

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (CdL. EF)
Dott. Giovanni Masala – settembre 2019



Domanda 1 (punti 3).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \log\left(\frac{x^2 - 1}{x + 5}\right)$$

Dominio	$E = (-5, -1) \cup (1, +\infty)$
Positività	$P = (-5, -2) \cup (3, +\infty)$
Intersezioni	$A(-2; 0) \quad B(3; 0)$

Domanda 2 (punti 3).

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - 8x - 4} - 3x + 1)$ e $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{e^{x^2-4} - 1}{x^3 + x^2 - 2x}$

Soluzioni	-1/3; -2/3
-----------	------------

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \log\left(\frac{x^2 + 9}{x + 4}\right)$

Derivata prima	$f' = \frac{(x-1) \cdot (x+9)}{(x+4) \cdot (x^2+9)} \quad E = (-4, +\infty)$
Estremi	$m(1; \log 2) \quad \text{cresce in } (1, +\infty)$

Domanda 4 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 3}$

Derivata prima	$f' = \frac{4(-x^2 + 3)}{(x^2 + 3)^2} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = \frac{8x \cdot (x^2 - 9)}{(x^2 + 3)^3}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-3; -1) \quad F_2(3; 1) \quad F_3(0; 0)$ convessa in $(-3, 0) \cup (3, +\infty)$

Domanda 5 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{5x^3 - 6x^2 + 7x - 8}{x \cdot (x^2 - 6x + 8)}$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{0, 2, 4\}$
As. verticali	$x = 0; x = 2 \text{ e } x = 4$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 5$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



Domanda 6 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_0^1 \left(\frac{2x+5}{4x+8} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x^2 \cdot e^{4x+1} dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\log(4x+8)$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\log\frac{3}{2} \approx 0,60$
Integrale indefinito	$\frac{1}{32}e^{4x+1} \cdot (8x^2 - 4x + 1) + c$

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} k \cdot x + 2y + 4z = k \\ x + 3y + k \cdot z = 2 \end{cases}$$

Compatibilità	Indeterminato $\forall k \in \mathbb{R}$
Soluzioni	$k \neq 6 \rightarrow y = \frac{(4-k^2) \cdot x + k^2 - 8}{2(k-6)}; z = \frac{(3k-2) \cdot x - 3k + 4}{2(k-6)}; x \in \mathbb{R}$ $k = 6 \rightarrow x = \frac{7}{8}; z = \frac{-8y+3}{16}; y \in \mathbb{R}$

Domanda 8 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = x^2 + 4x \cdot y + 2y^2 + 2x - 4y + 6$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = x + 4y = 4$.

Derivate parziali	$f_x = 2x + 4y + 2 \quad f_y = 4x + 4y - 4$
Estremi liberi	$S(3; -2) \quad z = 13 \quad H = -8$
Estremi vincolati	$m(-24; 7) \quad \lambda = -18 \quad z = -68$ $H = -4$

Domande teoriche.

- 1) Il teorema della media con esempio (punti 2, 4*)
- 2) Classificazione dei punti stazionari (punti 2, 4*)
- 3) Il teorema della permanenza del segno (punti 2, 4*)

*Punteggi esercizi solo II parte contrassegnati con *.*