

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

**Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)**  
**Dott. Giovanni Masala – gennaio 2021**



**Domanda 1 (punti 3).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \log\left(\frac{x^2 - 5x + 4}{x + 4}\right)$$

Dominio	$E = (-4, 1) \cup (4, +\infty)$
Positività	$P = (-4, 0) \cup (6, +\infty)$
Intersezioni	$A(0; 0) \quad B(6; 0)$

**Domanda 2 (punti 3).**

Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 + 3x - 1} - \sqrt{9x^2 - x})$  e  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\log(x-3)}{x^2 - 5x + 4}$

Soluzioni	$2/3; 1/3$
-----------	------------

**Domanda 3 (punti 3).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione:  $f(x) = x^2 \cdot e^{4-x^2}$

Derivata prima	$f' = -2e^{4-x^2} \cdot x \cdot (x^2 - 1) \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$M(\pm 1; e^3) \quad m(0; 0)$ cresce in $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$

**Domanda 4 (punti 3).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione:  $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 1}$

Derivata prima	$f' = \frac{x^2 - 1}{(x^2 + 1)^2} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = -\frac{2x \cdot (x^2 - 3)}{(x^2 + 1)^3}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(0; 1) \quad F_2(-\sqrt{3}; 1 + \sqrt{3}/4) \quad F_3(\sqrt{3}; 1 - \sqrt{3}/4)$ convessa in $(-\infty, -\sqrt{3}) \cup (0, \sqrt{3})$

**Domanda 5 (punti 2).**

Determinare gli asintoti della funzione:  $f(x) = \frac{2x^4 + x^3 + x^2 - 2x + 1}{(x^2 - 1) \cdot (x^2 - 4)}$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{-2, -1, 1, 2\}$
As. verticali	$x = -2, x = -1, x = 1$ e $x = 2$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 2$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



**Domanda 6 (punti 3, 6\*).**

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_1^2 \left( \frac{x+2}{2x+7} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x^2 \cdot e^{-2x} dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{1}{4}(2x - 3\log(2x+7))$ $\frac{1}{4}\left(2 - 3\log\frac{11}{9}\right) \approx 0,3495$
Integrale indefinito	$-\frac{1}{2}x^2 \cdot e^{-2x} - \frac{1}{2}x \cdot e^{-2x} - \frac{1}{4}e^{-2x} + c$

**Domanda 7 (punti 3, 4\*).** Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale  $k$  e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} k \cdot x + y + z = 4 \\ 2x + k \cdot y + 3z = 2 \\ x + y + z = k \end{cases}$$

Compatibilità	$k = 1; 3$ : incompatibile $k \neq 1; 3$ : sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{4-k}{-1+k}; y = \frac{2+4k-3k^2}{3-4k+k^2}; z = \frac{10-8k+k^3}{3-4k+k^2}$

**Domanda 8 (punti 4, 8\*).** Data la funzione  $z = f(x, y) = 2x^2 - x \cdot y + 7x + y^2 + 2$ , determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo  $g(x, y) = x - y + 5 = 0$ .

Derivate parziali	$f_x = 4x - y + 7 \quad f_y = -x + 2y$
Estremi liberi	$m(-2; -1) \quad z = -5 \quad H = 7$
Estremi vincolati	$m(-3; 2) \quad \lambda = -7 \quad z = 9$ $H = -4$

**Domande teoriche.**

- 1) Classificazione dei punti di discontinuità (punti 2, 4\*)
- 2) Classificazione dei punti stazionari per funzioni ad una variabile (punti 2, 3\*)
- 3) Significato geometrico e regola di calcolo di un integrale definito (punti 2, 3\*)
- 4) Specificare le condizioni affinché un sistema lineare abbia infinite soluzioni (punti 1, 3\*)

*Punteggi esercizi solo II parte contrassegnati con \*.*