Università degli Studi di Cagliari

DICAAR - Facoltà di Ingegneria-Architettura

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2018-2019

Prova scritta in aula del 05.02.2020

Parte II - Testo 1

CdS **Edilizia** ☐ CdS **AdC** ☐ CdS **SdA** ☐

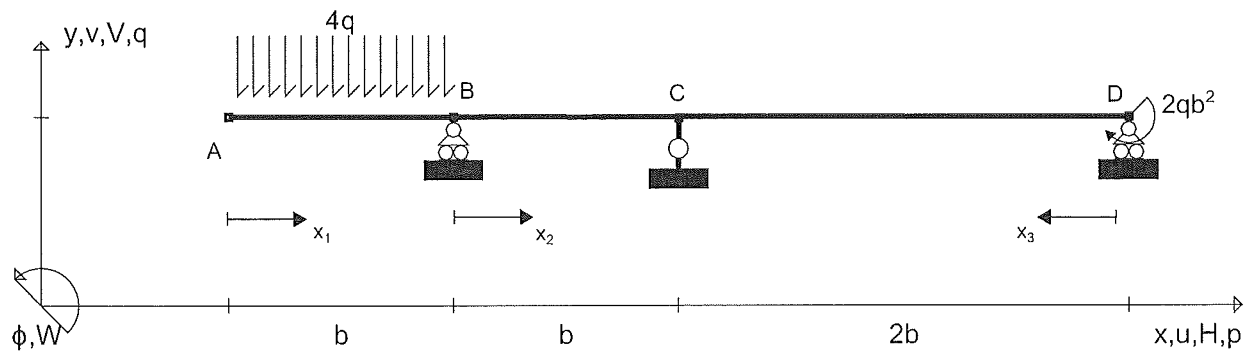
Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui <u>*soli*</u> *fogli a quadretti che sono stati forniti.*

Allievo:....................................e-mail:........................ Matricola:.......

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità C, M_C.
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.
Calcolare infine, riapplicando il PLV, la rotazione del punto C, φ_C.
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari SdC_SdA 05.02.20*001

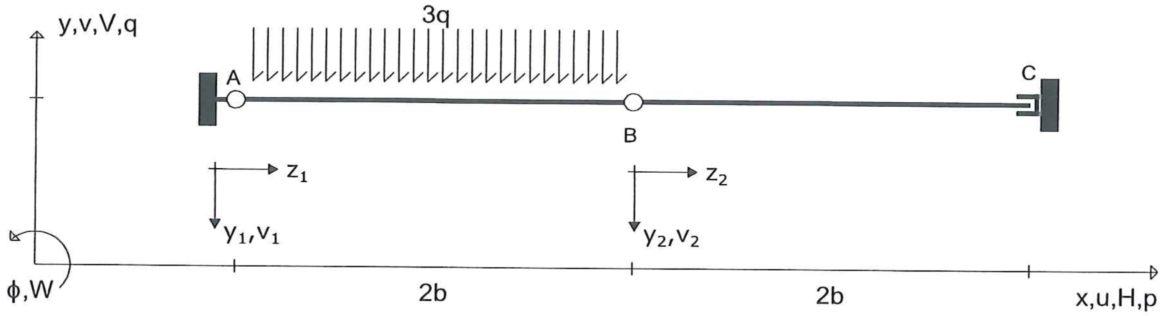


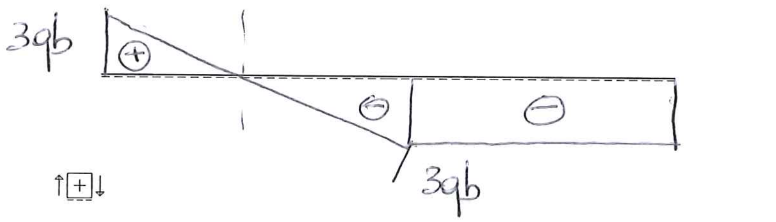
Esercizio n. 2 (7 punti)

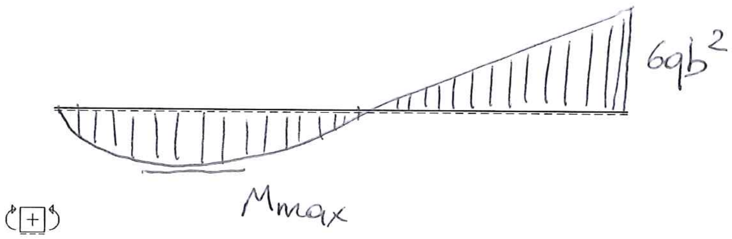
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A, B e C.
Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. Lo spostamento verticale del punto B, v_B;
4. La rotazione del punto A, φ_A

Universita' di Cagliari SdC_SdA 02.05.20*001







H_A (⇨) = 0; V_A (⇧) = $3qb$; V_C (⇧) = $3qb$; M_C = $-6qb^2$;

N_{AB} = 0; T_{AB} = $3qb - 3qz_1$; M_{AB} = $3qbz_1 - \frac{3}{2}qz_1^2$;

N_{BC} = 0; T_{BC} = $-3qb$; M_{BC} = $-3qbz_2$;

c.c in A = $v_1(z_1=0)=0$; c.c in B = $v_1(z_1=2b)=v_2(z_2=0)$;

c.c in C = $\begin{cases} v_2(z_2=2b)=0 \\ v_2'(z_2=2b)=0 \end{cases}$;

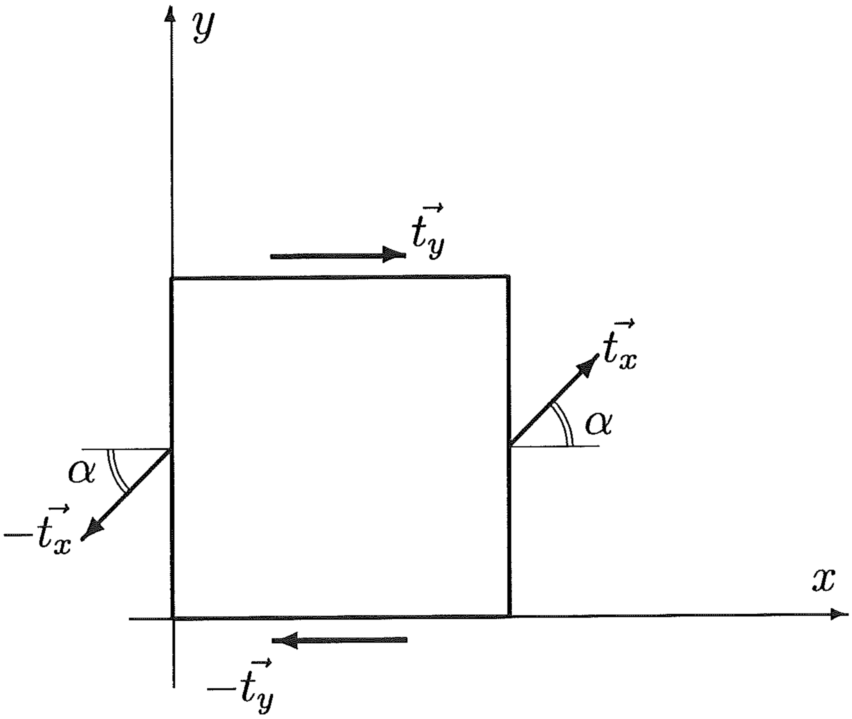
$v_1(z_1)$ = $5\frac{qb^3z_1}{EJ} - \frac{1}{2}\frac{qbz_1^3}{EJ} + \frac{1}{8}\frac{qz_1^4}{EJ}$; $v_1'(z_1)$ = $5\frac{qb^3}{EJ} - \frac{3}{2}\frac{qbz_1^2}{EJ} + \frac{1}{2}\frac{qz_1^3}{EJ}$;

$v_2(z_2)$ = $8\frac{qb^4}{EJ} - 6\frac{qb^3z_2}{EJ} + \frac{1}{2}\frac{qbz_2^3}{EJ}$; $v_2'(z_2)$ = $-6\frac{qb^3}{EJ} + \frac{3}{2}\frac{qbz_2^2}{EJ}$;

v_B = $8\frac{qb^4}{EJ}$ (↓); φ_A = $5\frac{qb^3}{EJ}$;

Esercizio n. 3 (9 punti)

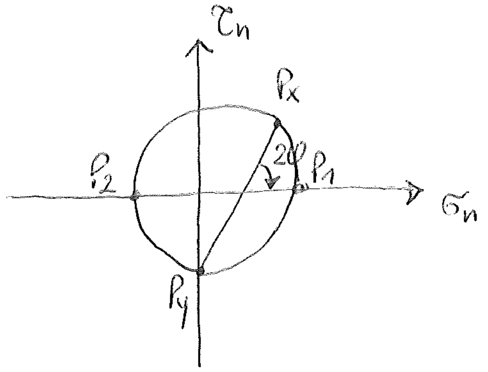
Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) $\boldsymbol{t}_x$ e $\boldsymbol{t}_y$ rispettivamente; di questi $\boldsymbol{t}_x$ è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = -45°$ (sicché $\cos\alpha = \sqrt{2}/2$; $\sin\alpha = -\sqrt{2}/2$) e ha modulo di valore $|\boldsymbol{t}_x| = 75$ MPa. L'altro vettore sforzo, $\boldsymbol{t}_y$, è invece *orizzontale*, come indicato in Figura.
Si chiede di determinare le componenti σ_x, σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2, e la massima tensione tangenziale, τ_{max}.
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1.



σ_x = 53.0330 (MPa); σ_y = 0.0000 (MPa); τ_{xy} = -53.0330 (MPa);

σ_1 = 85.8092 (MPa); σ_2 = -32.7762 (MPa); τ_{max} = 59.2927 (MPa);

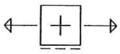
cerchio di Mohr:

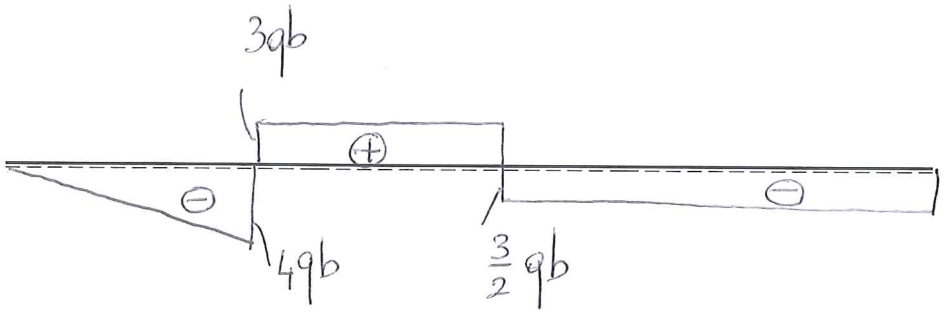


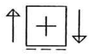
$P_x = (53.0330, 53.0330)$

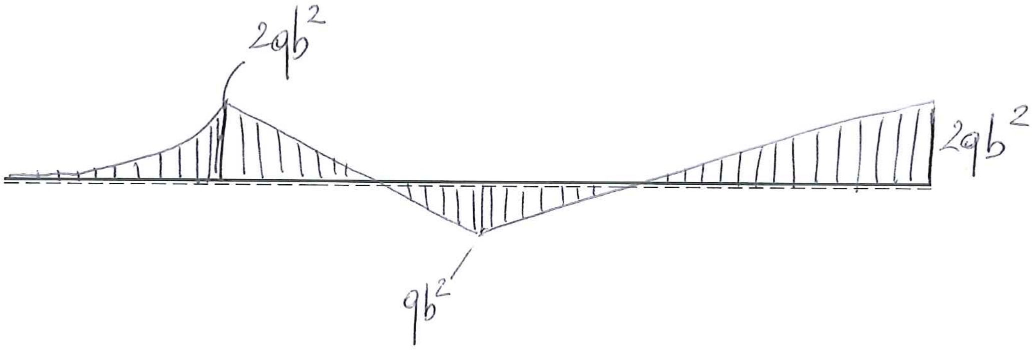
$P_y = (0.0000, -53.0330)$

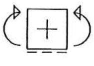
φ = -31.7175 (°);











V_B (⇧) = 7qb; H_C(⇨) = 0; V_C (⇧) = $-9/2\,qb$; V_D (⇧) = $3/2\,qb$; M_C(↶□↷) = qb^2;

N_{AB} = 0 ; T_{AB} = $-4q x_1$; M_{AB} = $-2q x_1^2$;

N_{BC} = 0 ; T_{BC} = $3qb$; M_{BC} = $-2qb^2 + 3qb x_2$;

N_{DC} = 0 ; T_{DC} = $-\frac{3}{2}qb$; M_{DC} = $\begin{cases} -2qb^2 + \frac{3}{2}qb x_3 \\ qb^2 - \frac{3}{2}qb x_4 \end{cases}$;

φ_C = 0