

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – febbraio 2020



Domanda 1 (punti 3).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \log(2x+6) \cdot \sqrt{16-x^2}$$

Dominio	$E = (-3, 4]$
Positività	$P = (-5/2, 4)$
Intersezioni	$A(0; 4 \log 6) \quad B(-5/2; 0) \quad C(4; 0)$

Domanda 2 (punti 3).

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2+x} - \sqrt{9x^2-4x-1})$ e $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{3x-3} - 1}{x^3 - 9x + 8}$

Soluzioni	$5/6; -1/2$
-----------	-------------

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = 4x^2 \cdot e^{2x^2-6x}$

Derivata prima	$f' = 8x \cdot (2x^2 - 3x + 1) \cdot e^{2x^2-6x} \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$m(0; 0) \quad M(1/2; e^{-5/2}) \quad m(1; 4e^{-4})$ cresce in $(0, 1/2) \cup (1, +\infty)$

Domanda 4 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \log \frac{x+2}{6-x}$

Derivata prima	$f' = \frac{8}{(x+2) \cdot (-x+6)} \quad E = (-2, 6)$
Derivata seconda	$f'' = \frac{16(x-2)}{(x+2)^2 \cdot (x-6)^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F(2; 0) \quad \text{convessa in } (2, 6)$

Domanda 5 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{8x^4 - x^3 + 2x}{(x+1) \cdot (x^2 - 4x + 3)}$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{-1, 1, 3\}$
As. verticali	$x = -1, x = 1 \text{ e } x = 3$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 8x + 23$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



Domanda 6 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_1^9 \left(\frac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+x} \right) dx \quad \text{e} \quad \int 4x \cdot \log(4x+2) dx$$

Integrale definito	primitiva: $x - 6\sqrt{x} + 6\log(1+\sqrt{x})$ $6\log 2 - 4 \approx 0,1589$
Integrale indefinito	$2x^2 \cdot \log(4x+2) - \frac{1}{2}\log(2x+1) - x^2 + x + c$

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} k \cdot x + y - k \cdot z = k \\ 4x + 2y - 3z = 2 \\ x + k \cdot y + 3z = 1 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = 3; 5$: incompatibile $k \neq 3; 5$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{-k^2 - 8k + 9}{k^2 - 8k + 15}; y = \frac{8k}{k^2 - 8k + 15}; z = \frac{-2k^2 + 2}{k^2 - 8k + 15}$

Domanda 8 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = 8x^2 - 4x \cdot y - y^2 + 12x - 4$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 4x + 2y = 2$.

Derivate parziali	$f_x = 16x - 4y + 12 \quad f_y = -4x - 2y$
Estremi liberi	$S(-1/2; 1) \quad z = -7 \quad H = -48$
Estremi vincolati	$m(-1/2; 2) \quad \lambda = -1 \quad z = -8$ $H = -96$

Domande teoriche.

- 1) L'integrale indefinito e legame con le primitive (punti 2, 4*)
- 2) Il teorema di Lagrange con esempio (punti 2, 4*)
- 3) Classificazione dei punti di discontinuità (punti 2, 4*)

*Punteggi esercizi solo II parte contrassegnati con *.*