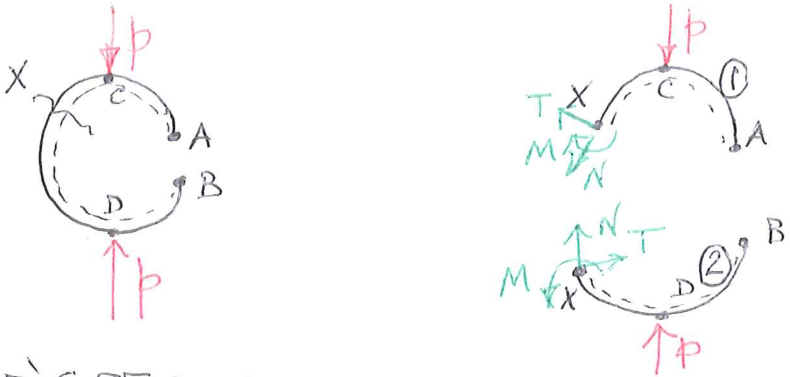
STRUTTURE AD ANELLO CHIUSO: CALCOLO DELLE AZIONI INTERNE.

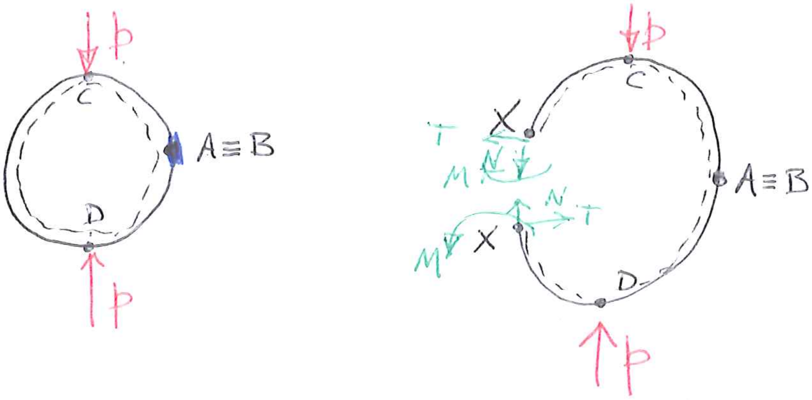
SI È VISTO CHE PER UNA TRAVE "APERTA", DI FORMA QUALSIASI, E CON ESTREMITÀ Ⓐ E Ⓑ, IN CONDIZIONI DI EQUILIBRIO È SEMPRE POSSIBILE CALCOLARE LE AZIONI INTERNE IN UN GENERICO PUNTO X:



PER FARLO È SUFFICIENTE SEZIONARE LA TRAVE NEL PUNTO X, ED EVIDENZIARE LE COMPONENTI DI AZIONE INTERNA CHE LE 2 PARTI, IN CUI LA TRAVE RISULTA DIVISA, SI SCAMBIANO MUTUAMENTE.

UN TAGLIO DIVIDE INFATTI L'UNICO CORPO IN 2 PARTI DISTINTE, E SCRIVENDO PER UNA DI QUESTE LE EQUAZIONI CARDINALI (OPPORTUNAMENTE PROIETTATE, LE PRIME DUE, SECONDO LE DIREZIONI DELLA TANGENTE E DELLA NORMALE ALLA LINEA D'ASSE IN X, E SCEGLIENDO, PER LA TERZA, COME POLO IL PUNTO X), SI POSSONO AGEVOLMENTE CALCOLARE, NEL PUNTO X DOVE SI È "ROTTA" LA TRAVE, I VALORI DI N, T, M.

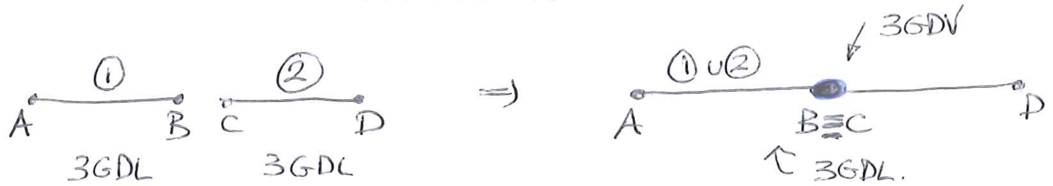
LA SITUAZIONE È DIVERSA SE LE ESTREMITÀ DELLA TRAVE VENGONO SALDATE FRA LORO, IN MODO TALE CHE Ⓑ ≡ Ⓐ:



INFATTI LA TRAVE, DA "APERTA" CHE ERA È DIVENTATA UN ANELLO CHIUSO: PER QUESTO, SE SI EFFETTUA UNA SEZIONE IN UN PUNTO X SI TROVA CHE NON VIENE PIÙ SUDDIVISO IN PARTI DISTINTE, MA RESTA UN UNICO CORPO RIGIDO PER QUESTO LE EQUAZIONI CARDINALI NON BASTANO A DETERMINARE LE AZIONI INTERNE, IN QUANTO I CONTRIBUTI DI N, T, M NEL PUNTO X COMPAIONO 2 VOLTE IN OGNI EQUAZIONE CON SEGNI OPPOSTI E PERTANTO SI ELIDONO: LE 3 COMPONENTI DI AZIONE INTERNA RESTANO INDETERMINATE. CIÒ È DOVUTO AL FATTO CHE LA STRUTTURA È 3 VOLTE IPERSTATICA "INTERNAMENTE",

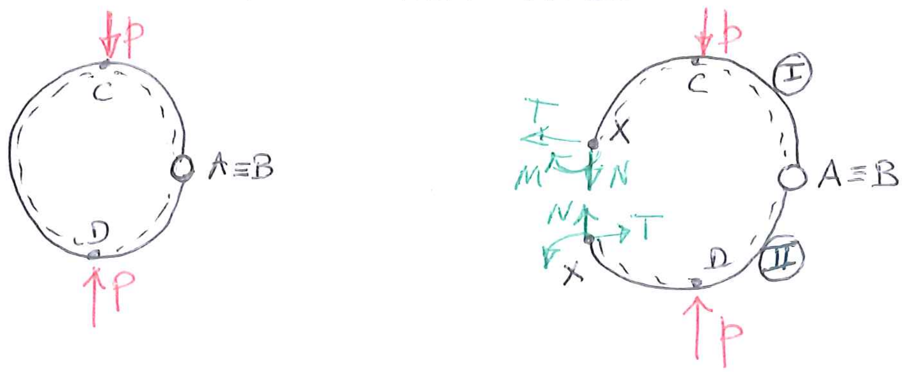
CIOÈ PER EFFETTO DEI VINCOLI INTERNI.

NEL CASO PRESENTE LA SALDATURA (INCASTRO INTERNO) AGGIUNGE 3 GDV ALLA TRAVE, MA QUESTI GDV NON AGISCONO NEI CONFRONTI DI GRADI DI LIBERTA' "ESTERNI", COME AVVIENE QUANDO, SALDANDO FRA LORO 2 TRAVI, SI PASSA DA 6 GDL COMPLESSIVI A 3 GDL COMPLESSIVI:



QUI L'ANELLO CONSERVA I GDL "ESTERNI", CIOÈ PUÒ SUBIRE SPOSTAMENTI/ROTAZIONI u, v, φ: I GDV PRODOTTI DALLA SALDATURA DANNO LUOGO AD ALTRETTANTI GRADI DI IPERSTATICITA' INTERNA.

NATURALMENTE SE LE ESTREMITA' A E B DELLA TRAVE INIZIALE VENISSERO "CHIUSE" MEDIANTE UN VINCOLO INTERNO DOPPIO (PER ESEMPIO UNA CERNIERA) LA SITUAZIONE CHE SI CREA SAREBBE LA SEGUENTE:

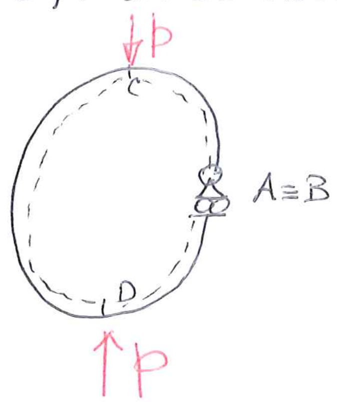


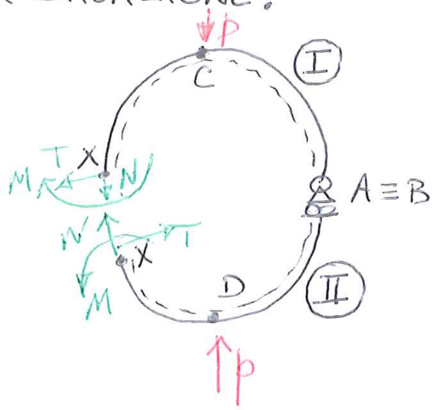
IN QUESTO CASO LA ROTTURA OPERATA IN X NON SUDDIVIDE LA STRUTTURA IN DUE PARTI, MA EVIDENZIA UNA ARTICOLAZIONE INTERNA SEMPLICE E QUESTA PERMETTE SCRIVENDO <u>UNA</u> EQUAZIONE AUSILIARIA INDIPENDENTE (IN QUANTO COINVOLGE UNA SOLA PARTE, I O II, DELLA STRUTTURA) DI POTERE DETERMINARE <u>UNA</u> DELLE COMPONENTI DELL'AZIONE INTERNA IN FUNZIONE DELLE ALTRE DUE, CHE RESTANO INDETERMINATE: $M_{z(A)}^{I} = 0 \Rightarrow N = N(T, M, P)$

PERTANTO CI SI TROVA DI FRONTE A UNA STRUTTURA 2 VOLTE IPERSTATICA INTERNAMENTE, IN QUANTO IL VINCOLO A CERNIERA INTRODUCE 2 GDV INTERNI.

RISPETTO AL CASO PRECEDENTE DELLA SALDATURA, SI PUÒ PENSARE CHE LA CERNIERA "RILASCI" UN GRADO DI VINCOLO INTERNO RIDUCENDO DI UNA UNITA' IL NUMERO DI IPERSTATICHE INTERNE: IN QUESTO SENSO SI PUÒ VEDERE CHE L'INTRODUZIONE DI UNA CERNIERA INTERNA AL POSTO DI UN INCASTRO INTERNO (SALDATURA) RAPPRESENTA UNO "SVINCOLO" PER LA STRUTTURA AD ANELLO E RIDUCE DI UNA VOLTA IL GRADO DI IPERSTATICITA' INTERNO (DA 3 A 2).

SI POTREBBE ANCORA PENSARE DI "CHIUDERE" LE ESTREMITÀ DELLA TRAVE INIZIALMENTE APERTA CON UN VINCOLO INTERNO SEMPLICE (PER ESEMPIO UN CARRELLO), DANDO LUOGO A QUESTA SITUAZIONE:





QUESTA VOLTA LA ROTTURA OPERATA IN X NON SUDDIVIDE LA STRUTTURA IN DUE PARTI DISTINTE (COME ACCADEVA ANCHE NEL CASO DEL VINCOLO DOPPIO), MA EVIDENZIA UNA ARTICOLAZIONE INTERNA DOPPIA E QUESTA PERMETTE, SCRIVENDO DUE EQUAZIONI AUSILIARIE INDIPENDENTI (CHE COINVOLGONO SOLO UNA PARTE I o II DELLA STRUTTURA) DI POTERE DETERMINARE DUE DELLE COMPONENTI DELL'AZIONE INTERNA IN FUNZIONE DELLA TERZA, CHE RESTA INDETERMINATA:

$$M_{z(A)}^{\mathrm{I}} = 0 \quad \& \quad R_x^{\mathrm{I}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} N = N(M,p) \\ T = T(M,p) \end{cases}$$

CI SI TROVA QUINDI DI FRONTE A UNA STRUTTURA 1 VOLTA IPERSTATICA INTERNAMENTE, IN QUANTO IL VINCOLO CARRELLO INTRODUCE 1 GDV INTERNO.

RISPETTO AL CASO DELLA SALDATURA, SI PUÒ PENSARE CHE IL CARRELLO "RILASCI" DUE GRADI DI VINCOLO INTERNI RIDUCENDO DI 2 VOLTE IL NUMERO DI IPERSTATICHE INTERNE: IN QUESTO SENSO L'INTRODUZIONE DI UN CARRELLO INTERNO AL POSTO DI UNA SALDATURA RAPPRESENTA UN "DOPPIO SVINCOLO" PER LA STRUTTURA AD ANELLO E RIDUCE DI 2 VOLTE IL GRADO DI IPERSTATICITÀ INTERNO (DA 3 A 1).

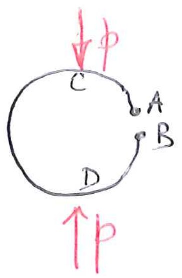
È OVVIO A QUESTO PUNTO CHE SE SI SOSTITUISCE LA SALDATURA CON UN "TAGLIO COMPLETO", CI SI RIDUCE ALLA STRUTTURA DI PARTENZA CHE NON HA ALCUN GRADO DI IPERSTATICITÀ INTERNA, MA RISULTA INTERNAMENTE ISOSTATICA, SICCHÉ NON CI SONO INDETERMINATEZZE NELLA VALUTAZIONE DELLE AZIONI INTERNE. SI OSSERVI CHE "IPERSTATICITÀ INTERNA DI GRADO 0" o "ZERO VOLTE IPERSTATICA INTERNAMENTE" CORRISPONDONO A MODI ALTERNATIVI DI DEFINIRE UNA STRUTTURA INTERNAMENTE ISOSTATICA, PER LA QUALE IL PROBLEMA DI CALCOLARE LE AZIONI INTERNE È UNIVOCAMENTE DETERMINATO.

PARTENDO ORA DA UNA STRUTTURA FORMATA DA UN UNICO ANELLO CHIUSO SENZA "SVINCOLI", COME QUELLA OTTENUTA SALDANDO LE ESTREMITÀ A E B FRA LORO, SI VEDE CHE PER RIDURRE A ZERO IL GRADO DI IPERSTATICITÀ INTERNA SI POSSONO SEGUIRE DIVERSE

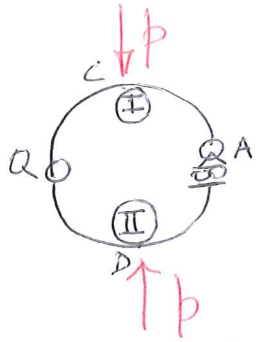
STRADE: – INTRODURRE UN "TAGLIO COMPLETO" CIOÈ UN "TRIPLO SVINCOLO"
– INTRODURRE UNO "SVINCOLO SEMPLICE" (P.ES: CERNIERA INTERNA) E UNO "SVINCOLO DOPPIO" (P.ES: CARRELLO INTERNO)
– INTRODURRE TRE "SVINCOLI SEMPLICI" (P.ES: 3 CERNIERE INTERNE)

NEGLI ULTIMI DUE CASI, SE I VINCOLI INTERNI SONO BEN DISPOSTI, SI OTTIENE UNA STRUTTURA INTERNAMENTE <u>ISOSTATICA</u> CHE HA GLI STESSI GDL "ESTERNI" DI UN UNICO CORPO RIGIDO, ESATTAMENTE COME NEL PRIMO CASO

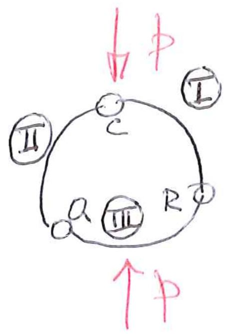
ESEMPI:



GDL = 3
GDV = 0
GDL "RESIDUI" = 3



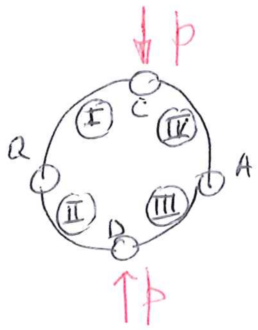
GDL = 3+3 = 6
GDV = 2(Q)+1(A) = 3
GDL "RESIDUI" = 3



GDL = 3+3+3 = 9
GDV = 2(C)+2(Q)+2(R) = 6
GDL "RESIDUI" = 3

LE STRUTTURE AD ANELLO CHIUSO COME LE ULTIME 2 INDICATE SONO DETTE STRUTTURE AD ANELLO CHIUSO [INTERNAMENTE] ISOSTATICO.

SI PUÒ TUTTAVIA, PARTENDO DALL'ANELLO CHIUSO SALDATO, AUMENTARE IL NUMERO DI "SVINCOLI", PORTANDO P.ES. A 4 IL NUMERO DI VINCOLI INTERNI RILASCIATI:



GDL = 3+3+3+3 = 12
GDV = 2(A)+2(C)+2(Q)+2(D) = 8
GDL "RESIDUI" = 4

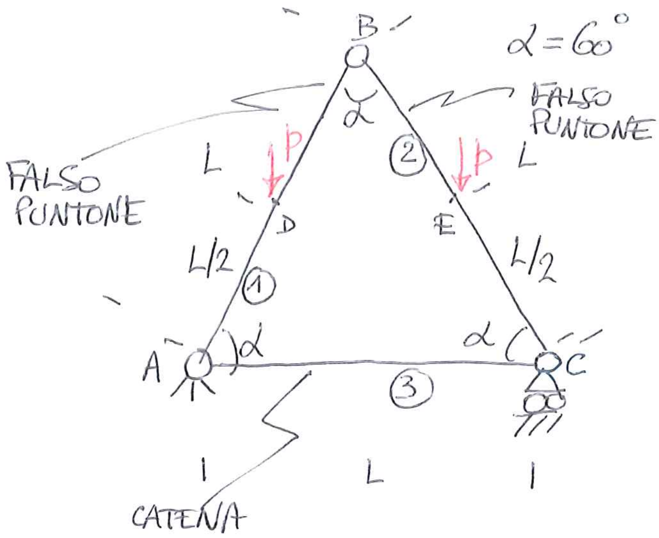
IN QUESTO CASO L'ANELLO CHIUSO NON È PIÙ ASSIMILABILE A UN UNICO CORPO RIGIDO, MA COSTITUISCE UN SISTEMA ARTICOLATO IPOSTATICO (LABILE): PER STARE IN EQUILIBRIO NECESSITA DI VINCOLI ESTERNI CHE NE BLOCCHINO LE POSSIBILITÀ DI SPOSTAMENTO RELATIVO.
SI PARLA DI STRUTTURE AD ANELLO CHIUSO [INTERNAMENTE IPOSTATICO]

1) RISOLUZIONE DI STRUTTURE AD ANELLO DI TIPO ISOSTATICO.

PER STRUTTURE DI QUESTO TIPO, IL CALCOLO DELLE REAZIONI VINCOLARI A TERRA PROCEDE COME NEL CASO DI TRAVI ISOSTATICHE MONOCORPO, UTILIZZANDO LE SOLE EQUAZIONI CARDINALI.

PER IL CALCOLO DELLE AZIONI INTERNE OCCORRE PERÒ "ROMPERE L'ANELLO" DETERMINANDO MEDIANTE EQUAZIONI AUSILIARIE LE FORZE DI CONNESSIONE.

COME STRUTTURA RAPPRESENTATIVA DELLA CATEGORIA SI PUÒ CONSIDERARE LA CAPRIATA:



$$G.D.L. = 3(①) + 3(②) + 3(③) = 9$$
$$GDV = 4(A) + 2(B) + 3(C) = 9$$

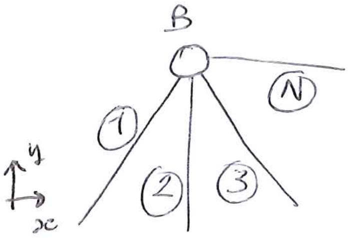
GDL = GDV E LA STRUTTURA È ISOSTATICA

DAL PUNTO DI VISTA DELL'ANELLO CHIUSO, SONO PRESENTI 3 "SVINCOLI SEMPLICI" (SOTTO FORMA DI 3 CERNIERE), PER CUI L'ANELLO CHIUSO È INTERNAMENTE ISOSTATICO.

PER IL CORRETTO CONTEGGIO DEI VINCOLI, A COMPLETAMENTO DI QUANTO GIÀ VISTO, SI PRESENTANO QUESTI CASI:

CERNIERA INTERNA (LIBERA) IN CUI CONVERGONO N TRAVI:

$$2(N-1) = 2N-2 \quad GDV.$$



EQUAZIONI DI VINCOLO:

$$u_B^{①} = u_B^{②} = u_B^{③} = \dots u_B^{Ⓝ}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} u_B^{①} - u_B^{②} = 0 \\ u_B^{①} - u_B^{③} = 0 \\ \vdots \\ u_B^{①} - u_B^{Ⓝ} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow N-1$$

$$v_B^{①} = v_B^{②} = v_B^{③} = \dots v_B^{Ⓝ}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v_B^{①} - v_B^{②} = 0 \\ v_B^{①} - v_B^{③} = 0 \\ \vdots \\ v_B^{①} - v_B^{Ⓝ} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow N-1$$

$$2(N-1) \text{ EQ.}$$

SI CONTEGGIANO LE EQUAZIONI DI VINCOLO INDIPENDENTI: CHIARAMENTE SE

$$u_B^{①} - u_B^{②} = 0$$
$$u_B^{①} - u_B^{③} = 0$$

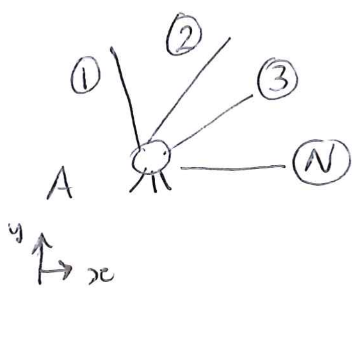
SI OTTIENE, SOTTRAENDO MEMBRO A MEMBRO

$$\cancel{u_B^{①}} - u_B^{②} - \cancel{u_B^{①}} + u_B^{③} = 0 \Rightarrow u_B^{②} - u_B^{③} = 0,$$

MA QUESTA NON È EQUAZIONE INDIPENDENTE

CERNIERA VINCOLATA A TERRA IN CUI CONVERGONO N TRAVI:

$$2N \quad G.D.V.$$



EQUAZIONI DI VINCOLO

$$u_A^{①} = u_A^{②} = u_A^{③} = \dots u_A^{Ⓝ} = 0$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} u_A^{①} = 0 \\ u_A^{②} = 0 \\ \vdots \\ u_A^{Ⓝ} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow N$$

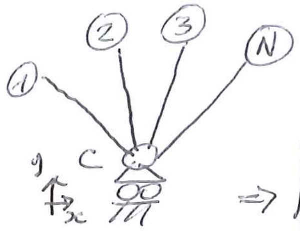
$$v_A^{①} = v_A^{②} = v_A^{③} = \dots v_A^{Ⓝ} = 0$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} v_A^{①} = 0 \\ v_A^{②} = 0 \\ v_A^{Ⓝ} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow N$$

$$2N \text{ EQ.}$$

CERNIERA VINCOLATA A TERRA MEDIANTE CARRELLO IN CUI CONVERGONO N TRAVI:

2N − 1 GDV.



EQUAZIONI DI VINCOLO:

$$u_C^{①} = u_C^{②} = u_C^{③} = \ldots = u_C^{Ⓝ}$$

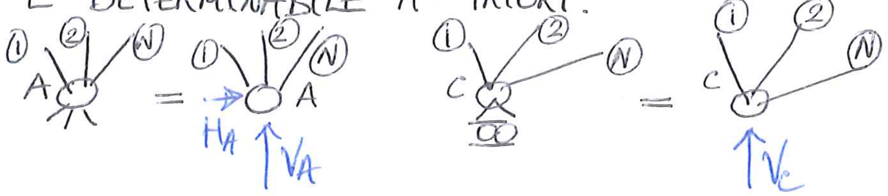
$$\Rightarrow \begin{cases} u_C^{①} - u_C^{②} = 0 \\ u_C^{①} - u_C^{③} = 0 \\ \vdots \\ u_C^{①} - u_C^{Ⓝ} = 0 \end{cases} \quad N-1 \text{ EQ.}$$

$$v_C^{①} = v_C^{②} = v_C^{③} = \ldots v_C^{Ⓝ} = 0$$

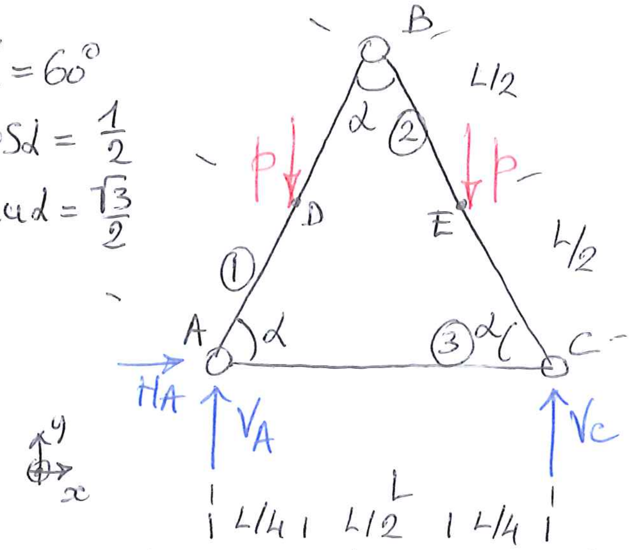
$$\Rightarrow \begin{cases} v_C^{①} = 0 \\ v_C^{②} = 0 \\ \vdots \\ v_C^{Ⓝ} = 0 \end{cases} \quad N \text{ EQ.}$$

2N − 1 EQ.

NOTA: NEGLI ULTIMI 2 CASI QUANDO SI ELIMINANO I VINCOLI A TERRA <u>NON</u> BISOGNA SOPPRIMERE LE CERNIERE INTERNE: IL MODO IN CUI LA/LE REAZIONI SI RIPARTISCONO FRA LE TRAVI NON È DETERMINABILE A PRIORI.



SI TROVA QUINDI:



$\alpha = 60°$

$\cos\alpha = \dfrac{1}{2}$

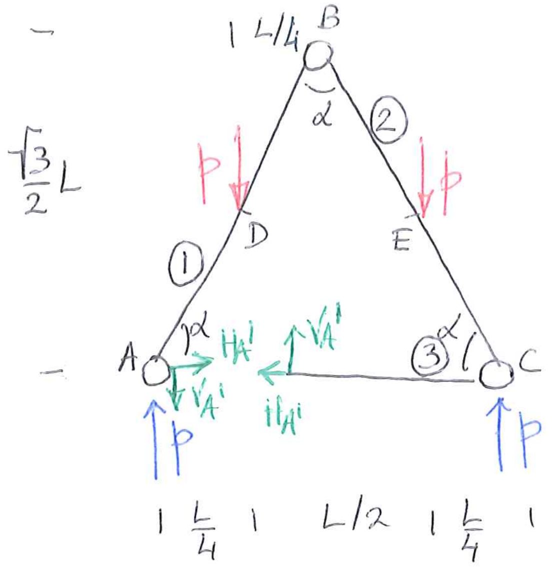
$\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$$\begin{cases} \rightarrow R_x = 0 & H_A = 0 \\ \uparrow R_y = 0 & V_A - p_{(D)} - p_{(E)} + V_C = 0 \\ \circlearrowleft M_{Z(A)} = 0 & -p_{(D)}\dfrac{L}{4} - p_{(E)}\dfrac{3L}{4} + V_C L = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} H_A = 0 \\ V_A + V_C = 2p \\ V_C \cancel{L} = p\cancel{L} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} H_A = 0 \\ V_A = p \\ V_C = p \end{cases}$$

SI OSSERVI CHE LA PRESENZA DELLA CATENA ELIMINA LA SPINTA ORIZZONTALE
PER CALCOLARE LE AZIONI INTERNE OCCORRE "ROMPERE" L'ANELLO PER DETERMINARE IN UN PUNTO LE FORZE DI CONNESSIONE (CIOÈ LE FORZE CHE LO MANTENGONO RIGIDO).
CONVIENE FARLO IN PROSSIMITÀ DI UNA DELLE CERNIERE (DOVE L'ANELLO È, IN CERTO SENSO, PIÙ DEBOLE), IN MODO DA NON DOVERE DETERMINARE TRE COMPONENTI DI REAZIONE (COME AVVIENE IN UN PUNTO DI CONTINUITÀ, MA SOLTANTO 2).
UNA VOLTA EVIDENZIATE LE FORZE DI CONNESSIONE IL SISTEMA DIVIENE ARTICOLATO E SI POSSONO SCRIVERE DUE EQUAZIONI AUSILIARIE, CHE CONSENTONO DI DETERMINARE LE 2 FORZE INCOGNITE.
FATTO QUESTO PASSO, LA STRUTTURA DIVIENE "APERTA" E OGNI ULTERIORE "TAGLIO" LO SEPARA IN 2 PARTI, IN MODO TALE CHE IL CALCOLO DELLE AZIONI INTERNE PROCEDE COME DI CONSUETO.

SEGUENDO LA VIA DELINEATA E BASANDOSI SUL DIAGRAMMA DI CORPO LIBERO IN EQUILIBRIO SI TROVA:



SI PROCEDE A "ROMPERE" L'ANELLO CHIUSO IN PROSSIMITA' DELLA CERNIERA A SULLA TRAVE (3) E SI EVIDENZIANO LE REAZIONI DEL VINCOLO INTERNO, H'_A E V'_A.

A QUESTO PUNTO SI E' IN PRESENZA DI UNA STRUTTURA ARTICOLATA: PER GARANTIRE L'EQUILIBRIO SI PUÒ IMPORRE CHE LE ARTICOLAZIONI RESIDUE (B), (C) NON VENGANO SFRUTTATE.
CIÒ DA LUOGO A 2 EQ. AUSILIARIE CHE ESPRIMONO CONDIZIONI DI EQUILIBRIO DI UNA PARTE DI STRUTTURA, CHE, RISOLTE PERMETTONO DI CALCOLARE H'_A, V'_A

QUESTE POSSONO ESSERE INTERPRETATE COME LE "FORZE DI CONNESSIONE" CHE TENGONO CHIUSO L'ANELLO.

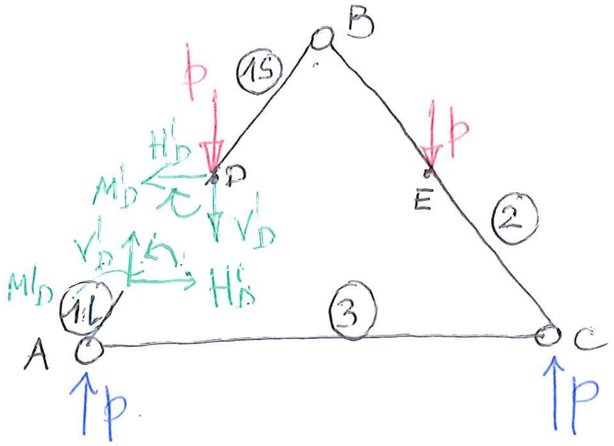
AL SOLITO, TRATTANDOSI DI EQUAZIONI AUSILIARIE RELATIVE ALLE ARTICOLAZIONI PRESENTI OCCORRE PROCEDERE COME GIA' VISTO: IN PARTICOLARE SI CONSIDERA ATTIVA UNA ARTICOLAZIONE PER VOLTA (QUANDO SI PRENDE IN ESAME LA PRIMA, LA SECONDA VIENE CONSIDERATA BLOCCATA) E PER ESSA SI PRENDE IN CONSIDERAZIONE UNA DELLE DUE PARTI, COMPLEMENTARI, IN CUI LA STRUTTURA RISULTA SEPARATA DALL'ARTICOLAZIONE STESSA.

SFRUTTANDO CONOSCENZE GIA' ASSIMILATE, NEL CASO IN ESAME SI TROVANO QUESTE ALTERNATIVE:

$$M^{(1)}_{z(B)} = 0 \quad [1] \qquad \text{OPPURE} \qquad M^{(2)\cup(3)}_{z(B)} = 0 \quad [1\,\text{bis}]$$

$$M^{(3)}_{z(C)} = 0 \quad [2] \qquad \text{OPPURE} \qquad M^{(1)\cup(2)}_{z(C)} = 0 \quad [2\,\text{bis}]$$

NOTA: LA TERZA ARTICOLAZIONE (A) NON E' PIÙ ATTIVA PERCHÉ LÌ SI È "ROTTA" LA STRUTTURA. SE INVECE LA ROTTURA VENISSE ESEGUITA IN UN PUNTO DI CONTINUITA' (PER ES. NEL PUNTO (D)) CI SI TROVEREBBE CON 3 COMPONENTI DI FORZA INTERNA DA DETERMINARE, E PER DETERMINARLE SI DOVREBBERO PRENDERE IN ESAME TUTTE E 3 LE ARTICOLAZIONI:



$$M^{(1i)}_{z(A)} = 0 \qquad \text{OPPURE} \qquad M^{(1s)\cup(2)\cup(3)}_{z(A)} = 0$$

$$M^{(1s)}_{z(B)} = 0 \qquad \text{OPPURE} \qquad M^{(1i)\cup(3)\cup(2)}_{z(B)} = 0$$

$$M^{(1i)\cup(3)}_{z(C)} = 0 \qquad \text{OPPURE} \qquad M^{(1s)\cup(2)}_{z(C)} = 0$$

□

PROCEDENDO COME INDICATO SI HA:

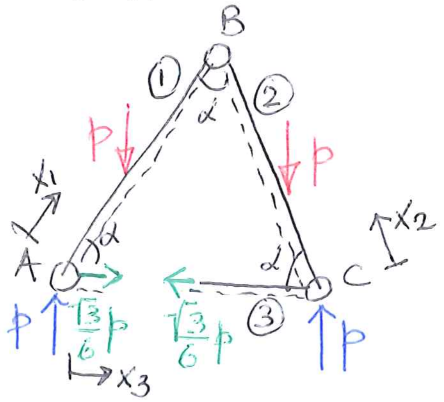
$$\Sigma M^{(1)}_{z(B)} = 0 \qquad -p_{(A)}\frac{L}{2} + V_A'\cdot\frac{L}{2} + H_A'\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}L + p_{(D)}\frac{L}{4} = 0$$

$$\Rightarrow V_A'\frac{\cancel{L}}{2} + H_A'\frac{\sqrt{3}}{2}\cancel{L} = p\frac{\cancel{L}}{4} \Rightarrow \frac{1}{2}V_A' + \frac{\sqrt{3}}{2}H_A' = \frac{p}{4}$$

$$\Sigma M^{(3)}_{z(C)} = 0 \qquad -V_A' L = 0 \Rightarrow \underline{V_A' = 0}$$

SOSTITUENDO NELLA PRECEDENTE SI HA: $\frac{\sqrt{3}}{2}H_A' = \frac{p}{4} \Rightarrow \underline{H_A' = \frac{\sqrt{3}}{6}p}$

CIÒ PERMETTE DI OTTENERE IL DIAGRAMMA DI CORPO LIBERO DELLA STRUTTURA APERTA:



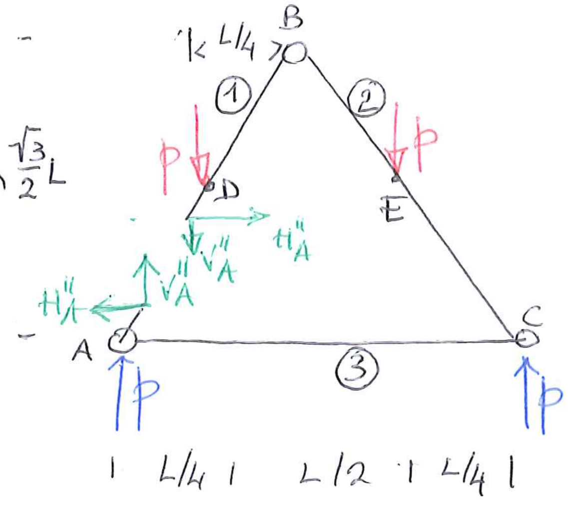
DA QUI IL CALCOLO DELLE AZIONI INTERNE PROCEDE SPEDITAMENTE PER LA TRAVE ① (DA Ⓐ → Ⓑ); PER LA TRAVE ③ (DA Ⓐ → Ⓒ) E PER LA TRAVE ② (DA Ⓒ → Ⓑ)

SI NOTI CHE LA TRAVE ③ È VINCOLATA SOLO ALLE ESTREMITÀ, È VINCOLATA SOLO MEDIANTE CERNIERE ED È PRIVA DI CARICHI APPLICATI IN CAMPATA: SI TRATTA QUINDI DI UNA BIELLA E COME TALE È SOGGETTA SOLO AD AZIONE ASSIALE, N.

OSSERVANDO PER CONFRONTO LA CAPRIATA SOPRA INDICATA E L'ARCO A 3 CERNIERE GIÀ CONSIDERATO (CON FUNZIONI DI COPERTURA) SI OSSERVA CHE IL RUOLO DELLA CATENA È QUI QUELLO LÀ ESPLICATO DALLE REAZIONI ORIZZONTALI DI IMPEDIRE LA DIVARICAZIONE DELLE TRAVI OBLIQUE (FALSI PUNTONI) CARICATE DALLE FORZE VERTICALI. SI PUÒ VERIFICARE CHE IL FUNZIONAMENTO DEI FALSI PUNTONI, IN TERMINI DI AZIONI INTERNE È IL MEDESIMO.

SI NOTI INFINE CHE LA SOLUZIONE NON DIPENDE DAL PUNTO DOVE SI ROMPE L'ANELLO CHIUSO: COME ESEMPIO SI VEDE CHE SUCCEDE SE QUESTO VIENE ROTTO ANCORA IN PROSSIMITÀ DELLA CERNIERA INTERNA Ⓐ, MA DALLA PARTE DELLA TRAVE ①.

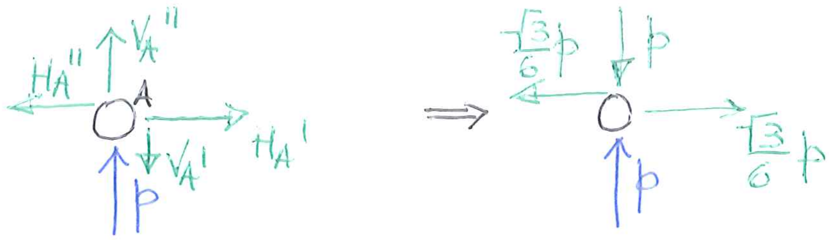
LE FORZE DI CONNESSIONE, H_A'', V_A'' SONO OVVIAMENTE DIVERSE:



$$\Sigma M^{(1)}_{z(B)} = 0 \qquad +p_{(D)}\frac{\cancel{L}}{4} + V_A''\frac{\cancel{L}}{2} + H_A''\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cancel{L} = 0$$

$$\Sigma M^{(3)}_{z(C)} = 0 \qquad p_{(A)}\cancel{L} + V_A''\cancel{L} = 0 \Rightarrow \underline{V_A'' = -p} \; ; \; \underline{H_A'' = +\frac{\sqrt{3}}{6}p}$$

MA SONO TALI DA GARANTIRE L'EQUILIBRIO DEL NODO (A):

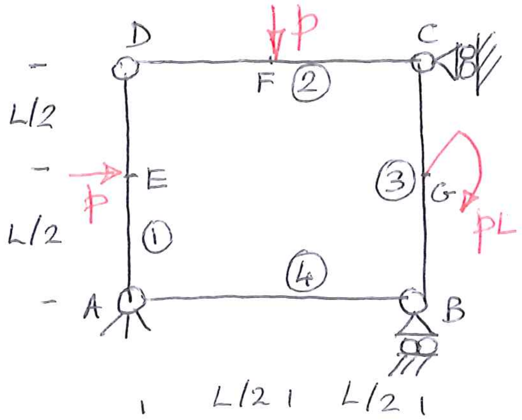


CIÒ CONFERMA CHE IL PUNTO DOVE SI ROMPE L'ANELLO CHIUSO NON INFLUENZA LA SOLUZIONE.

2) RISOLUZIONE DI STRUTTURE AD ANELLO CHIUSO DI TIPO IPOSTATICO (LABILE)

A DIFFERENZA DELLE STRUTTURE APPENA CONSIDERATE, IN CUI L'ANELLO COSTITUISCE UN SISTEMA RIGIDO CHE, PER GARANTIRE L'EQUILIBRIO NEI CONFRONTI DI CARICHI QUALSIASI, NECESSITA SOLO DI 3 GDV (PURCHÉ, AL SOLITO, I VINCOLI SIANO BEN DISPOSTI), UNA STRUTTURA AD ANELLO CHIUSO DI QUESTO TIPO NON È RIGIDA. SERVONO QUINDI VINCOLI A TERRA DISPOSTI IN MODO OPPORTUNO PERCHÉ LA LABILITÀ NON SIA SFRUTTATA.

IL PROTOTIPO DI QUESTO TIPO DI STRUTTURA È IL QUADRILATERO ARTICOLATO:

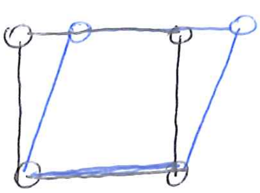


$$GDL = 3(1) + 3(2) + 3(3) + 3(4) = 12$$
$$GDV = 4(A) + 3(B) + 3(C) + 2(D) = 12$$

GDL = GDV ⇒ STRUTTURA ISOSTATICA, NON LABILE (SI DIMOSTRERÀ)

DAL PUNTO DI VISTA DELL'ANELLO CHIUSO SONO PRESENTI 4 "SVINCOLI SEMPLICI" (CERNIERE) E LA STRUTTURA È INTERNAMENTE IPOSTATICA.

IN ASSENZA DEI VINCOLI A TERRA IL QUADRILATERO NON È RIGIDO MA PUÒ SUBIRE SPOSTAMENTI RELATIVI COME UN PANTOGRAFO:

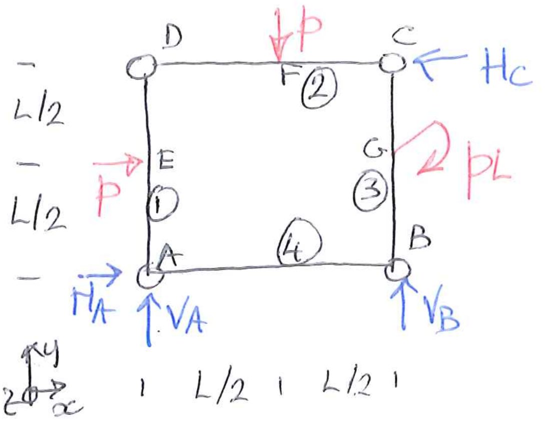


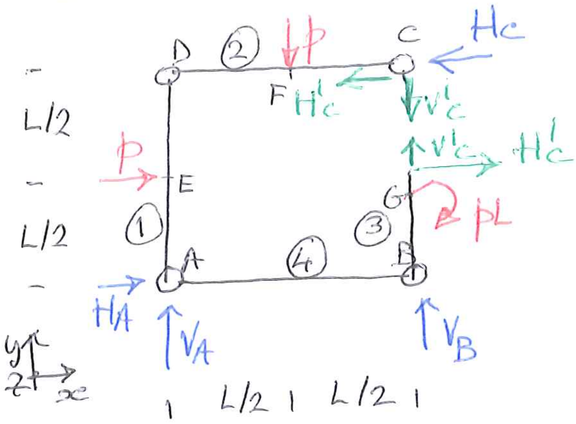
I VINCOLI A TERRA (IN PARTICOLARE, IN QUESTO CASO QUELLO POSTO IN (C)) SONO ESSENZIALI PER IMPEDIRE OLTRE AGLI SPOSTAMENTI RIGIDI ANCHE QUELLI RELATIVI.

SE ORA SI ELIMINANO I VINCOLI A TERRA SOSTITUENDOLI CON LE REAZIONI CHE QUESTI POSSONO ESPLICITARE, SI VEDE CHE IL NUMERO DI INCOGNITE REAZIONI ECCEDE IL NUMERO DELLE EQUAZIONI CARDINALI E DUNQUE OCCORRE: I) O PROCEDERE A UNA COMPLETA SCONNESSIONE CHE PORTI A ISOLARE LE 4 TRAVI COSTITUENTI E A SCRIVERE PER CIASCUNA LE EQUAZIONI CARDINALI (CIÒ GENERA UN SISTEMA

ACCOPPIATO DI 12 EQUAZIONI IN 12 INCOGNITE!); 2) O SI PROCEDE NELLA LOGICA DEL METODO DELLE EQUAZIONI AUSILIARIE.

IN QUESTO CASO PERÒ, PER EVIDENZIARE LE ARTICOLAZIONI OCCORRE PRELIMINARMENTE "ROMPERE" L'ANELLO: SENZA QUESTA OPERAZIONE LA STRUTTURA NON È SUDDIVISA E NON SI RIESCONO A SCRIVERE EQUAZIONI DI EQUILIBRIO DI UNA DELLE 2 PARTI IN CUI L'ARTICOLAZIONE LA SEPARA





AL SOLITO CONVIENE ROMPERE L'ANELLO IN UN PUNTO DI "DEBOLEZZA" DOVE IL NUMERO DI INCOGNITE REAZIONI INTERNE È MINIMO: NEL CASO IN ESAME IN PROSSIMITÀ DI UNA CERNIERA

SI GIUNGE COSÌ ALLA SOLUZIONE (DETERMINAZIONE DELLE REAZIONI VINCOLARI) RISOLVENDO CONTEMPORANEAMENTE IL PROBLEMA ESTERNO (CIOÈ IL CALCOLO DELLE REAZIONI A TERRA) E IL PROBLEMA INTERNO (CALCOLO DELLE FORZE DI CONNESSIONE).

OVVIAMENTE QUESTO COMPORTA UN MAGGIORE ONERE DI CALCOLO: SI OTTIENE PERÒ IL VANTAGGIO DI TROVARSI CON UNA STRUTTURA GIÀ APERTA, PER LA QUALE È AGEVOLE IL CALCOLO DELLE AZIONI INTERNE.

PER RISOLVERE IL PROBLEMA SI SCRIVONO LE EQUAZIONI CARDINALI PER LA STRUTTURA "INTEGRA" E TANTE EQUAZIONI AUSILIARIE INDIPENDENTI QUANTE SONO LE INCOGNITE RESTANTI: SE 2 SONO LE FORZE DI CONNESSIONE DA DETERMINARE SERVONO 3 EQUAZIONI AUSILIARIE.
QUESTE IMPONGONO, AL SOLITO, ALTRETTANTE CONDIZIONI DI IRRIGIDIMENTO, GARANTENDO CHE, AD UNA AD UNA, LE ARTICOLAZIONI PRESENTI NON SIANO SFRUTTATE.

NEL CASO PRESENTE SI HA:

$$① \cup ② \cup ③ \cup ④ \Rightarrow \begin{cases} \rightarrow R_x = 0 \quad H_A + p_{(E)} - H_c = 0 & [3] \\ \uparrow R_y = 0 \quad V_A + V_B - p_{(F)} = 0 & [4] \\ M_{z(A)} = 0 \quad -p_{(E)}\frac{L}{2} - p_{(F)}\frac{L}{2} + H_c L - pL + V_B L = 0 & [5] \end{cases}$$

$$\text{3 EQUAZIONI AUSILIARIE:} \begin{cases} \circlearrowleft M^{③\cup④}_{z(A)} = 0 \quad -H'_c L + V'_c L - pL + V_B L = 0 & [6] \\ \circlearrowleft M^{②}_{z(D)} = 0 \quad -p_{(E)}\frac{L}{2} - V'_c L = 0 & [7] \\ \circlearrowleft M^{③}_{z(B)} = 0 \quad -H'_c L - pL = 0 & [8] \end{cases}$$

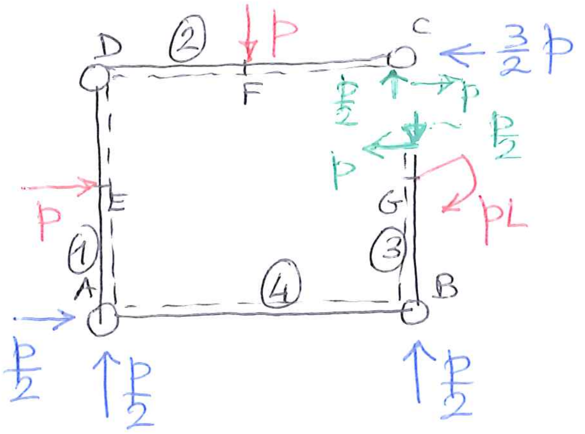
IN ALTERNATIVA SI POTEVA SCRIVERE $\underset{[6\,bis]}{M^{①\cup②}_{z(A)} = 0}$; $\underset{[7\,bis]}{M^{①\cup④\cup③}_{z(D)} = 0}$; $M^{④\cup①\cup②}_{z(B)} = 0$ [8bis]

SI OTTIENE COSÌ IL SISTEMA DI 6 EQ. IN 6 INCOGNITE ($H_A, V_A, V_B, H_C, H'_C, V'_C$)

$$\begin{cases} H_A - H_C = -p & [3'] \\ V_A + V_B = p & [4'] \\ H_C \cancel{L} + V_B \cancel{L} = 2p\cancel{L} & [5'] \\ -H'_C \cancel{L} + V'_C \cancel{L} + V_B \cancel{L} = p\cancel{L} & [6'] \\ V'_C \cancel{L} = -p\frac{\cancel{L}}{2} & [7'] \\ H'_C \cancel{L} = -p\cancel{L} & [8'] \end{cases}$$

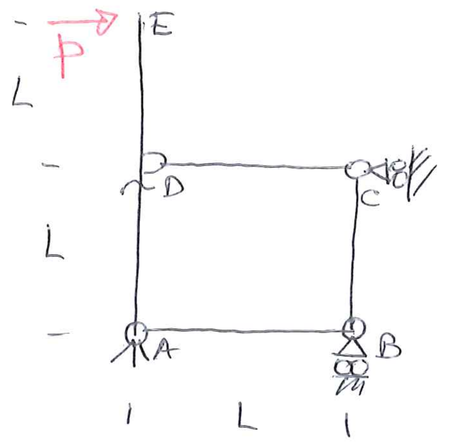
DALLA [8'] SI TROVA $\underline{H'_C = -p}$; DALLA [7'] $V'_C = -\frac{p}{2}$; DALLA [6'] SI TROVA POI
$-[-p]+[-\frac{p}{2}]+V_B = p \Rightarrow \frac{p}{2}+V_B = p \Rightarrow \underline{V_B = \frac{p}{2}}$; DALLA [5'] SEGUE
$H_C + \frac{p}{2} = 2p \Rightarrow \underline{H_C = \frac{3}{2}p}$; DALLA [4'] SI TROVA POI $\underline{V_A = \frac{p}{2}}$ E DALLA
[3']: $H_A - \frac{3}{2}p = -p \Rightarrow \underline{H_A = \frac{p}{2}}$

PERTANTO IL DIAGRAMMA DI CORPO LIBERO DELLA STRUTTURA (APERTA) IN EQUILIBRIO È IL SEGUENTE:



DA QUI È IMMEDIATO PROCEDERE AL CALCOLO DELLE AZIONI INTERNE.

NOTA: SI PONGA ATTENZIONE AL FATTO CHE SE SI ROMPE UN ANELLO IN UN PUNTO DI CONTINUITÀ DI UNA TRAVE ANCHE SE CI SI TROVA IN PROSSIMITÀ DI UNA CERNIERA OCCORRE METTERE IN EVIDENZA 3 (E NON SOLO 2) COMPONENTI DELLA FORZA DI CONNESSIONE. PER ESEMPIO:



$\Rightarrow$