Università degli Studi di Cagliari

DICAAR - Facoltà di Ingegneria-Architettura

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2018-2019

Prova scritta in aula del 22.01.2020

Parte II - Testo 1

CdS **Edilizia** ☐ CdS **AdC** ☐ CdS **SdA** ☐

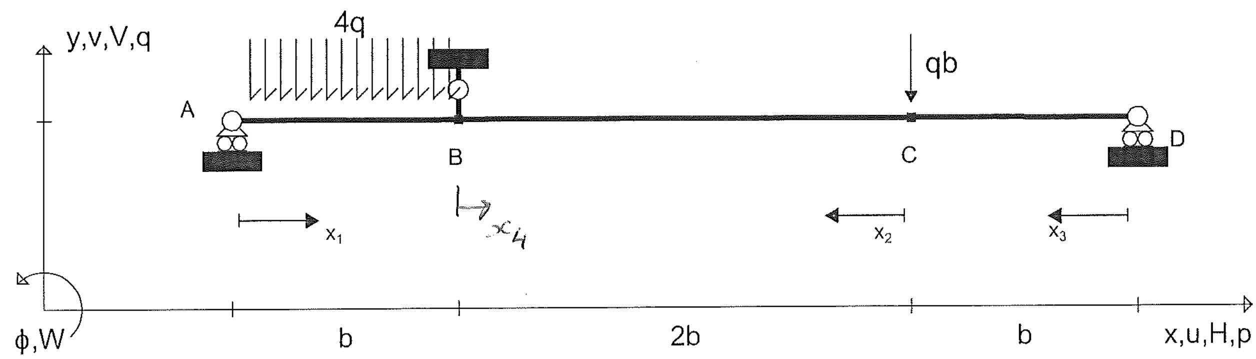
Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.................................e-mail:...................... Matricola:.......

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità B, M_B.
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.
Calcolare infine, riapplicando il PLV, lo spostamento verticale del punto C, v_C.
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

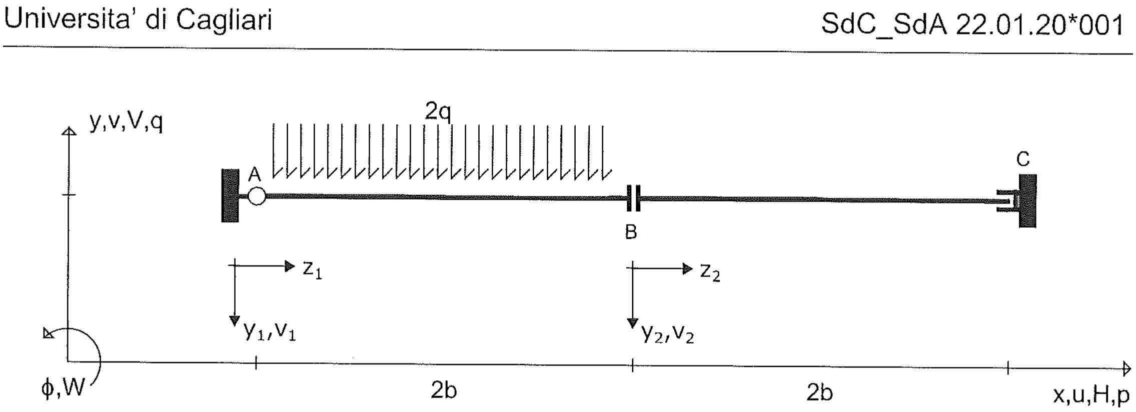
Universita' di Cagliari SdC_SdA 22.01.20*001

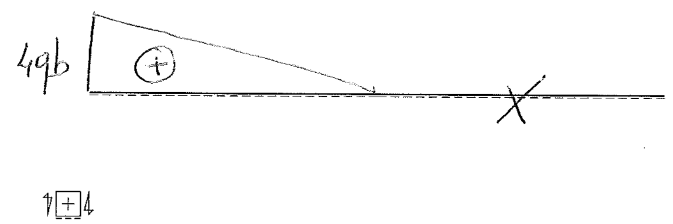


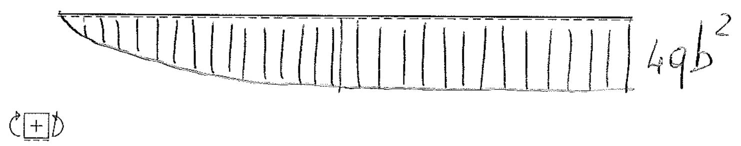
Esercizio n. 2 (7 punti)

Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A, B e C.
Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. Lo spostamento verticale del punto B per il tratto AB, $v_B^{(1)}$;
4. La spostamento verticale del punto B per il tratto BC, $v_B^{(2)}$.







H_A (⇨) = 0; V_A (⇧) = $4qb$; V_C (⇧) = 0; M_C = $4qb^2$;

N_{AB} = 0; T_{AB} = $4qb - 2qz_1$; M_{AB} = $4qbz_1 - qz_1^2$;

N_{BC} = 0; T_{BC} = 0; M_{BC} = $4qb^2$;

c.c in A = $v_1(z_1=0) = 0$; c.c in B = $v_1'(z_1=2b) = v_2'(z_2=0)$;

c.c in C = $\begin{cases} v_2(z_2=2b) = 0 \\ v_2'(z_2=2b) = 0 \end{cases}$;

$v_1(z_1)$ = $\frac{40}{3}\frac{qb^3z_1}{EJ} - \frac{2}{3}\frac{qbz_1^3}{EJ} + \frac{1}{12}\frac{qz_1^4}{EJ}$; $v_1'(z_1)$ = $\frac{40}{3}\frac{qb^3}{EJ} - 2\frac{qbz_1^2}{EJ} + \frac{1}{3}\frac{qz_1^3}{EJ}$;

$v_2(z_2)$ = $-8\frac{qb^4}{EJ} + 8\frac{qb^3z_2}{EJ} - 2\frac{qb^2z_2^2}{EJ}$; $v_2'(z_2)$ = $8\frac{qb^3}{EJ} - 4\frac{qb^2z_2}{EJ}$;

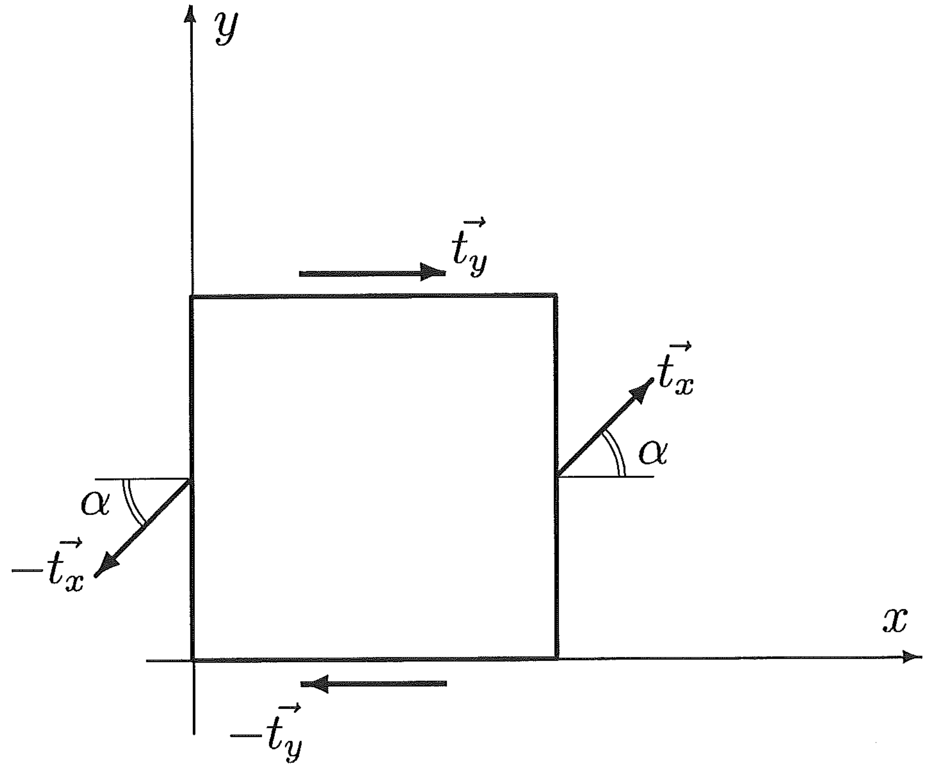
$v_B^{(1)}$ = $\frac{68}{3}\frac{qb^4}{EJ}$ (↓); $v_B^{(2)}$ = $-8\frac{qb^4}{EJ}$ (↑);

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) $\boldsymbol{t}_x$ e $\boldsymbol{t}_y$ rispettivamente; di questi $\boldsymbol{t}_x$ è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = -60°$ (sicché $\cos\alpha = 1/2$; $\sin\alpha = -\sqrt{3}/2$) e ha modulo di valore $|\boldsymbol{t}_x| = 90$ MPa. L'altro vettore sforzo, $\boldsymbol{t}_y$, è invece *orizzontale*, come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti σ_x, σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2, e la massima tensione tangenziale, τ_{max}.

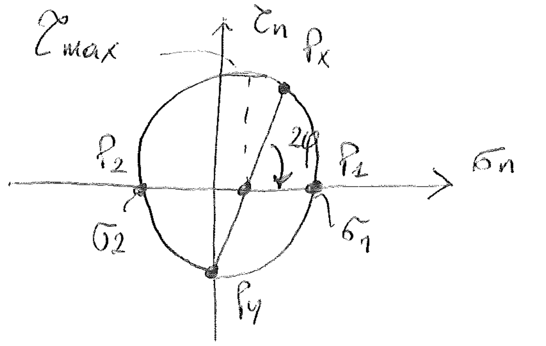
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1.



σ_x = ...45.0000.... (MPa); σ_y = ...0.0000.... (MPa); τ_{xy} = ...−77.9423.... (MPa);
$(= -45.0000\sqrt{3})$

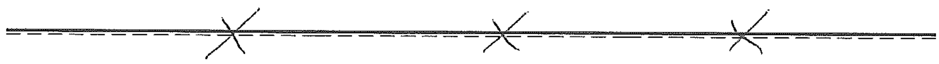
σ_1 = ...103.6249....... (MPa); σ_2 = ...−58.6249........ (MPa); τ_{max} = ...81.1249.............. (MPa);

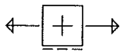
cerchio di Mohr:

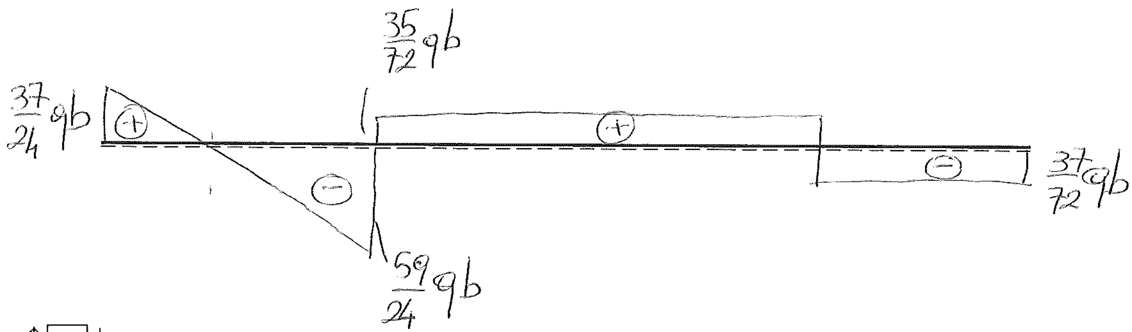


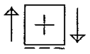
$P_x = (45.0000, +77.9423)$
$P_y = (0.0000, -77.9423)$

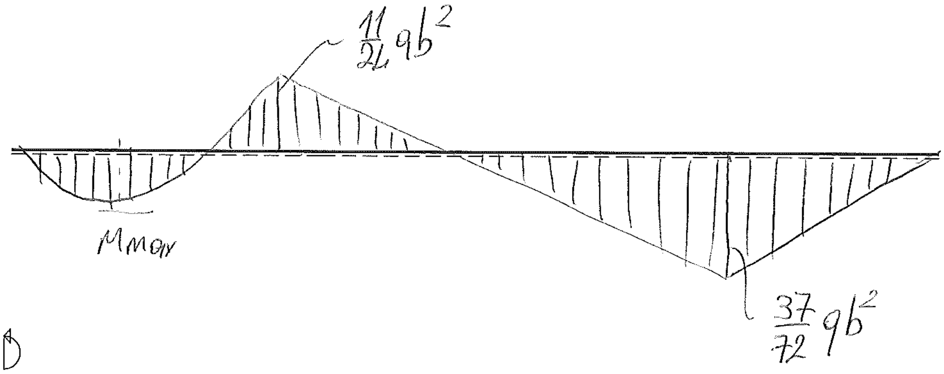
φ = ...−36.9489.. (°);

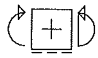












V_A (⇧) = $\frac{37}{24}qb$; H_B (⇨) = 0; V_B (⇧) = $\frac{53}{18}qb$; V_D (⇧) = $\frac{37}{72}qb$; M_B = $-\frac{11}{24}qb^2$;

N_{AB} = 0 ; T_{AB} = $\frac{37}{24}qb - 4qx_1$; M_{AB} = $\frac{37}{24}qbx_1 - 2qx_1^2$;

N_{CB} = 0 ; T_{CB} = $\frac{35}{72}qb$; M_{CB} = $\begin{cases} -\frac{35}{72}qbx_2 + \frac{37}{72}qb^2 \\ \frac{35}{72}qbx_4 - \frac{11}{24}qb^2 \end{cases}$;

N_{DC} = 0 ; T_{DC} = $-\frac{37}{72}qb$; M_{DC} = $+\frac{37}{72}qbx_3$;

v_C = $-\frac{13}{54}\frac{qb^4}{EJ}$ (↓)