

Esercizi sui massimi e i minimi

Determinare la natura dei punti stazionari delle seguenti funzioni:

1. $f(x, y) = x^2 - xy + y^2 - 2x + y,$

2. $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy,$

3. $f(x, y) = 2x + y - x^2 - xy - y^2,$

4. $f(x, y, z) = 2x^2 + y^2 - z^2 + 3y,$

5. $f(x, y) = x^y,$

6. $f(x, y) = e^{2x+3y}(8x^2 - 6xy + 3y^2),$

7. $f(x, y) = x^3 + (x - y)^2,$

8. $f(x, y) = x^4 - 6x^2y^2 + y^4,$

- 9.* $f(x, y) = \sin x \sin y \sin(x + y),$ con $0 < x < \pi, 0 < y < \pi,$
nota: quest'ultimo esercizio richiede un tempo circa pari a quello di tutti gli altri, escluso il 6, messi assieme; si suggerisce di usare la formula di addizione della funzione seno per semplificare le espressioni delle derivate e di sfruttare la simmetria di $f(x, y)$ rispetto alle variabili x e y .

Risultati:

1. minimo locale in $(1, 0)$;
2. minimo locale in $(1, 1)$, sella in $(0, 0)$;
3. massimo locale in $(1, 0)$;
4. sella in $(0, -3/2, 0)$;
5. sella in $(1, 0)$;
6. minimo locale in $(0, 0)$, sella in $(-1/4, -1/2)$;
7. sella in $(0, 0)$;
8. sella in $(0, 0)$;
- 9.* minimo locale in $(2\pi/3, 2\pi/3)$, massimo locale in $(\pi/3, \pi/3)$.