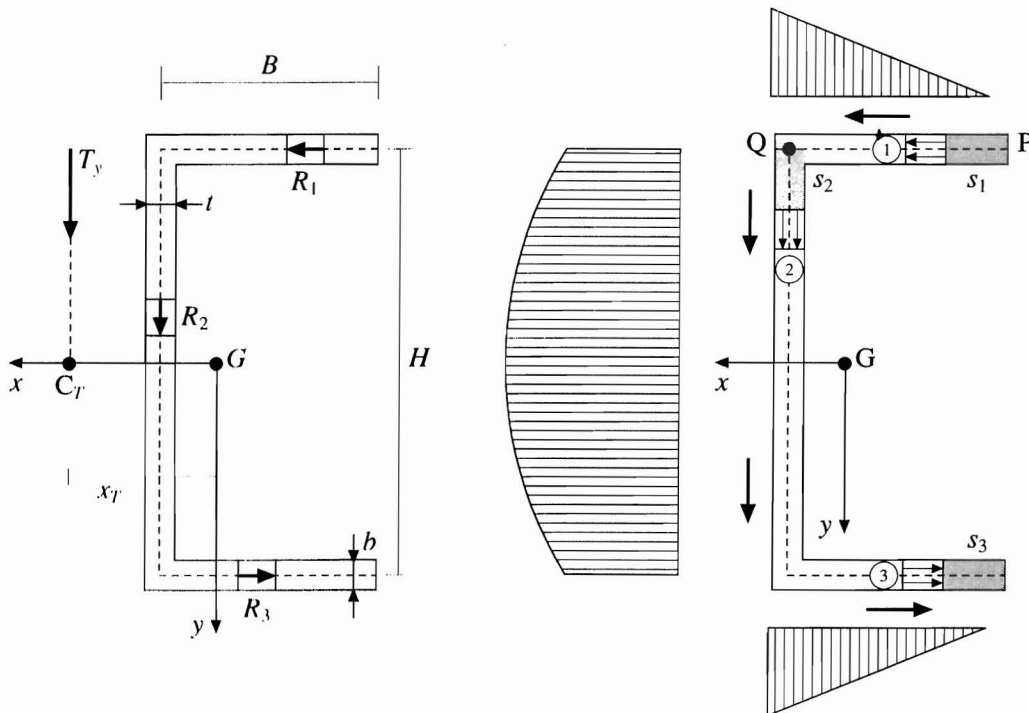


Figura 6.81 Sezione a U di spessore sottile.

A partire dal punto P si determina il momento statico dell'area definita dalla ascissa s

$$S_x^{(1)} = -bs_1 \frac{H}{2}.$$

Pertanto, Equazione 6.137, la tensione tangenziale media sulla corda vale:

$$\bar{\tau}_{zs1} = \frac{T_y s H}{2I_x}.$$

Nel punto Q la corda cambia spessore, che diviene t , e l'equilibrio alla traslazione in direzione z del nodo comporta:

$$-\bar{\tau}_{zs1}(Q)b + \bar{\tau}_{zs2}(Q)t = 0$$

e la tensione tangenziale nella costola vale quindi:

$$\bar{\tau}_{zs2} = \frac{T_y B H b}{2I_x t}.$$

L'incremento di momento statico nella costola a partire da Q vale:

$$\Delta S_x^{(2)} = -t s_2 \frac{(H - s_2)}{2}$$

e dunque la tensione tangenziale diviene:

$$\bar{\tau}_{zs2} = \frac{T_y}{I_x t} \left[\frac{B H b}{2} + \frac{t s (H - s)}{2} \right]$$

e varia parabolicamente con l'ascissa curvilinea s . Le tensioni tangenziali nell'ala inferiore hanno andamento analogo a quelle dell'ala superiore.

Le risultanti delle tensioni tangenziali sui tre tratti valgono:

$$R_1 = R_3 = \int_0^B \bar{\tau}_{zs1} b ds = \frac{3T_y B^2 b}{H(6Bb + tH)} \quad R_2 = \int_0^H \bar{\tau}_{zs2} t ds = T_y.$$

Dall'equilibrio alla traslazione secondo l'asse si ricava $R_1 = R_2$; inoltre scrivendo l'equilibrio alla rotazione attorno al centro di taglio C_T del taglio T_y e delle risultanti R_1 , R_2 e R_3 si ottiene la posizione di esso che risulta sull'asse x a una distanza d dalla linea media della costola data da (Figura 6.81):

$$d = \frac{R_1 H}{R_2} = \frac{3B^2 b}{6Bb + tH}.$$

Il fattore di taglio β_v può essere calcolato applicando la 6.150 e risulta:

$$\beta_v = \frac{6(2Bb + tH) [30B^2 H b^2 + 10Bbt(2B^2 + H^2) + t^2 H^3]}{5H^2 (6Bb + tH)^2}.$$

Si consideri nel seguito un profilato U200, serie normale, ove si ha:

$$H = 20 \text{ cm}, \quad B = 7.5 \text{ cm}, \quad t = 0.85 \text{ cm}, \quad b = 1.15 \text{ cm}, \quad x_G = 1.888 \text{ cm}, \quad I_x = 2292 \text{ cm}^4$$

soggetto a un taglio $T_y = 100 \text{ kN}$.

$$\text{In questo caso risulta: } \bar{\tau}_{zs1}(Q) = 32.727 \text{ Nmm}^{-2}, \quad \bar{\tau}_{zs2}(Q) = 44.272 \text{ Nmm}^{-2}$$

e in corrispondenza dell'asse neutro, $x = n$, si ha:

$$\bar{\tau}_{zs \max} = 66.096 \text{ Nmm}^{-2}, \quad \beta_y = 2.25$$

e inoltre: $R_1 = R_3 = 11.41 \text{ kN}$, $R_2 = 100 \text{ kN}$

Pertanto la distanza d del centro di taglio risulta: $d = 2.82 \text{ cm}$.

Si osservi che se la retta d'azione del taglio T_y passa per il baricentro G , esso è equivalente (Figura 6.82a), al taglio T_y con retta d'azione passante per il centro di taglio C_T e a una coppia di intensità pari a:

$$M_z = T_y(x_G + d) = 4710 \text{ Nm}.$$

Procedendo come indicato nell'Esempio 6.18 si valuta il fattore di torsione:

$$I_t = \sum_{i=1}^3 \frac{h_i b_i^3}{3} = 11.698 \text{ cm}^4$$

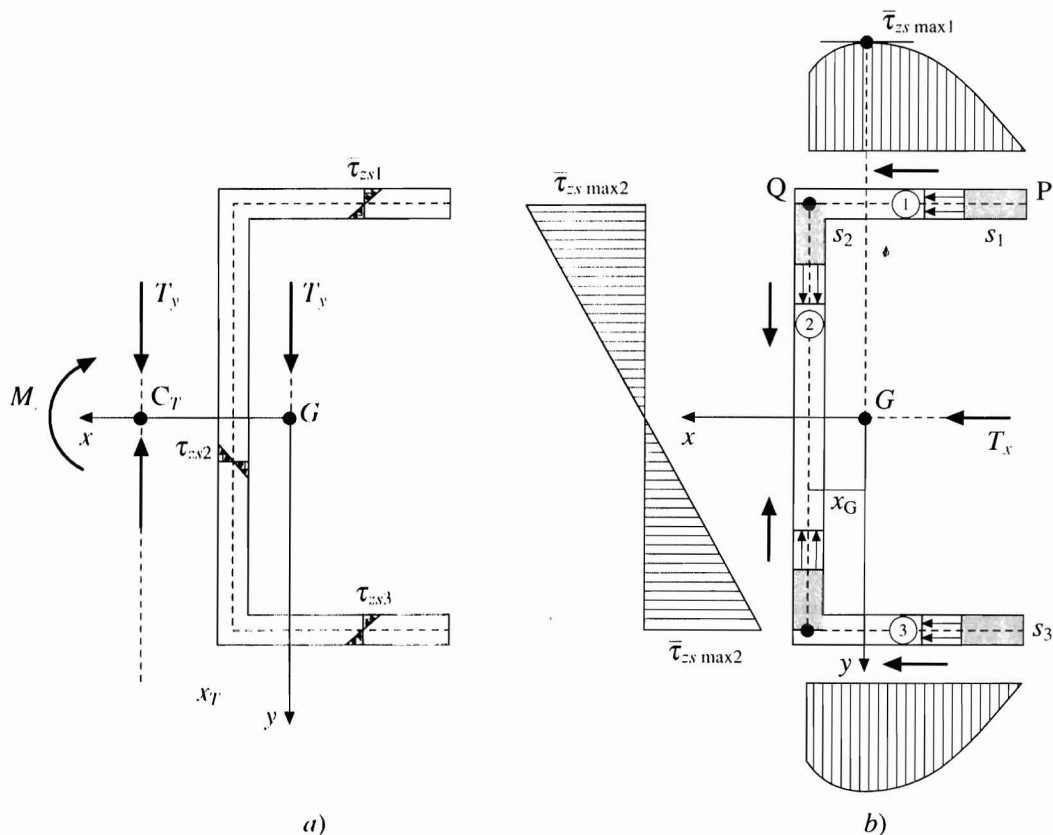


Figura 6.82 Sezione a U di spessore sottile.

la tensione tangenziale massima si ha nelle ali ed è pari a:

$$\tau_{zs \max} = \frac{M_z b}{I_t} = 463.028 \text{ Nmm}^{-2}$$

In corrispondenza dell'asse neutro nel tratto 2 si ha:

$$\tau_{zs \max 2} = \frac{M_z t}{I_t} = 342.238 \text{ Nmm}^{-2}$$

Pertanto la tensione tangenziale dovuta all'azione combinata della torsione e del taglio si verifica sull'asse neutro sulla superficie interna dell'anima e nel punto Q nella parte interna dell'ala e vale rispettivamente

$$\tau_{\max 2} = 66.096 + 342.238 = 408.334 \text{ Nmm}^{-2}$$

$$\tau_{\max 1} = 32.727 + 463.028 = 495.755 \text{ Nmm}^{-2}.$$

Si osservi come, in genere, le tensioni tangenziali indotte dalla torsione risultino, nei profili aperti di parete sottile, nettamente maggiori di quelle dovute al taglio.

Si consideri ora la stessa sezione sollecitata da un taglio T_x applicato sull'asse di simmetria (Figura 6.82b). Con riferimento alla figura si ha:

$$I_y = \frac{B^3 b (Bb + 2tH)}{6Bb + 3tH}, \quad S_y^{(1)} = -sb \left(B - x_G - \frac{1}{2} s \right), \quad \Delta S_y^{(2)} = t s x_G$$

$$\bar{\tau}_{zs1} = -\frac{T_x S_y^{(1)}}{b I_y}, \quad \bar{\tau}_{zs2} = -\frac{T_x (S_y^{(1)} + \Delta S_y^{(2)})}{t I_y}.$$

Con riferimento allo stesso profilato considerato in precedenza per $T_x = 100 \text{ kN}$ risulta:

$$\tau_{zs \max} = \tau_{zs 2}(Q) = 93.88 \text{ Nmm}^{-2} \quad \text{e} \quad \beta_x = 4.$$

Si osservi come il diagramma delle tensioni tangenziali sia antisimmetrico rispetto all'asse di sollecitazione e si annulli sull'asse di simmetria.

Esempio 6.27 Centro di taglio di una semicorona circolare sottile

Si consideri la sezione riportata in Figura 6.83 soggetta a un taglio T_y con retta d'azione passante per il centro di taglio; essa rappresenta la metà della sezione tubolare esaminata nell'Esempio 6.24. In questo caso si ha:

$$A = \pi R b, \quad I_x = \frac{\pi b R^3}{2}, \quad \bar{\tau}_{zs} = \frac{T_y R^2}{I_x} \sin \alpha = \frac{2T_y}{\pi R b} \sin \alpha, \quad \bar{\tau}_{\max} = \bar{\tau}_{zs} \left(\frac{\pi}{2} \right) = \frac{2T_y}{\pi R b}.$$

La risultante delle tensioni tangenziali sulla sezione risulta:

$$|R| = R \int_0^{\pi} \bar{\tau}_{zs}(\alpha) b \sin \alpha \, d\alpha = T_y.$$

Il momento risultante attorno al polo O della distribuzione delle tensioni tangenziali vale

$$M_z(O) = \int_0^{\pi} \bar{\tau}_{zs}(\alpha) b R^2 \, d\alpha = 4 \frac{RT_y}{\pi}.$$

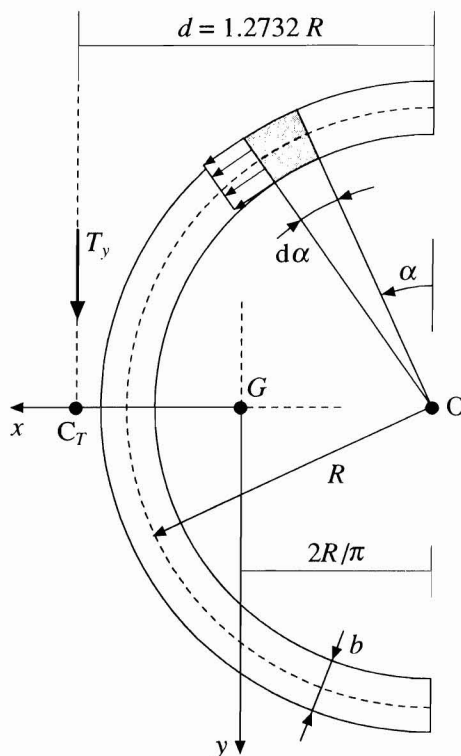


Figura 6.83 Centro di taglio della sezione metà di una corona circolare.

Il centro di taglio C_T della sezione giace sull'asse x , in quanto asse di simmetria, e la sua distanza x_T dal punto O si calcola scrivendo l'equilibrio alla rotazione attorno a esso; risulta:

$$d = \frac{M_z(O)}{T_y} = 4 \frac{R}{\pi} = 1.2732 R.$$

Esempio 6.28 Angolare simmetrico

Per quanto detto in precedenza il centro di taglio C_T della sezione trasversale di un angolare di parete sottile è posto nel vertice (Figura 6.84).

Quindi un taglio la cui retta d'azione passa per il vertice non provoca né rotazioni torsionali né le tensioni tangenziali a esse associate. Con riferimento alla Figura 6.84 è immediata la determinazione degli assi principali e la distanza del baricentro dal vertice è:

$$x_t = 0, \quad y_t = \frac{h}{2\sqrt{2}}.$$

I momenti principali di inerzia valgono rispettivamente:

$$I_x = \frac{bh^3}{12}, \quad I_y = \frac{bh^3}{3}.$$

Qualora, come nel caso in esame, venga assegnato un taglio con retta d'azione verticale, è sempre possibile scomporlo nelle sue componenti parallele agli assi principali. Ci si ricon-

duce pertanto a determinare le tensioni tangenziali dovute ai due tagli T_x e T_y e a sovrapporne gli effetti.

Si consideri innanzitutto la componente T_y . Con riferimento alla Figura 6.84c il momento statico dell'area tratteggiata rispetto all'asse neutro x vale:

$$S_x^* = -bs \frac{h-s}{2\sqrt{2}}$$

la tensione tangenziale sulla corda b all'ascissa s vale pertanto:

$$\bar{\tau}_{zs}^{(y)} = -\frac{T_y S_x^*}{bI_x} = 3\sqrt{2} \frac{T_y s(h-s)}{bh^3} = 3T \frac{s(h-s)}{bh^2}$$

e l'andamento delle tensioni tangenziali è parabolico, il punto di massimo si ha per $s = h/2$ risulta:

$$\bar{\tau}_{zs}^{(y)} = \frac{3}{2\sqrt{2}} \frac{T_y}{bh}$$

mentre la tensione tangenziale si annulla sull'asse di simmetria e poi si ripete con verso opposto.

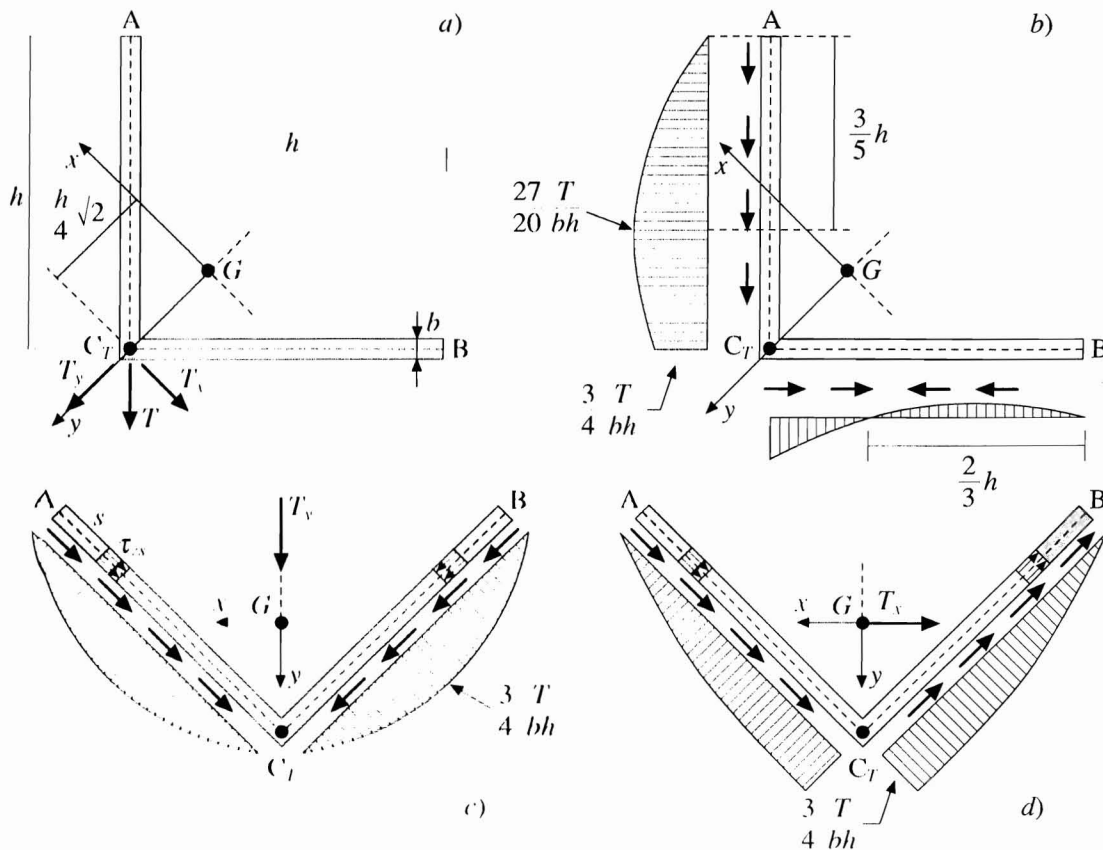


Figura 6.84 Angolare simmetrico soqgetto a taglio parallelo a uno dei lati.

Si consideri ora la componente T_x . Il momento statico dell'area tratteggiata di Figura 6.84d vale:

$$S_y^* = -bs \left(h - \frac{s}{2} \right) \frac{\sqrt{2}}{2}$$

la tensione tangenziale sulla corda b all'ascissa s vale pertanto:

$$\bar{\tau}_{zs}^{(x)} = -\frac{T_x S_y^*}{bI_y} = 3 \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{T_x s \left(h - \frac{s}{2} \right)}{bh^3} = \frac{3T}{4bh^3} s(2h-s).$$

La tensione tangenziale massima si ha nel vertice, in corrispondenza dell'asse neutro $n = y$ e vale:

$$\bar{\tau}_{zs \max}^{(x)} = 3 \frac{T_x \frac{h^2}{2} \frac{\sqrt{2}}{2}}{bh^3} = \frac{3T}{4bh}.$$

Sull'altro lato la tensione tangenziale si ripete con lo stesso verso.

Si applica ora la sovrapposizione degli effetti; sul braccio verticale le tensioni tangenziali si sommano risultando concordi, mentre su quello orizzontale hanno verso opposto (Figura 6.84b).

Risulta pertanto nei due tratti AC_T e C_TB rispettivamente:

$$\bar{\tau}_{zs} = \tau_{zs}^{(y)} + \tau_{zs}^{(x)} = \frac{3T}{4bh^3} (6hs - 5s^2)$$

e

$$\bar{\tau}_{zs} = \tau_{zs}^{(y)} - \tau_{zs}^{(x)} = \frac{3T}{4bh^3} (3s^2 - 2hs).$$

La tensione tangenziale massima si ha per $s = 3/5$ e vale: $\bar{\tau}_{zs \max} = (27/20) (T/bh)$ mentre nel vertice, per $s = h$, si ha: $\bar{\tau}_{zs} = (3/4) (T/bh)$

Le risultanti delle tensioni agenti sui due tratti risultano: $R_1 = 0$ e $R_2 = T$. Come era ovvio prevedere.

Esempio 6.29 Centro di taglio in sezioni sottili pluriconnesse

Come ricordato in precedenza, Esempio 6.21, le sezioni sottili pluriconnesse hanno molteplici applicazioni nelle costruzioni meccaniche, navali e aerospaziali, oltre che in quelle civili.

Anche in questo caso se il taglio, pur baricentrico, non è diretto secondo un asse di simmetria, sono presenti effetti torsionali non trascurabili. Per pervenire a una corretta valutazione delle tensioni tangenziali è necessario, anche in questo caso, determinare la posizione del centro di taglio C_T .

Una trattazione esaustiva di questo problema non viene tuttavia, in genere, svolta nei corsi per il conseguimento della laurea triennale. Nel seguito si intendono discutere unicamente gli aspetti essenziali del problema rimandando, comunque, a pubblicazioni esistenti per una trattazione completa [25].