

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

**Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)**  
**Dott. Giovanni Masala – gennaio 2020**



**Domanda 1 (punti 3).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = x \cdot \sqrt{\frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 4}}$$

Dominio	$E = (-\infty, -2) \cup [-1, 2) \cup [5, +\infty)$
Positività	$P = (0, 2) \cup (5, +\infty)$
Intersezioni	$A(-1;0) \quad B(0;0) \quad C(5;0)$

**Domanda 2 (punti 3).**

Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 3x - 2} - 2x + 4)$  e  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\log(7 + 2x)}{x^2 - 9}$

Soluzioni	19/4; -1/3
-----------	------------

**Domanda 3 (punti 3).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione:  $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 5}{x^2 + 1}$

Derivata prima	$f' = \frac{-3x^2 - 8x + 3}{(x^2 + 1)^2} \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$m(-3; 1/2) \quad M(1/3; 11/2)$ cresce in $(-3, 1/3)$

**Domanda 4 (punti 3).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione:  $f(x) = x \cdot \log(3 + x^2)$

Derivata prima	$f' = \frac{2x^2}{3 + x^2} + \log(3 + x^2) \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = \frac{2x \cdot (9 + x^2)}{(3 + x^2)^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(0;0) \quad \text{convessa in } (0, +\infty)$

**Domanda 5 (punti 2).**

Determinare gli asintoti della funzione:  $f(x) = \frac{\sqrt{9x^4 + 4x^2 + 8}}{x^2 - 8x + 12}$

Dominio	$E = \mathbb{R} \setminus \{2, 6\}$
As. verticali	$x = 2$ e $x = 6$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 3$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



**Domanda 6 (punti 3, 6\*).**

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_0^1 \left( \sqrt[3]{x} + \frac{2x+4}{4x+9} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x^2 \cdot e^{4x-8} dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4} + \frac{4x+9}{8} - \frac{1}{8}\log(4x+9)$ $\frac{5}{4} + \frac{1}{8}(\log 9 - \log 13) \approx 1,20$
Integrale indefinito	$\frac{1}{32}e^{4x-8} \cdot (8x^2 - 4x + 1) + c$

**Domanda 7 (punti 3, 4\*).** Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale  $k$  e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} k \cdot x + 3y + 2z = 5 \\ -3x + k \cdot y = -k \\ 4x + 3y + z = 2 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -1; 9$ : incompatibile $k \neq -1; 9$ : sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{-2k}{k^2 - 8k - 9}; y = \frac{-k^2 + 8k + 3}{k^2 - 8k - 9}; z = \frac{5k^2 - 32k - 27}{k^2 - 8k - 9}$

**Domanda 8 (punti 4, 8\*).** Data la funzione  $z = f(x, y) = 2x^2 - 4x \cdot y + 3y^2 + 4x - y - 3$ , determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo  $g(x, y) = x + 2y = 4$ .

Derivate parziali	$f_x = 4x - 4y + 4 \quad f_y = -4x + 6y - 1$
Estremi liberi	$m(-5/2; -3/2) \quad z = -29/4 \quad H = 8$
Estremi vincolati	$m(1; 3/2) \quad \lambda = 2 \quad z = 9/4$ $H = -38$

**Domande teoriche.**

- 1) Il teorema di Barrow-Torricelli: enunciato e conseguenze (punti 2, 4\*)
- 2) Definizione di limite e legame con gli asintoti orizzontali (punti 2, 4\*)
- 3) Proprietà delle funzioni continue con esempi (punti 2, 4\*)

*Punteggi esercizi solo II parte contrassegnati con \*.*