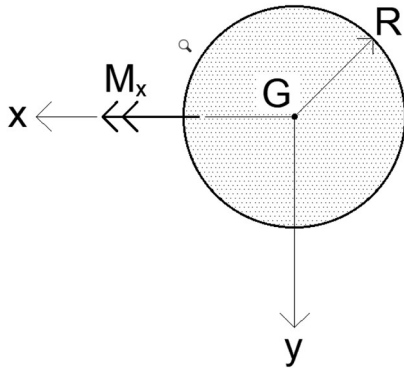


## ESERCIZIO

Considerata una trave di lunghezza  $L$  sollecitata da un momento flettente  $M_x$  (sollecitata solo a flessione retta), determinare la percentuale di materiale che si risparmierebbe utilizzando una sezione circolare cava invece che una sezione circolare piena, a parità di Modulo di Resistenza  $W_x$

### 1) SEZIONE CIRCOLARE PIENA

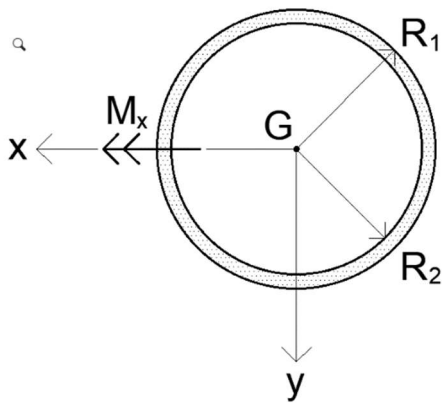


$$A_1 = \pi R^2$$

$$J_{x1} = \frac{\pi R^4}{4}$$

$$W_{x1} = \frac{\pi R^3}{4}$$

### 2) SEZIONE CIRCOLARE CAVA



$$\frac{R_2}{R_1} = 0.9$$

$$A_2 = \pi R_1^2 - \pi R_2^2$$

$$J_{x2} = \frac{\pi R_1^4}{4} - \frac{\pi R_2^4}{4}$$

$$W_{x2} = \left( \frac{\pi R_1^4}{4} - \frac{\pi R_2^4}{4} \right) \frac{1}{R_1}$$

Imponendo  $W_{x1} = W_{x2}$  si può determinare quanto deve valere  $R$  in funzione di  $R_1$ :

$$W_{x1} = W_{x2}$$

$$\frac{\pi R^3}{4} = \left( \frac{\pi R_1^4}{4} - \frac{\pi R_2^4}{4} \right) \frac{1}{R_1}$$

$$\frac{\pi R^3}{4} = \frac{\pi R_1^3}{4} - \frac{\pi R_2^4}{4R_1}$$

$$\frac{\pi R^3}{4} = \frac{\pi R_1^3}{4} - \frac{\pi (0.9R_1)^4}{4R_1}$$

$$\frac{\pi R^3}{4} = \frac{\pi R_1^3}{4} - \frac{\pi 0.656R_1^3}{4}$$

$$\frac{\pi R^3}{4} = \frac{\pi R_1^3}{4} (1 - 0.656)$$

$$R^3 = R_1^3 (1 - 0.656)$$

$$R^3 = 0.344R_1^3$$

$$R = \sqrt[3]{0.344R_1^3} \cong 0.7R_1$$

Quindi, per avere lo stesso Modulo di Resistenza  $W_x$ , il raggio della sezione circolare piena,  $R$ , deve essere pari a 0,7 volte il raggio esterno della sezione circolare cava,  $R_1$ .

L'area dei due profili vale:

$$A_1 = \pi R^2 = \pi(0.7R_1)^2 = \pi 0.49R_1^2$$

$$A_2 = \pi R_1^2 - \pi R_2^2 = \pi R_1^2 - \pi(0.9R_1)^2 = \pi R_1^2 - \pi 0.81R_1^2 = \pi R_1^2(1 - 0.81) = \pi 0.19R_1^2$$

La percentuale di materiale risparmiato è data dalla differenza delle aree divisa per l'area della sezione piena:

$$\left(\frac{A_1 - A_2}{A_1}\right) 100\% = \left(\frac{\pi 0.49R_1^2 - \pi 0.19R_1^2}{\pi 0.49R_1^2}\right) 100\% = (1 - 0.387) 100\% \cong 61\%$$

Pertanto, a parità di Modulo di Resistenza  $W_x$ , utilizzando una sezione circolare cava (con  $R_2/R_1 = 0.9$ ) al posto di una piena (con  $R \cong 0.7R_1$ ) si **risparmia il 61% di materiale**.