Università degli Studi di Cagliari

DICAAR - Facoltà di Ingegneria-Architettura

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2018-2019

Prova scritta in aula del 08.01.2020

Parte II - Testo 1

CdS **Edilizia** ☐ CdS **AdC** ☐ CdS **SdA** ☐

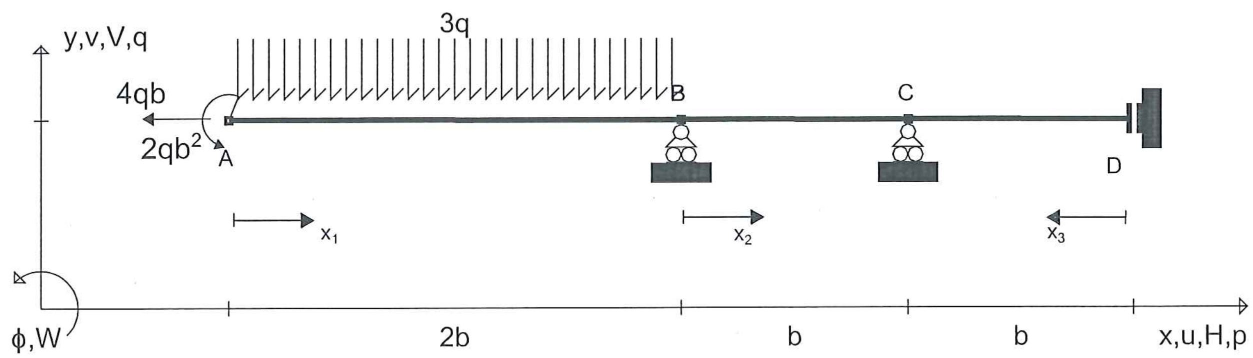
Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.................................e-mail:...................... Matricola:.......

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità C, M_C.
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.
Calcolare infine, riapplicando il PLV, lo spostamento verticale del punto A, v_A.
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari SdC_SdA 08.01.20*001

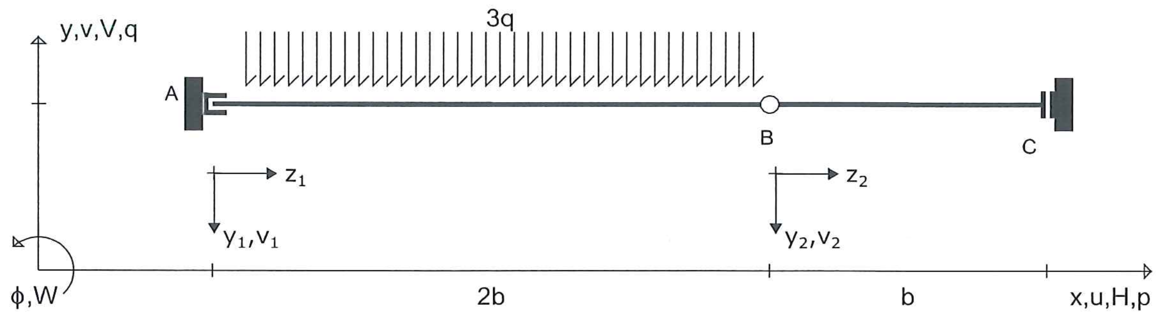


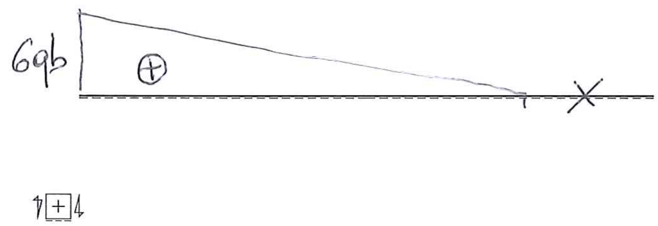
Esercizio n. 2 (7 punti)

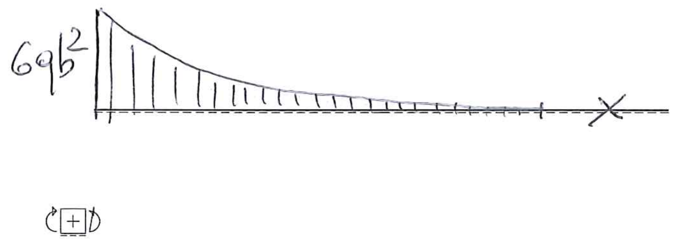
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A, B e C.
Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. Lo spostamento verticale del punto B, v_B;
4. La spostamento verticale del punto C, v_C

Universita' di Cagliari — SdC_SdA 08.01.20*001







V_A (⇧) = $6qb$; M_A = $6qb^2$; H_C (⇨) = 0; M_C = 0;

$N_{AB} = 0$; $T_{AB} = 6qb - 3qz_1$; $M_{AB} = -6qb^2 + 6qbz_1 - \frac{3}{2}qz_1^2$;

$N_{BC} = 0$; $T_{BC} = 0$; $M_{BC} = 0$;

c.c in A = $v_1(z_1=0) = 0$; $v_1'(z_1=0) = 0$; c.c in B = $v_1(z_1=2b) = v_2(z_2=0)$;

c.c in C = $v_2'(z_2=b) = 0$;

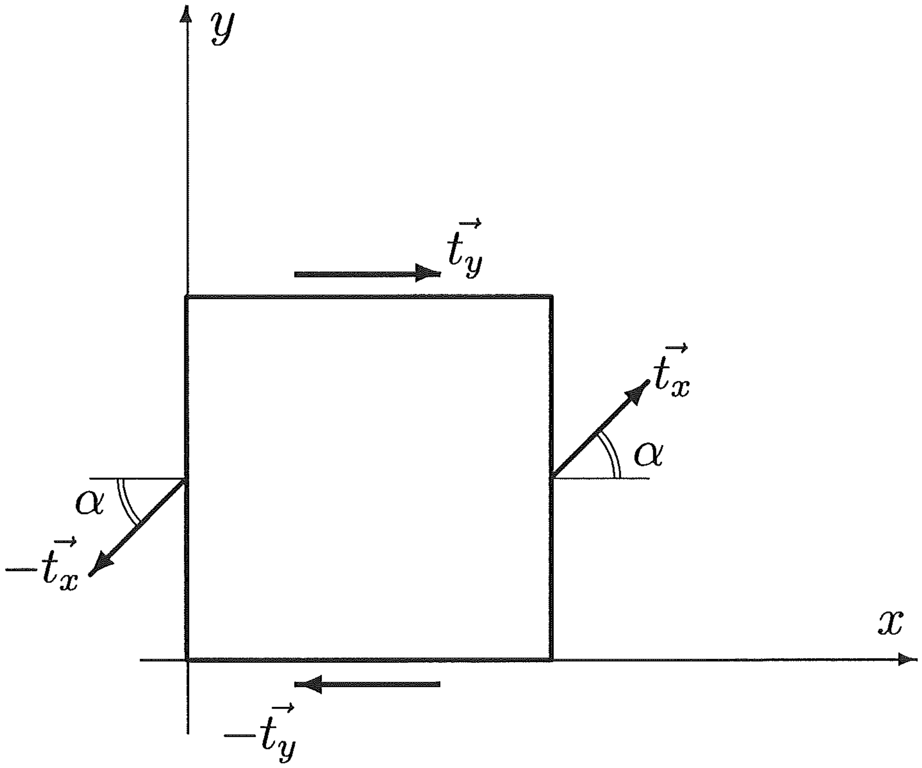
$v_1(z_1) = \frac{3qb^2z_1^2}{EJ} - \frac{qbz_1^3}{EJ} + \frac{qz_1^4}{8EJ}$; $v_1'(z_1) = 6\frac{qb^2z_1}{EJ} - 3\frac{qbz_1^2}{EJ} + \frac{qz_1^3}{2EJ}$;

$v_2(z_2) = \frac{6qb^4}{EJ}$; $v_2'(z_2) = 0$;

$v_B = 6\frac{qb^4}{EJ}$ (↓); $v_C = 6\frac{qb^4}{EJ}$ (↓);

Esercizio n. 3 (9 punti)

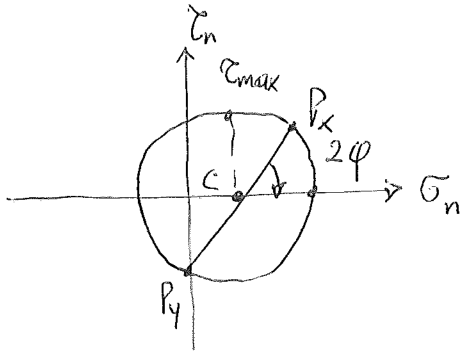
Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) $\boldsymbol{t}_x$ e $\boldsymbol{t}_y$ rispettivamente; di questi $\boldsymbol{t}_x$ è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = -45°$ (sicché $\cos\alpha = \sqrt{2}/2$; $\sin\alpha = -\sqrt{2}/2$) e ha modulo di valore $|\boldsymbol{t}_x| = 120$ MPa. L'altro vettore sforzo, $\boldsymbol{t}_y$, è invece *orizzontale*, come indicato in Figura.
Si chiede di determinare le componenti σ_x, σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2, e la massima tensione tangenziale, τ_{max}.
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1.



σ_x = $60\sqrt{2}$ = 84.85281 (MPa); σ_y = 0 (MPa); τ_{xy} = $-60\sqrt{2}$ = -84.85821 (MPa);

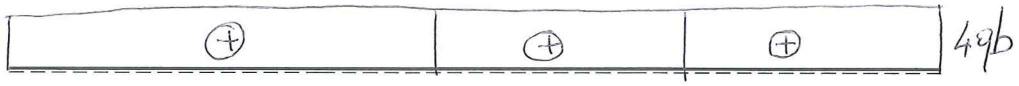
σ_1 = 137.2947 (MPa); σ_2 = -52.4419 (MPa); τ_{max} = 94.8683 (MPa);

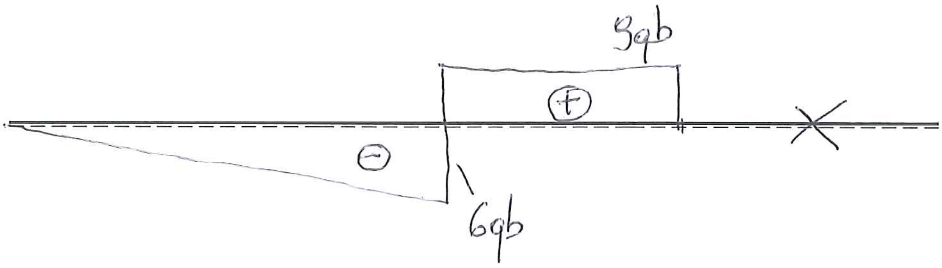
cerchio di Mohr:

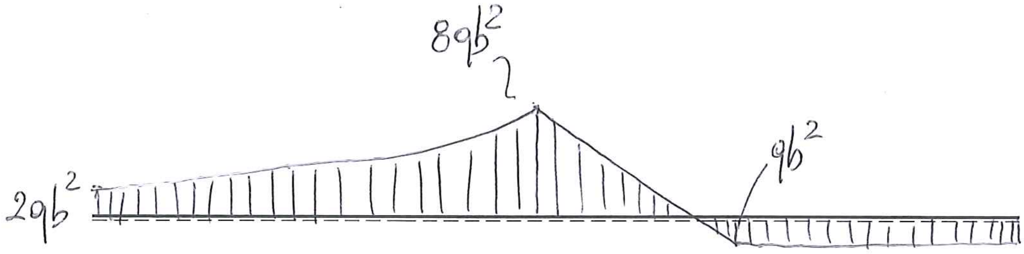


$P_x = (60\sqrt{2},\ 60\sqrt{2})$
$P_y = (0,\ -60\sqrt{2})$

φ = -31.7175 (°);







V_B (⇧) = 15qb; V_C (⇧) = −9qb; H_D(⇨) = 4qb; M_D(↻) = qb^2; M_C (↺□↻) = qb^2;

N_{AB} = 4qb ; T_{AB} = $-3qx_1$; M_{AB} = $-2qb^2 - \frac{3}{2}qx_1^2$;

N_{BC} = 4qb ; T_{BC} = 9qb ; M_{BC} = $-8qb^2 + 9qbx_2$;

N_{DC} = 4qb ; T_{DC} = 0 ; M_{DC} = qb^2 ;

v_A = $-15\,\frac{qb^4}{EI}$ (↓)