Nome:	Cognome:	Matricola:

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – settembre 2021

Domanda 1 (punti 3).
Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$f(x)=\sqrt{\dfrac{x^2-5x+6}{4-x}}\cdot\log(x+1)$

Dominio	$E=(-1,2]\cup[3,4)$
Positività	$P=(0,2)\cup(3,4)$
Intersezioni	$A(0;0)\quad B(2;0)\quad C(3;0)$

Domanda 2 (punti 3).

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{9x^2+8x-2}-\sqrt{9x^2-7x+1}\right)$ e $\lim_{x\to1}\dfrac{e^{x^3-x}-1}{x^3-5x^2+4}$

Soluzioni	5/2; -2/7

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la crescenza e gli estremi relativi della funzione: $f(x)=\dfrac{x^2+x-4}{x^2+x+2}$

Derivata prima	$f'=\dfrac{6(2x+1)}{\left(x^2+x+2\right)^2}\qquad E=\mathbb{R}$
Estremi	$m\left(-1/2;-17/7\right)$ cresce in $(-1/2,+\infty)$

Domanda 4 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x)=\log\dfrac{x+2}{4-x}$

Derivata prima	$f'=\dfrac{6}{(x+2)\cdot(4-x)}\qquad E=(-2,4)$
Derivata seconda	$f''=\dfrac{12(x-1)}{(x-4)^2\cdot(x+2)^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F(1;0)$ convessa in $(1,4)$

Domanda 5 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x)=\dfrac{5x^4-3x^3+2x+4}{(x-1)\cdot\left(x^2-x-2\right)}$

Dominio	$E=\mathbb{R}/\left\{-1,1,2\right\}$
As. verticali	$x=-1$, $x=1$ e $x=2$
As. obliqui oppure orizzontali	$y=5x+7$

Settembre 2020_C1

Nome:	Cognome:	Matricola:

Tipologia compito:

Domanda 6 (punti 3, 6*).
Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_1^4 \left(\frac{x-4}{\sqrt{x}+2x} \right) dx \qquad \text{e} \qquad \int x \cdot \log(4x+8)\, dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{-\sqrt{x}}{2}+\frac{x}{2}-\frac{15}{4}\log\left(2\sqrt{x}+1\right)$ $1-\frac{15}{4}\log\frac{5}{3} \simeq -0,9156$
Integrale indefinito	$x-\frac{x^2}{4}-2\log(x+2)+\frac{1}{2}x^2 \cdot \log(4x+8)+c$

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale *k* e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 2x+k\cdot y+z=1 \\ -2x+3y-z=k \\ k\cdot x+3y-2z=3 \end{cases}$$

Compatibilità	$k=-4;-3:$ incompatibile $k \neq -4;-3:$ sol. unica
Soluzioni	$x=\frac{-2k^2+12}{k^2+7k+12};\ y=\frac{k+1}{k+3};\ z=\frac{-k^3+3k-12}{k^2+7k+12}$

Domanda 8 (punti 4, 8*). Data la funzione $z=f(x,y)=2x^2+4x\cdot y+4y^2+4x-2y+2$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x,y)=4x+4y=2$.

Derivate parziali	$f_X=4x+4y+4 \qquad f_Y=4x+8y-2$
Estremi liberi	$m\left(-5/2;3/2\right) \quad z=-9/2 \qquad H=16$
Estremi vincolati	$m\left(-1;3/2\right) \quad \lambda=3/2 \quad z=0$ $H=-64$

<u>Domande teoriche</u>.

1) **Proprietà dell'integrale definito (punti 2, 4*)**
2) **Classificazione dei punti stazionari per funzioni ad una variabile (punti 2, 4*)**
3) **Il teorema della permanenza del segno (punti 2, 4*)**
4) **I punti di sella: condizione necessaria e sufficiente (punti 1.5, 3*)**

*Punteggi esercizi solo II parte contrassegnati con *.*