

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (CdL. EF)
Dott. Giovanni Masala – settembre 2018



Domanda 1 (punti 2).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \log\left(\frac{x^2 - 4}{x + 8}\right)$$

Dominio	$E = (-8, -2) \cup (2, +\infty)$
Positività	$P = (-8, -3) \cup (4, +\infty)$
Intersezioni	$A = (-3; 0) \quad B = (4; 0)$

Domanda 2 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = (4x - 6) \cdot e^{x^2 - 4}$

Derivata prima	$f' = 4(2x^2 - 3x + 1) \cdot e^{x^2 - 4} \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$M(1/2; -4e^{-15/4}) \quad m(1; -2e^{-3})$ decresce in $(1/2, 1)$

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \frac{4x}{3 + x^2}$

Derivata prima	$f' = \frac{4(3 - x^2)}{(3 + x^2)^2} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = \frac{8x \cdot (x^2 - 9)}{(3 + x^2)^3}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-3; -1) \quad F_2(0; 0) \quad F_3(3; 1)$ convessa in $(-3, 0) \cup (3, +\infty)$

Domanda 4 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{\sqrt{9x^4 + 6x^2 + 5}}{x^2 - 4x + 3}$$

Dominio	$E = \mathbb{R} \setminus \{1, 3\}$
As. verticali	$x = 1, x = 3$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 3$

Domande teoriche

- 1) Definizione di derivata e significato geometrico (punti 3)
- 2) Il teorema di Lagrange con esempio (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Domanda 5 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_1^2 \left(\frac{4}{x} + \frac{2x+5}{3x+6} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x^3 \cdot \log(x+1) dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{2}{3}(x+2) + 4 \log x + \frac{1}{3} \log(3x+6)$ $4 \log 2 + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \log \frac{4}{3} \approx 3,54$
Integrale indefinito	$\frac{1}{48} \left[x \cdot (-3x^3 + 4x^2 - 6x + 12) + 12(x^4 - 1) \cdot \log(x+1) \right] + c$

Domanda 6 (punti 3, 6*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} k \cdot x + y + k \cdot z = 4 \\ 3x + y - z = k \\ 4x + k \cdot y - 2z = 1 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = 1/2; 1$: incompatibile $k \neq 1/2; 1$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{k^3 + 5k - 9}{4k^2 - 6k + 2}; y = \frac{-3k^2 + 2k + 4}{2k^2 - 3k + 1}; z = \frac{-k^3 + 17k - 19}{4k^2 - 6k + 2}$

Domanda 7 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = 3y \cdot (x - 2y + 1) - 3x^2 + x + 2$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = x + 3y = 6$.

Derivate parziali	$f_x = -6x + 3y + 1 \quad f_y = 3x - 12y + 3$
Estremi liberi	$M(1/3; 1/3) \quad z = 8/3 \quad H = 63$
Estremi vincolati	$M(3/2; 3/2) \quad \lambda = -7/2 \quad z = -11/2$ $H = 84$

Domande teoriche.

3) Il teorema della media con esempio (punti 4)

4) Condizioni affinché un sistema lineare abbia infinite soluzioni (punti 3)

5) Differenze tra estremi liberi e vincolati (punti 3)

Domande teoriche: 3, 4, 5 per la II parte; 1, 2, 3 per la prova completa.

*Punteggi esercizi solo II parte contrassegnati con *.*