

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – gennaio 2019



Domanda 1 (punti 3).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \log\left(\frac{x-4}{x^2-4}\right)$$

Dominio	$E = (-2, 2) \cup (4, +\infty)$
Positività	$P = (-2, 0) \cup (1, 2)$
Intersezioni	$A(0; 0) \quad B(1; 0)$

Domanda 2 (punti 3).

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 2x - 3} - 2x)$ e $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{\log(4x - 7)}$

Soluzioni	$1/2; -1/4$
-----------	-------------

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \log\left(\frac{x^2 + x + 4}{x^2 + 4}\right)$

Derivata prima	$f' = \frac{4 - x^2}{(x^2 + x + 4) \cdot (x^2 + 4)} \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$m(-2; \log(3/4)) \quad M(2; \log(5/4))$ cresce in $(-2, 2)$

Domanda 4 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = (4x^2 - 8) \cdot e^{x+5}$

Derivata prima	$f' = 4(x^2 + 2x - 2) \cdot e^{x+5} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = 4(x^2 + 4x) \cdot e^{x+5}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-4; 56e) \quad F_2(0; -8e^5) \quad \text{concava in } (-4, 0)$

Domanda 5 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{3x^4 - 2x^2 - 7x}{(x+4) \cdot (x^2 - x - 2)}$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{-4, -1, 2\}$
As. verticali	$x = -4, x = -1 \text{ e } x = 2$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 3x - 9$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



Domanda 6 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_0^1 \left(\sqrt[3]{x^5} + \frac{4x+1}{4x+8} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x^3 \cdot e^{x+5} dx$$

Integrale definito	primitiva: $x + \frac{3}{8}x \cdot \sqrt[3]{x^5} - \frac{7}{4} \log(4x+8)$ $\frac{11}{8} - \frac{7}{4} \log \frac{3}{2} \approx 0,67$
Integrale indefinito	$e^{x+5} \cdot (x^3 - 3x^2 + 6x - 6) + c$

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} x + k \cdot y + 4z = 2 \\ 3x + 2y + 2z = k \\ -4x + 4y + k \cdot z = 4 \end{cases}$$

Compatibilità	$k \neq -6; 4$: sol unica (*) $k = -6$: indeterminato (**) $k = 4$: impossibile
Soluzioni	$x = \frac{k-2}{3}; y = \frac{k+4}{-3k+12}; z = \frac{4k-8}{3k-12}$ (*) $x = -\frac{8}{5} - z; y = -\frac{3}{5} + \frac{1}{2}z; z \in \mathbb{R}$ (**)

Domanda 8 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = 4x^2 - x \cdot y + 2y^2 - x + 4y - 2$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 2x - 2y = -3$.

Derivate parziali	$f_x = 8x - y - 1 \quad f_y = -x + 4y + 4$
Estremi liberi	$m(0; -1) \quad z = -4 \quad H = 31$
Estremi vincolati	$m(-3/4; 3/4) \quad \lambda = -31/8 \quad z = 91/16$ $H = -40$

Domande teoriche.

- 1) Il teorema della media (teoria degli integrali) con un esempio (punti 2, 4*)
- 2) Il teorema di Rolle con un esempio (punti 2, 4*)
- 3) La classificazione dei punti di discontinuità (punti 2, 4*)

*Punteggi esercizi solo II parte contrassegnati con *.*