

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2019-2020

Prova scritta in aula del 12.01.2021

Parte II - Testo 1

CdS Edilizia

CdS AdC

CdS SdA

*Nota: Per chi dispone di una propria stampante, i risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; per chi non dispone di stampante occorrerà predisporre un primo foglio nel quale riportare i dati riportati nei riquadri insieme ai risultati; il primo foglio dovrà contenere anche le seguenti informazioni: la prova (I prova intermedia o II prova intermedia), la data dell'appello, il nome e cognome, la matricola, la mail, il corso di studi; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati a seguire. Al termine della prova ed entro il limite di tempo indicato dalla commissione si dovrà caricare il compito svolto sulla piattaforma TEAMS in forma di unico file PDF le immagini fotografiche del primo foglio e a seguire dello svolgimento. Il file va nominato: cognome\_matricola\_data dell'appello.*

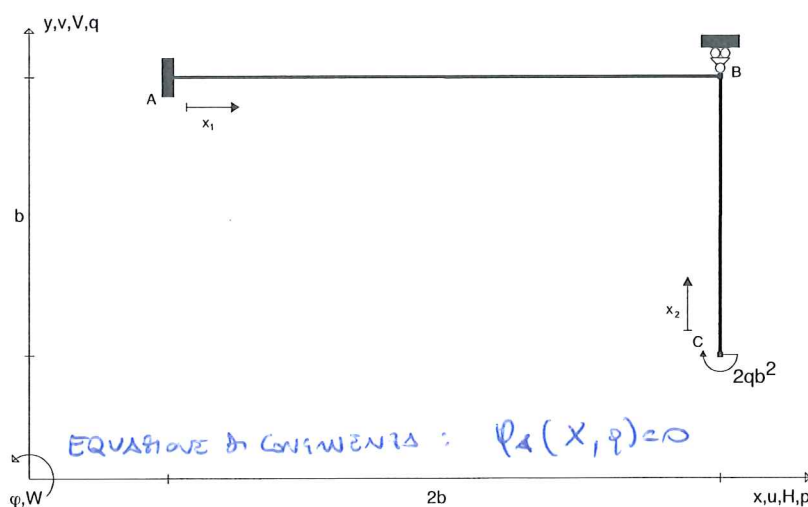
*Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

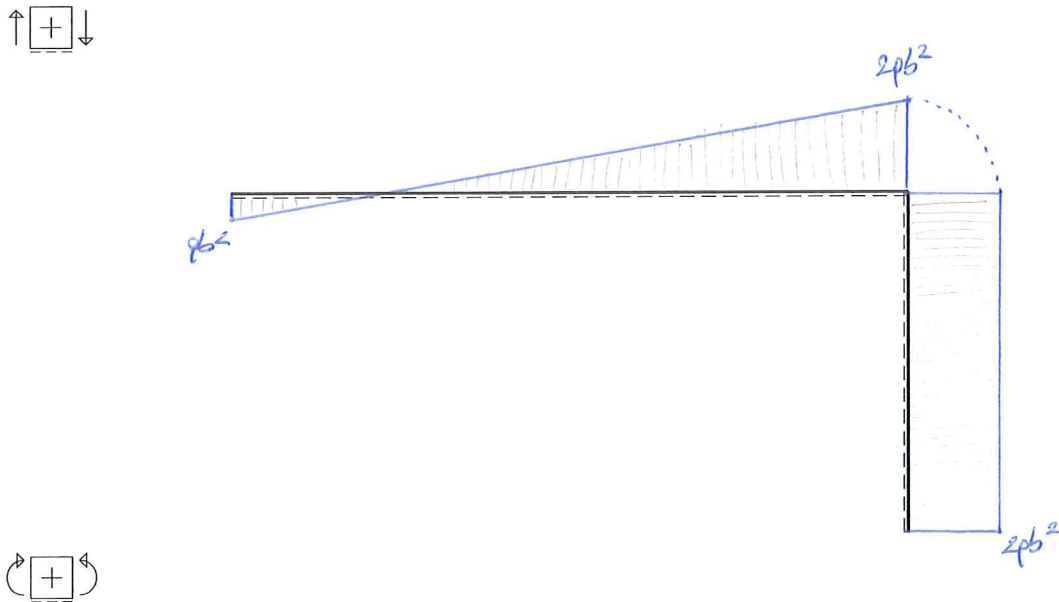
Allievo:..... e-mail:..... Matricola:.....

**Esercizio n. 1 (17 punti)**

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo come incognita iperstatica il momento di incastro in  $A$   $M_A$ . Dopo avere determinato l'iperstatica tenendo conto solo della deformabilità flessionale, calcolare le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciare nello spazio predisposto i corrispondenti grafici.

*Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.*





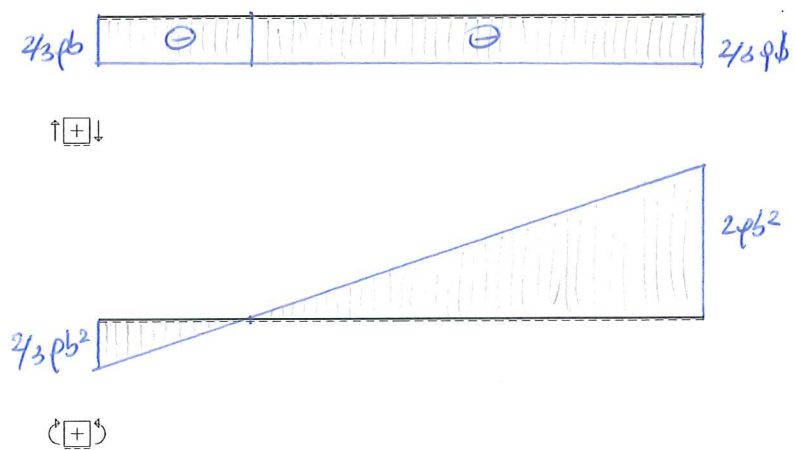
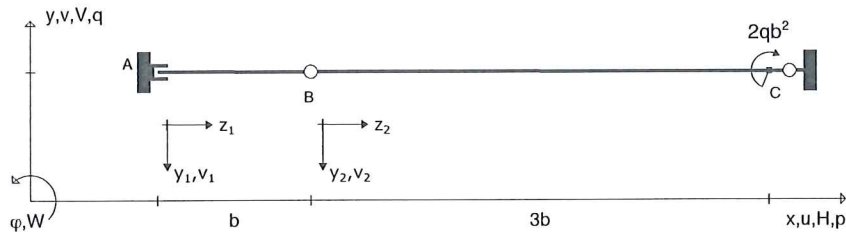
$H_A (\Rightarrow) = \dots 0 \dots$	$V_A (\hat{u}) = \dots -\frac{3}{2}pb \dots$	$M_A (\hat{\varphi}) = \dots -pb^2 \dots$	$V_B (\hat{u}) = \dots \frac{3}{2}pb \dots$
$N_{AB} = \dots // \dots$	$T_{AB} = \dots -\frac{3}{2}pb \dots$	$M_{AB} = \dots pb^2 - \frac{3}{2}pb \times b \dots$	
$N_{CB} = \dots // \dots$	$T_{CB} = \dots // \dots$	$M_{CB} = \dots -2pb^2 \dots$	

**Esercizio n. 2 (16 punti)**

Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti *A*, *B* e *C*.

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse,  $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$ ;
2. La sua derivata prima,  $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$ ;
3. Lo spostamento verticale del punto *B*,  $v_B$ ;
4. La rotazione del punto *C*,  $\varphi_C$ .



$V_A (\uparrow) = \dots -\frac{2}{3}qb \dots$	$M_A (\hat{x}) = \dots -\frac{2}{3}qb^2 \dots$	$H_C (\Rightarrow) = \dots 0 \dots$	$V_C (\uparrow) = \dots \frac{2}{3}qb \dots$
$N_{AB} = \dots // \dots$	$T_{AB} = \dots -\frac{2}{3}qb \dots$	$M_{AB} = \dots \frac{2}{3}qb^2 - \frac{2}{3}qb z_1 \dots$	
$N_{BC} = \dots // \dots$	$T_{BC} = \dots -\frac{2}{3}qb \dots$	$M_{BC} = \dots -\frac{2}{3}qb z_2 \dots$	
c.c in <i>A</i> = $v_1(z_1=0) = 0$ ; $v_1'(z_1=0) = 0$ ; c.c in <i>B</i> = $v_1(z_1=b) = v_2(z_2=0)$ ;			
c.c in <i>C</i> = $v_2(z_2=3b) = 0$ ;			
$v_1(z_1) = \dots -\frac{qb^2}{3ES} z_1^2 + \frac{qb}{9ES} z_1^3 \dots$	$v_1'(z_1) = \dots -\frac{2qb^2}{5ES} z_1 + \frac{qb}{3ES} z_1^2 \dots$		
$v_2(z_2) = \dots -\frac{2qb^4}{9ES} - \frac{25qb^3}{27ES} z_2 + \frac{qb}{9ES} z_2^3 \dots$	$v_2'(z_2) = \dots -\frac{25qb^3}{27ES} + \frac{qb}{3ES} z_2^2 \dots$		
$v_B = \dots -\frac{2qb^4}{9ES} (\uparrow) \dots$	$\varphi_C = \dots +\frac{56qb^3}{27ES} (\uparrow) \dots$		

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2019-2020

Prova scritta in aula del 12.01.2021

Parte II - Testo 2

CdS Edilizia

CdS AdC

CdS SdA

Nota: Per chi dispone di una propria stampante, i risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; per chi non dispone di stampante occorrerà predisporre un primo foglio nel quale riportare i dati riportati nei riquadri insieme ai risultati; il primo foglio dovrà contenere anche le seguenti informazioni: la prova (I prova intermedia o II prova intermedia), la data dell'appello, il nome e cognome, la matricola, la mail, il corso di studi; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati a seguire. Al termine della prova ed entro il limite di tempo indicato dalla commissione si dovrà caricare il compito svolto sulla piattaforma TEAMS in forma di unico file PDF le immagini fotografiche del primo foglio e a seguire dello svolgimento. Il file va nominato: *cognome\_matricola\_data dell'appello*.

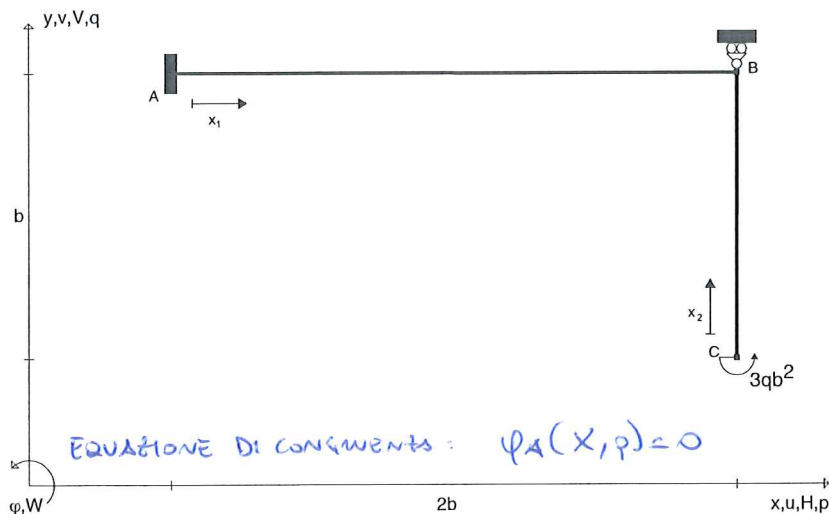
Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

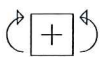
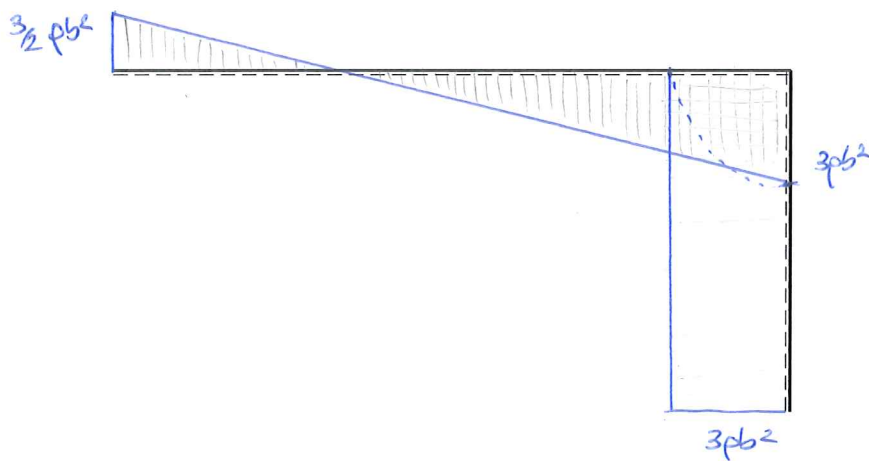
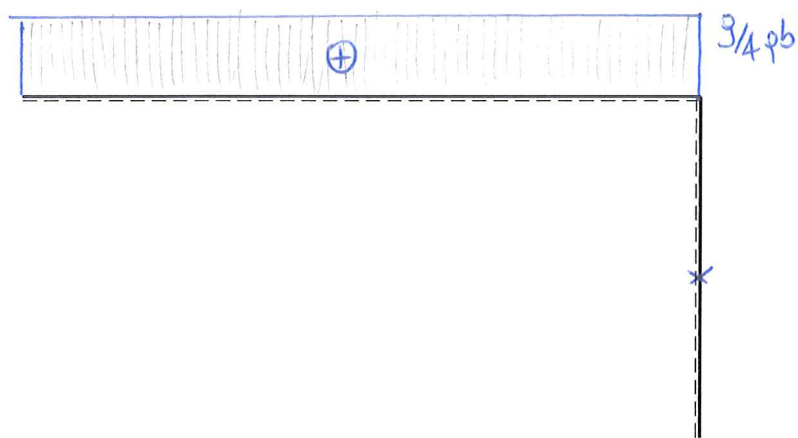
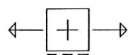
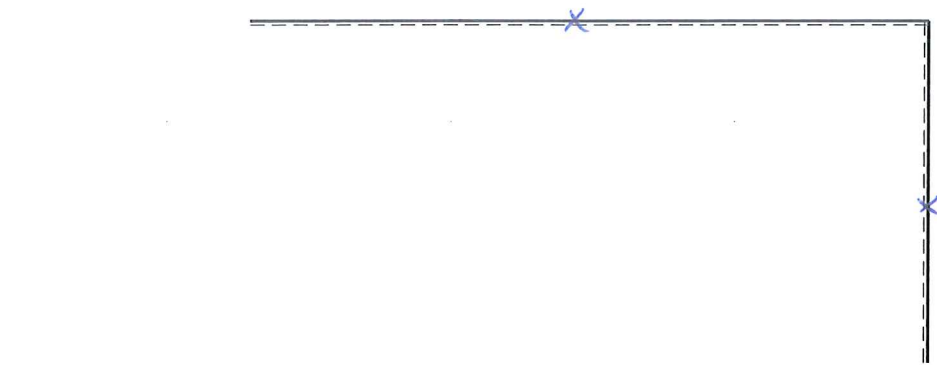
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo come incognita iperstatica il momento di incastro in A  $M_A$ . Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciare nello spazio predisposto i corrispondenti grafici.

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.





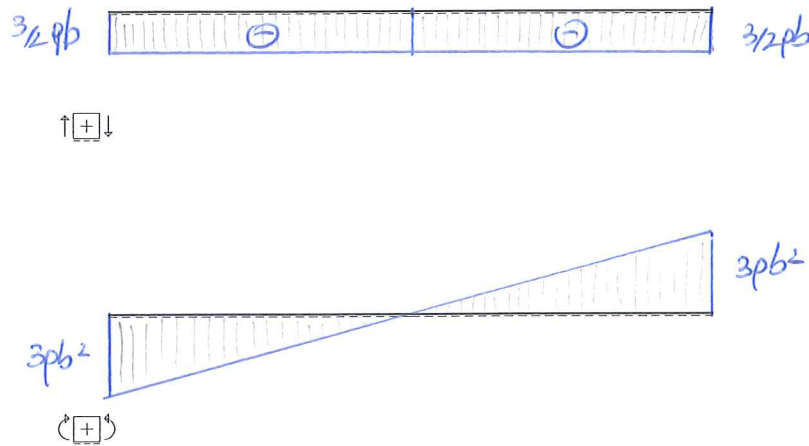
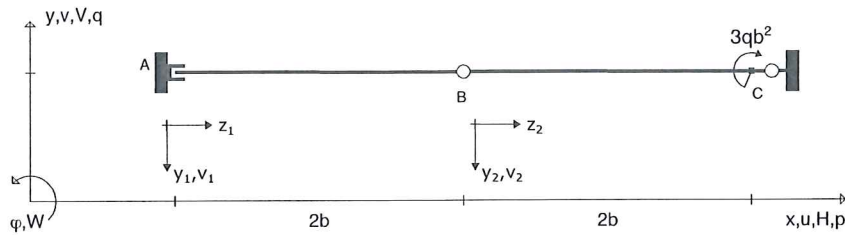
$H_A (\Rightarrow) = \dots 0 \dots$	$V_A (\hat{v}) = \dots \frac{3}{4} qb \dots$	$M_A (\hat{\phi}) = \dots \frac{3}{2} qb^2 \dots$	$V_B (\hat{v}) = \dots -\frac{3}{4} qb \dots$
$N_{AB} = \dots \doteq \dots$	$T_{AB} = \dots \frac{3}{4} qb \dots$	$M_{AB} = \dots -\frac{3}{2} qb^2 + \frac{3}{4} qb \cdot a \dots$	
$N_{CB} = \dots \doteq \dots$	$T_{CB} = \dots \doteq \dots$	$M_{CB} = \dots 3qb^2 \dots$	

**Esercizio n. 2 (16 punti)**

Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti *A*, *B* e *C*.

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse,  $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$ ;
2. La sua derivata prima,  $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$ ;
3. Lo spostamento verticale del punto *B*,  $v_B$ ;
4. La rotazione del punto *C*,  $\varphi_C$ .



$V_A (\uparrow) = -\frac{3}{2}qb$		$M_A (\curvearrowright) = -3qb^2$		$H_C (\rightarrow) = 0$		$V_C (\uparrow) = \frac{3}{2}qb$	
$N_{AB} = \frac{3}{2}qb$		$T_{AB} = -\frac{3}{2}qb$		$M_{AB} = 3qb^2 - \frac{3}{2}qb z_1$			
$N_{BC} = \frac{3}{2}qb$		$T_{BC} = -\frac{3}{2}qb$		$M_{BC} = -\frac{3}{2}qb z_2$			
c.c in A = $v_1(z_1=0)=0$ ; $v_1'(z_1=0)=0$				c.c in B = $v_1(z_1=2b)=v_2(z_2=0)$			
c.c in C = $v_2(z_2=2b)=0$							
$v_1(z_1) = -\frac{3qb^2}{2EI} z_1^2 + \frac{qb}{4EI} z_1^3$		$v_1'(z_1) = -\frac{3qb^2}{EI} z_1 + \frac{3qb}{4EI} z_1^2$					
$v_2(z_2) = -\frac{4qb^4}{EI} + \frac{qb^3}{EI} z_2 + \frac{qb}{4EI} z_2^3$		$v_2'(z_2) = \frac{2qb^3}{EI} + \frac{3qb}{4EI} z_2^2$					
$v_B = -\frac{4qb^4}{EI}$ ( $\uparrow$ )		$\varphi_C = \frac{4qb^3}{EI}$ ( $\curvearrowright$ )					

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2019-2020

Prova scritta in aula del 12.01.2021

Parte II - Testo 3

CdS Edilizia

CdS AdC

CdS SdA

*Nota: Per chi dispone di una propria stampante, i risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; per chi non dispone di stampante occorrerà predisporre un primo foglio nel quale riportare i dati riportati nei riquadri insieme ai risultati; il primo foglio dovrà contenere anche le seguenti informazioni: la prova (I prova intermedia o II prova intermedia), la data dell'appello, il nome e cognome, la matricola, la mail, il corso di studi; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati a seguire. Al termine della prova ed entro il limite di tempo indicato dalla commissione si dovrà caricare il compito svolto sulla piattaforma TEAMS in forma di unico file PDF le immagini fotografiche del primo foglio e a seguire dello svolgimento. Il file va nominato: cognome\_matricola\_data dell'appello.*

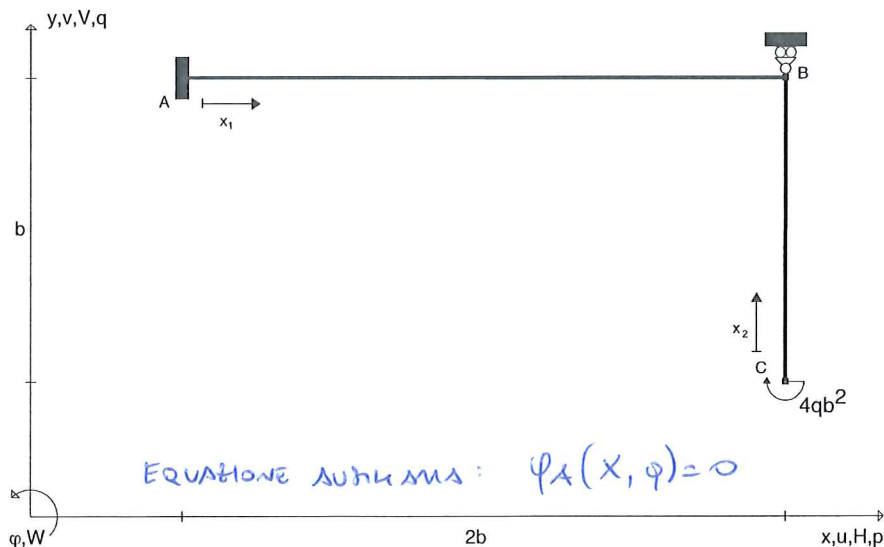
*Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

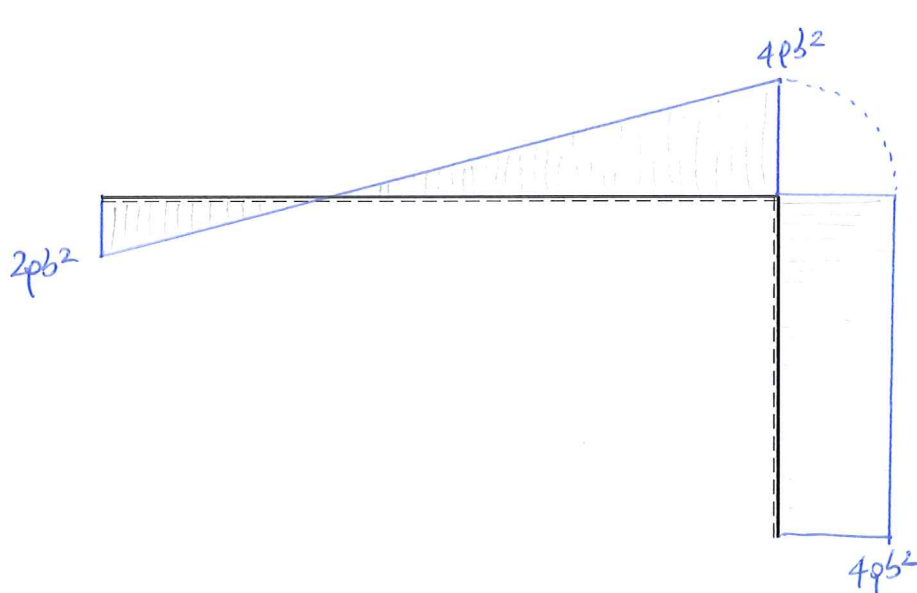
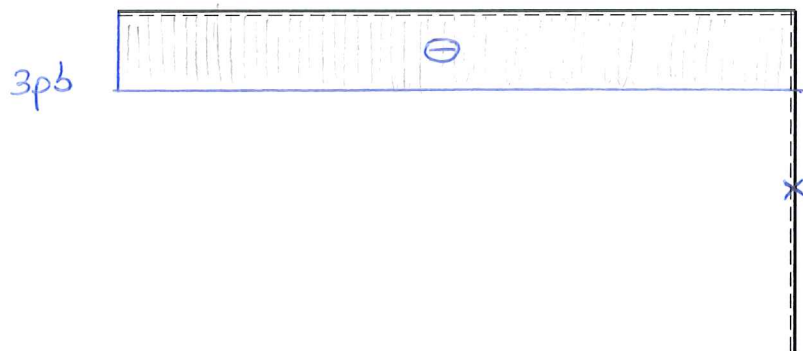
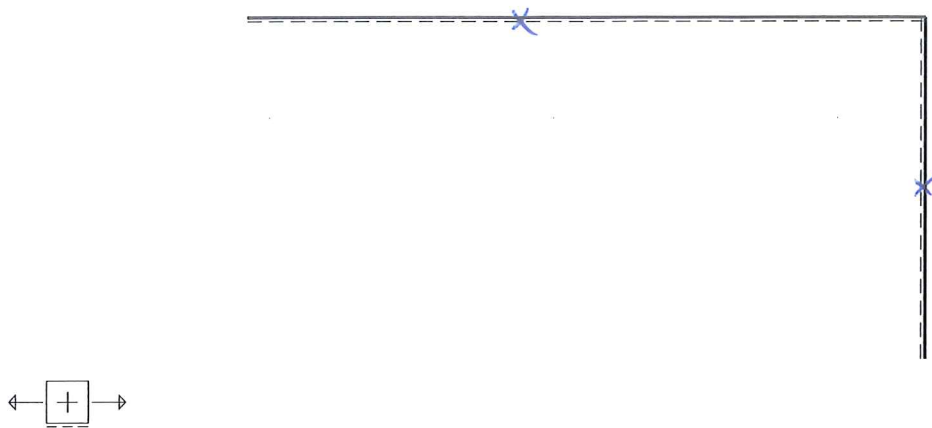
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

**Esercizio n. 1 (17 punti)**

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo come incognita iperstatica il momento di incastro in  $A$   $M_A$ . Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciare nello spazio predisposto i corrispondenti grafici.

*Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.*





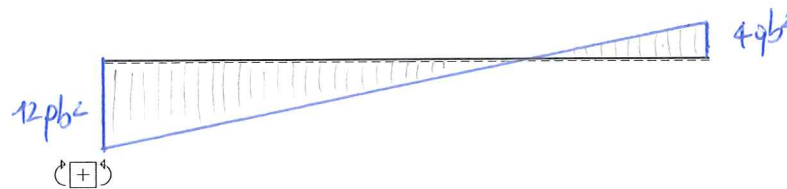
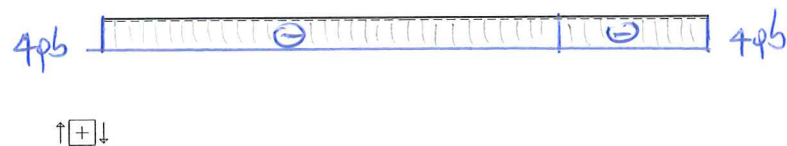
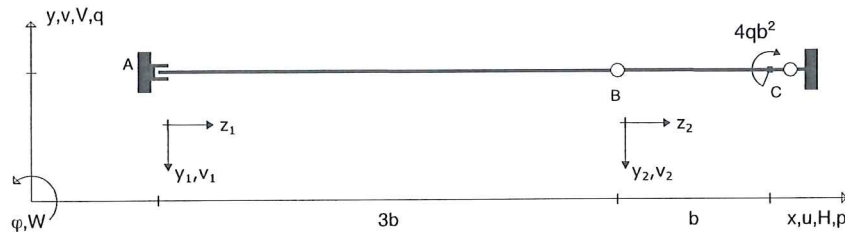
$H_A (\Rightarrow) = 0$	$V_A (\hat{\uparrow}) = -3pb$	$M_A (\hat{\curvearrowright}) = -2pb^2$	$V_B (\hat{\uparrow}) = pb$
$N_{AB} = 0$	$T_{AB} = -3pb$	$M_{AB} = 2pb^2 - 3pb \times b$	
$N_{CB} = 0$	$T_{CB} = 0$	$M_{CB} = -4pb^2$	

**Esercizio n. 2 (16 punti)**

Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti *A*, *B* e *C*.

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse,  $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$ ;
2. La sua derivata prima,  $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$ ;
3. Lo spostamento verticale del punto *B*,  $v_B$ ;
4. La rotazione del punto *C*,  $\varphi_C$ .



$V_A (\uparrow) = -4qb$		$M_A (\curvearrowright) = -12pb^2$		$H_C (\rightarrow) = 0$		$V_C (\uparrow) = 4qb$	
$N_{AB} = //$		$T_{AB} = -4qb$		$M_{AB} = 12pb^2 - 4qbz_1$			
$N_{BC} = //$		$T_{BC} = -4qb$		$M_{BC} = -4qbz_2$			
c.c in A = $v_1'(z_1=0) = 0; v_1(z_1=0) = 0$				c.c in B = $v_1(z_1=3b) = v_2(z_2=0)$			
				c.c in C = $v_2(z_2=b) = 0$			
$v_1(z_1) = -\frac{6qb^2}{EA} z_1^2 + \frac{2qb}{EA} z_1^3$		$v_1'(z_1) = -\frac{12pb^2}{EA} z_1 + \frac{2qb}{EA} z_1^2$					
$v_2(z_2) = -\frac{36qb^3}{EA} + \frac{106qb^3}{3EA} z_2 + \frac{2qb}{3EA} z_2^3$		$v_2'(z_2) = \frac{106qb^3}{3EA} + \frac{2qb}{EA} z_2^2$					
$v_B = -\frac{36qb^4}{EA} (\uparrow)$		$\varphi_C = +\frac{112qb^3}{3EA} (\curvearrowright)$					