

Esercitazione di Controlli Automatici 1 – n°4

Dati gli schemi a blocchi ed elettrico di un alimentatore di tensione d.c., riportati rispettivamente in Figura 1 e 2, sulla base di quanto riportato nel seguito, valutare le specifiche approssimate per il sistema di controllo in retroazione (i.e. specifiche a ciclo-chiuso ed a ciclo-aperto) che permettono la realizzazione lo stadio di uscita del sistema, caratterizzato da un filtro di spianamento.

Il primo stadio del sistema è caratterizzato da un trasformatore con rapporto di trasformazione 3.3:1, alimentato da rete elettrica (220 V, 50 Hz). A valle del trasformatore è inserito un ponte di raddrizzamento a doppia semi-onda (tipo ponte di Graetz) la cui uscita dovrà essere filtrata da un filtro di spianamento in modo da ottenere la tensione stabilizzata. Per il sistema in analisi si richiede che:

- *Il valore nominale della tensione d.c. in uscita dall'alimentatore stabilizzato potrà variare nel campo 50÷70 V d.c., con uno scostamento dal valor medio inferiore al 5% del valore nominale;*
- *Le componenti in alta frequenza legate alla frequenza della tensione di alimentazione siano attenuate almeno del 99%;*
- *La tensione dell'uscita stabilizzata non si discosti più del 2% del valore finale dopo 1 s dall'accensione;*
- *Poiché i dispositivi che compongono lo stabilizzatore hanno una tensione massima di isolamento di 100 V, si richiede un margine di sicurezza di almeno il 15%.*

Al fine di semplificare la trattazione, considerare il ponte di raddrizzamento costituito da diodi ideali.

[Bonus:] Nell'ipotesi che all'uscita del sistema debba essere collegato un carico puramente resistivo di 50Ω , sulla base delle specifiche precedentemente ottenute si richiede di dimensionare il filtro d'uscita attraverso una rete passiva RC ed RLC.

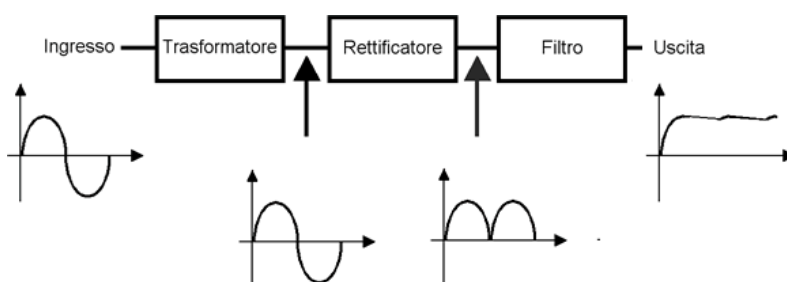


Figura 1. Schema a blocchi di un alimentatore di tensione d.c.

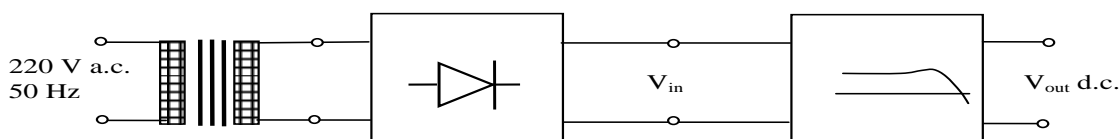


Figura 2. Schema elettrico di un alimentatore di tensione d.c.

Soluzione Esercitazione n° 4

L'obiettivo della presente esercitazione consiste nell'estrapolare le specifiche relative allo stadio di uscita di un alimentatore di tensione d.c. con uscita stabilizzata il cui schema a blocchi è riportato in Figura 1.

Al fine di valutare le specifiche di progetto del filtro d'uscita, come primo passo è bene valutare le caratteristiche che avrà il segnale al suo ingresso, i.e. $V_{in}(t)$ in Figura 2.

$V_{in}(t)$ è un segnale raddrizzato a doppia semi-onda, in quanto si è supposto di utilizzare come stadio raddrizzatore un ponte di Greatz. Ipotizzando di considerare il circuito di raddrizzamento come composto da elementi ideale, i.e. no perdite, tensioni di soglia nulle, e di trascurare in un primo momento eventuali fenomeni capacitivi a valle del raddrizzatore, tale segnale sarà quindi caratterizzato dalla seguente forma d'onda:

$$V_{in}(t) = V_{max} | \sin(2\pi \cdot f_{net} \cdot t) | = V_{max} | \sin(2\pi \cdot 50 \cdot t) | \quad (1)$$

dove

$$V_{max} = \frac{V_{eff} \cdot \sqrt{2}}{k} = \frac{220 \cdot \sqrt{2}}{3.3} = 94.28 V \quad (2)$$

mentre $k = 3.3$ è il rapporto di trasformazione del trasformatore. Si rammenta che i 220 V rappresentativi della tensione di rete sono espressi come Volt efficaci, per cui è necessario moltiplicare il tutto per $\sqrt{2}$. La frequenza di tale segnale sarà invece doppia rispetto alla frequenza di rete e pari a:

$$f = 2 \cdot f_{net} = 100 \text{ Hz} \rightarrow T = \frac{T_{net}}{2} = 0.01 \text{ sec} \quad (3)$$

In Figura 3 è riportato il confronto tra la tensione di rete e la tensione in uscita del raddrizzatore nell'ipotesi di considerare il raddrizzatore a vuoto.

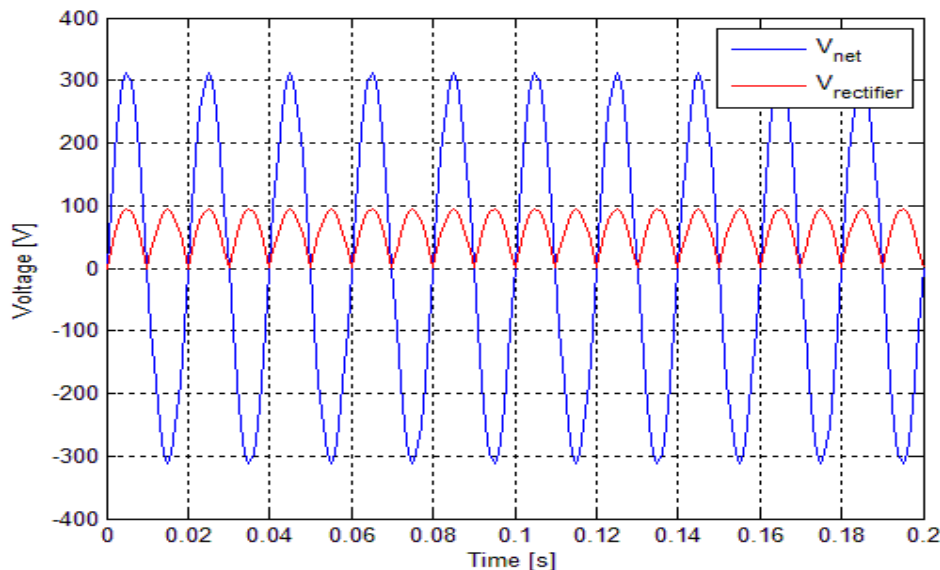


Figura 3. Confronto tra tensione di rete e tensione a vuoto misurata all'uscita del raddrizzatore.

Ricordando che il nostro obiettivo è fornire come uscita un segnale $V_{out}(t)$ il più possibile costante (d.c.), allora si può affermare che idealmente vorremo che tra tutte le componenti spettrali di $V_{in}(t)$ in (1), esprimibile in serie di Fourier come:

$$V_{in}(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \cos(2\pi f \cdot n \cdot t) + b_n \cdot \sin(2\pi f \cdot n \cdot t) \quad (4)$$

solo la sua componente continua $a_0/2$ passi inalterata, mentre tutte le restanti siano attenuate del 100%.

Ricordando che la componente continua $a_0/2$ di un segnale periodico coincide con il suo valor medio, cioè con il suo integrale lungo il periodo, possiamo calcolare il valor medio di $V_{in}(t)$ come:

$$V_m = \frac{a_0}{2} = \frac{V_{max}}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \sin(\theta) d\theta = \frac{V_{max}}{\pi} \cdot (-\cos(\theta)|_0^{\pi}) = \frac{2}{\pi} \cdot V_{max} = 60.02 \text{ V} \quad (5)$$

Ad ogni modo, poiché non è stato inserito alcuno stadio di separazione, i.e. buffer/inseguitore di tensione, tra lo stadio raddrizzatore e la circuiteria a valle, a causa degli effetti di carico sul dispositivo non lineare raddrizzatore, a **regime** la componente continua della tensione $V_{in}(t)$ dovuta all'accoppiamento, sarà sempre compreso tra $V_m = 60.02 \text{ V}$, nell'ipotesi che il circuito a valle sia puramente resistivo e $V_{max} = 94.28 \text{ V}$, nell'ipotesi che a valle del raddrizzatore ci sia un circuito puramente capacitivo. Questo perché nel caso puramente capacitivo, il condensatore non farà altro che caricarsi sino al valore massimo della tensione ai suoi capi, ma non potrà scaricarsi.

Poiché nel caso in analisi a valle del raddrizzatore dovremo collegare una rete RC/RLC, il quale rappresenta una situazione intermedia tra le due sopra citate, allora possiamo affermare che a prescindere dai valori di resistenza, capacità e/o induttanza a valle del raddrizzatore, a causa della presenza degli effetti di carico sulla $V_{in}(t)$, questa sarà sempre compresa tra i due casi limite

$$60.02 \leq V_{in}(t) \leq 94.28$$

in quanto il condensatore presenterà fenomeni sia di carica che di scarica facendo in modo che il valor medio di $V_{in}(t)$ sia compreso tra tali estremi. A seguito di queste considerazioni preliminari, possiamo ora iniziare a valutare le specifiche del nostro filtro.

• Calcolo del guadagno a ciclo chiuso del filtro:

Nel testo è richiesto esplicitamente che il range ammissibile di tensione all'uscita del dispositivo **dovrà essere compreso nel campo 50÷70 V d.c.**

Essendo

$$60.02 \leq V_{in}(t) \leq 94.28 \quad (6)$$

e volendo soddisfare la seguente specifica

$$50 \leq V_{max}(t) \leq 70 \quad (7)$$

possiamo valutare i valori ammissibili per il guadagno desiderato $K_d = V_{out}/V_{in}$ per il nostro filtro. Andando a studiare i casi limite si ottiene il seguente vincolo:

$$K_d^{min} \geq \frac{V_{out}^{min}}{V_{in}^{max}} = \frac{50}{94.28} = 0.53, K_d^{max} \leq \frac{V_{out}^{max}}{V_{in}^{min}} = \frac{70}{60.02} = 1.17 \quad (8)$$

$$0.53 \leq K_d \leq 1.17 \quad (9)$$

Questo significa che sarà necessario un guadagno $K_d(t)$ tempo-variante di tipo adattativo, come mostrato in Figura 4, tale da adattare sulla base dei valori di tensione $V_{in}(t)$ e $V_{out}(t)$ al filtro un valore di guadagno all'interno del range in (9) (realizzabile ad esempio attraverso soluzioni di

filtraggio di tipo digitale), oppure nell'ipotesi di implementare il filtraggio attraverso i classici filtri analogici a componenti discreti, un sistema con guadagno costante compreso sopra indicato.

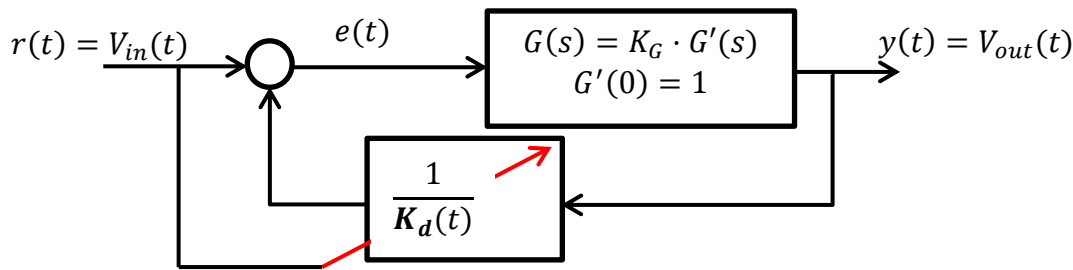


Figura 4. Schema a blocchi del filtro stabilizzatore con guadagno adattativo.

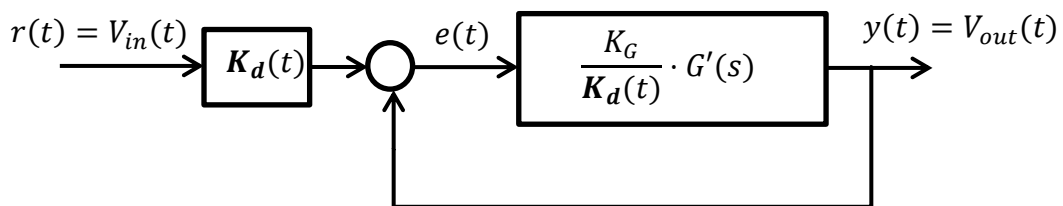


Figura 5. Schema a blocchi a retroazione unitario con guadagno di amplificazione.

- **Calcolo del guadagno di catena diretta:**

Nel testo viene inoltre riportato che lo scostamento dell'uscita dal valor medio ammissibile, a regime, dovrà essere inferiore al 5% del valore nominale.

Essendo tale errore espresso come errore relativo, dobbiamo innanzitutto esprimerla come errore assoluto. Per cui, essendo

$$50 \leq V_{max}(t) \leq 70 \quad (10)$$

Per $V_{out}(t) = 70$ l'errore ammissibile sarà di

$$e(\infty) \leq 70 \cdot \frac{5}{100} = 3.5 \text{ V} \quad (11)$$

Mentre, per $V_{out}(t) = 50$ l'errore ammissibile risulta:

$$e(\infty) \leq 50 \cdot \frac{5}{100} = 2.5 \text{ V} \quad (12)$$

Scegliendo il caso peggiore, e ricordando che siamo in presenza di una **retroazione non unitaria**, riportiamo anzitutto il sistema al caso di retroazione unitaria, vedi Figura 5. A questo punto, valutando l'errore a regime per un ingresso a gradino di ampiezza generica \bar{V} , i.e. $r(t) = \bar{V} \cdot \delta_{-1}(t)$, si ricava:

$$e(\infty)|_{r(t)=\bar{V} \cdot \delta_{-1}(t)} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot [K_d \cdot R(s) - Y(s)]$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \left[K_d - \frac{K_G}{1 + \frac{K_G}{K_d}} \right] \cdot R(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \left[K_d - \frac{K_G}{1 + \frac{K_G}{K_d}} \right] \cdot \frac{\bar{V}}{s} = \frac{K_d^2}{K_d + K_G} \cdot \bar{V} \quad (13)$$

Ad ogni modo, essendo la specifica del testo espressa in funzione dell'uscita del sistema $y(t) = V_{out}(t)$, “...lo scostamento dell'uscita dal valor medio ammissibile, a regime, dovrà essere inferiore al 5% del valore nominale dell'uscita...”, allora, possiamo riscrivere la (13) in funzione dell'uscita a regime del sistema $y(t) = V_{out}(t) = K_d \cdot \bar{V}$ come segue:

$$\frac{K_d^2}{K_d + K_G} \cdot \bar{V} = \frac{K_d}{K_d + K_G} \cdot (K_d \cdot \bar{V}) = \frac{K_d}{K_d + K_G} \cdot V_{out} \leq 2.5 V \quad (14)$$

da cui, esplicitando K_G e considerando il caso peggiore si ricava il seguente vincolo:

$$K_G \geq K_d \cdot \frac{(V_{out} - 2.5)}{2.5} \geq K_d^{max} \cdot \frac{(V_{out}^{max} - 2.5)}{2.5} = 31.59 \quad (15)$$

• Scelta dell'ordine del filtro e della sua banda passante:

La valutazione delle proprietà filtranti del nostro stadio d'uscita, chiaramente di tipo Passa-Basso, risulta immediatamente esplicitabile dal testo.

È richiesto, che **tutte le componenti in alta frequenza legate alla frequenza della tensione di alimentazione**, cioè tutte le armoniche a frequenza $f \geq 50 \text{ Hz}$, dovranno essere **attenuate di almeno il 99%**.

Poiché $V_{in}(t)$ presenta la prima armonica a 100 Hz questo significa che il modulo della risposta armonica del nostro sistema a ciclo chiuso $W(j\omega)$, i.e. il filtro d'uscita, dovrà soddisfare il seguente vincolo:

$$|W(j2\pi f)| \leq 0.01 \quad \forall \quad \bar{f} \geq 100 \text{ Hz} \quad (16)$$

cioè la f.d.t. del filtro dovrà garantire una attenuazione di almeno $20 \cdot \log_{10} 0.01 = -40 \text{ dB}$ per $\bar{\omega} \geq 2\pi \cdot 100 = 628 \text{ rad/s}$.

Essendo però interessati ad una specifica espressa in termini di **Banda Passante a 3dB** è chiaro che la banda passante B_3 del nostro sistema sarà strettamente legata al suo ordine.

Ad esempio scegliendo di realizzare il sistema come un filtro del I° ordine:

$$W_I(j\omega) = \frac{K_d}{1 + \tau_I^* \cdot s} \quad , \quad B_3^I = \frac{1}{2\pi \cdot \tau_I^*} [\text{Hz}]$$

ricordando che questi presenta una attenuazione di -20 dB a decade, allora risulterà immediato settare la specifica sulla B_3 , almeno 2 decadi prima, cioè ad una frequenza 100 volte minore della pulsazione $\bar{\omega} = 2\pi \cdot 100$ per cui desideriamo una attenuazione di -40 dB . Segue che la banda passante a ciclo chiuso del sistema dovrà soddisfare il seguente vincolo:

$$B_3^I [\text{Hz}] \leq \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\bar{\omega}}{100} = 1 \text{ Hz} \quad (17)$$

Alternativamente se si dovesse scegliere di utilizzare un filtro del II° ordine

$$W_I(j\omega) = \frac{K_d}{1 + \frac{2\xi}{\omega_n} \cdot s + \frac{s^2}{\omega_n^2}} \quad , \quad B_3^{II} = \frac{1}{2\pi \cdot \tau_{II}^*} = \frac{1}{2\pi \cdot \frac{1}{\xi \omega_n}}$$

ricordando che questo presenta una attenuazione di $-40dB$ a decade, allora il vicolo sulla banda passante a ciclo chiuso sarà:

$$B_3^{II} [Hz] \leq \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\bar{\omega}}{10} = 10 \text{ Hz} \quad (18)$$

Inoltre essendo la banda passante B_3^{II} , per un sistema del II° ordine molto prossima alla pulsazione naturale ω_n , come mostrato in Figura 6, allora è lecito inserire il seguente vincolo sulla pulsazione naturale:

$$\omega_n \leq 2\pi \cdot B_3^{II} = 2\pi \cdot 10 \approx 62.8 \quad (19)$$

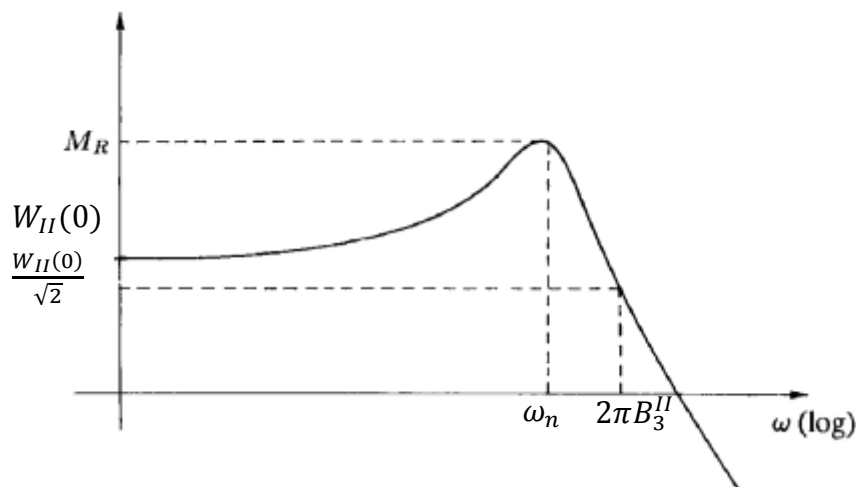


Figura 6. Risposta armonica sistema con modo pseudo-periodico dominante.

Si ricorda inoltre che, nota la banda passante a ciclo chiuso di un qualsiasi sistema lineare, è possibile ricavare un'ulteriore specifica sulla pulsazione di attraversamento della f.d.t. a ciclo aperto grazie alla seguente relazione empirica:

$$\omega_t = [3 \div 5] \cdot B_3 \approx 4 \cdot B_3$$

| | $\varepsilon = 1\%$ | $\varepsilon = 2\%$ | $\varepsilon = 5\%$ |
|---|---------------------|---------------------|---------------------|
| $t_{a\varepsilon\%} \approx K_\varepsilon \cdot \tau^*$ | $K_\varepsilon = 5$ | $K_\varepsilon = 4$ | $K_\varepsilon = 3$ |

Tabella 1. Relazioni tra tempo di assestamento all' $\varepsilon\%$ e costante di tempo equivalent τ^* .

• Calcolo specifica sul tempo di assestamento del filtro:

Dal testo è possibile esplicitare una specifica sul tempo di assestamento dell'uscita del filtro. Si richiede che la tensione stabilizzata $V_{out}(t)$ si scosti al più del 2% rispetto al valore finale dopo 1 s dall'accensione.

Per cui, ricordando le relazioni che legano il tempo di assestamento $t_{a\varepsilon\%}$ alla costante di tempo equivalente a ciclo chiuso del sistema τ^* , riportate per completezza in Tabella 1, ricaviamo il seguente vincolo:

$$t_{a2\%} = 4\tau^* \leq 1 \text{ s} \quad \rightarrow \quad \tau^* \leq 0.25 \quad (20)$$

Dove, nell'ipotesi di optare per un filtro del primo ordine (sistema a polo dominante), si ricava noto il vincolo sul punto di rottura $1/\tau_I^*$, e quindi un nuovo vincolo sulla B_3^I come segue:

$$\frac{1}{\tau_I^*} = 2\pi \cdot B_3^I \geq 4 \rightarrow B_3^I \geq \frac{2}{\pi} = 0.64 \text{ Hz} \quad (21)$$

da cui combinando la (17) e la (21) abbiamo:

$$0.64 \leq B_3^I \leq 1 \text{ Hz} \quad (22)$$

Mentre nell'ipotesi di optare per un filtro del II° ordine (sistema con un modo pseudo-periodico dominante τ_{II}^*) si ricava:

$$\tau_{II}^* = \frac{1}{\xi \omega_n} \leq 0.25 \rightarrow \xi \omega_n \geq 4 \quad (23)$$

dove ξ è il coefficiente di smorzamento della f.d.t. associata ed ω_n la sua pulsazione naturale.

• **Calcolo specifiche sulla protezione del dispositivo:**

Al fine evitare sotto qualsiasi condizione operativa il danneggiamento del dispositivo, nel testo è inoltre richiesto un margine di sicurezza del 15% rispetto alla tensione massima di isolamento del sistema, i.e. 100 V, che si traduce in una tensione transitoria di picco ammissibile non superiore a 85 V.

Ricordando che un sistema del primo ordine presenta sempre una risposta indiciale monotona

$$y(t) = \mu \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_I^*}}\right) \cdot \delta_{-1}(t) \quad \text{con } \mu \in \Re$$

è chiaro che la soluzione con filtro del primo ordine soddisfa automaticamente anche questo requisito, in quanto la specifica sul guadagno a ciclo chiuso K_d garantisce che $V_{out}(t) \in [50 \div 70] \text{ V}$.

Per quanto riguarda invece la soluzione con un filtro del II° ordine, la sua risposta indiciale, riportata di seguito:

$$y(t) = \mu \cdot \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \xi^2}} e^{-\xi \omega_n t} \cdot \sin\left(\sqrt{1 - \xi^2} \cdot \omega_n t + \text{atan}\left(\frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi}\right)\right)\right] \cdot \delta_{-1}(t) \quad \text{con } \xi \in [0,1]$$

ammette come noto sovralongazione percentuale tanto maggiore, quanto minore è il coefficiente di smorzamento ξ del sistema.

Valutiamo quindi il campo di ammissibilità per il coefficiente di smorzamento ξ . Considerando il caso peggiore, la massima sovralongazione assoluta tollerabile risulta di $85 - 70 = 15 \text{ V}$, a cui corrisponde una sovralongazione percentuale tollerabile pari a:

$$S_{\%} \leq \frac{15}{70} \cdot 100 = 21.42\% \quad (24)$$

ricordando il legame tra coefficiente di smorzamento ξ e sovralongazione percentuale $S_{\%}$ si ricava:

$$S_{\%} = 100 \cdot e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \leq 21.42 \rightarrow \xi \geq \frac{\sqrt{\left(-\frac{\ln(0.2142)}{\pi}\right)^2}}{1 + \left(-\frac{\ln(0.2142)}{\pi}\right)^2} = 0.440353 \quad (25)$$

Poiché però ξ influenza anche la specifica sul $t_{a2\%}$, sostituendo la (25) in (23) si ricava il seguente vincolo sulla pulsazione naturale:

$$\xi\omega_n \geq 4 \rightarrow \omega_n \geq \frac{4}{\xi} = \frac{4}{0.440353} = 9.0836 \quad (26)$$

Che combinato con la (19) ci fornisce anche il campo di ammissibilità per ω_n :

$$9.0836 \leq \omega_n \leq 62.8 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (27)$$

Si noti dalla (26) come un incremento dello smorzamento comporti una riduzione del valore minimo di ω_n , e quindi una riduzione sulla $B_3^{II} \approx \omega_n/2\pi$.

Riassumendo, abbiamo tradotto le specifiche sul filtro di spianamento dell'alimentatore di tensione d.c. in analisi come specifiche su un generico sistema in controreazione.

Nel seguente elenco si riportano rispettivamente le specifiche a ciclo-chiuso ricavate:

- Guadagno in retroazione desiderato: $0.53 \leq K_d \leq 1.17$
- Errore a regime massimo tollerabile: $e(\infty) \leq 50 \cdot \frac{5}{100} = 2.5 \text{ V}$
- Banda passante per un filtro del primo ordine: $B_3^I[\text{Hz}] \leq 1 \text{ Hz}$
- Banda passante per un filtro del secondo ordine: $B_3^{II}[\text{Hz}] \leq 10 \text{ Hz}$
- Tempo di assestamento: $t_{a2\%} \leq 1 \text{ s} \rightarrow \tau^* \geq 0.25 \text{ s}$
- Sovraeleongazione percentuale: $S_{\%} \leq 21.42 \rightarrow \begin{cases} \xi \geq 0.44 \\ \omega_n \in [9.08, 62.28] \end{cases}$

A queste specifiche a ciclo-chiuso corrispondono le seguenti specifiche a ciclo-aperto utilizzabili direttamente con gli strumenti per la progettazione studiati nel corso:

- Guadagno in catena diretta: $K_G \geq 31.6$
- Pulsazione di attraversamento in catena aperta: $\omega_t \approx 4 \cdot B_3$
- Margine di fase: $\begin{cases} \xi \approx \frac{m_{\phi}^{\text{deg}}}{100} \\ \xi \approx \sin\left(\frac{m_{\phi}^{\text{rad}}}{2}\right) \end{cases}$

- **[Bonus] Dimensionamento rete RC ed RLC nell'ipotesi che la l'alimentatore sia collegato ad un carico di 50Ω :**

Nel seguito progetteremo sulla base delle specifiche ricavate, rispettivamente una rete RC ed una rete RLC tali da garantire le prestazioni richieste. Ai morsetti di tale rete verrà quindi collegato il nostro circuito utilizzatore rappresentato da un carico puramente resistivo $R_L = 50\Omega$.

Prima di iniziare il progetto del filtro è bene rimarcare alcuni concetti legati alle proprietà della Trasformata di Laplace di valutare le funzioni di trasferimento associate agli elementi di un diagramma a blocchi, mostrate rispettivamente in Figura 7, 8 e 9.

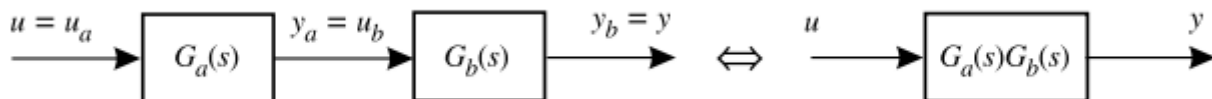


Figura 7. Blocchi in cascata.

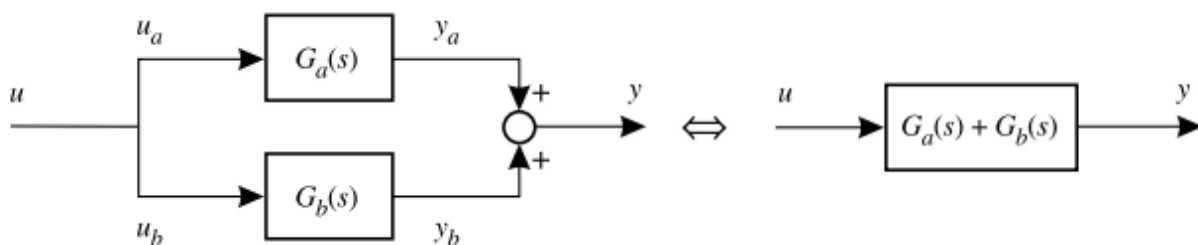


Figura 8. Blocchi in parallelo.

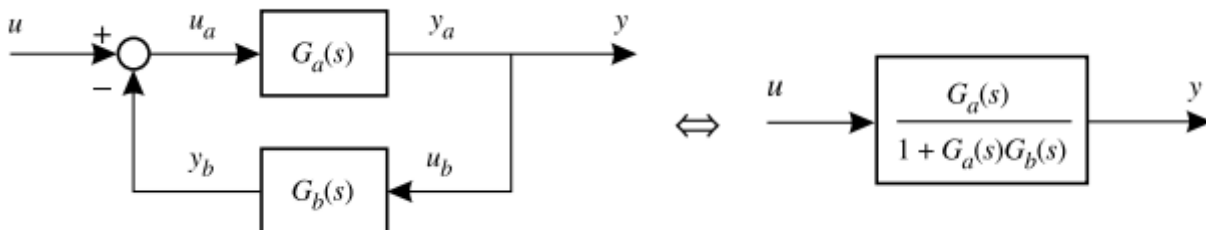


Figura 9. Blocchi in retroazione negativa.

Tali regole, ed in particolare quella per i blocchi cascata/parallelo valgono solo nell'ipotesi che siano trascurabili gli effetti di carico.

Dove per effetti di carico si intendono tutte quelle interazioni tra componenti fisici, i.e. elettrici, meccanici, etc..., che modificano le rispettive funzioni di trasferimento, quando essi vengono accoppiati l'uno all'altro.

Tali regole, infatti, suppongono che i blocchi del sistema presentino una resistenza di ingresso o di carico infinita se consideriamo sistemi di natura elettrica, o ad esempio accoppiamenti di tipo rigido se consideriamo sistemi di natura meccanica.

Questo ovviamente non significa che le f.d.t. siano uno strumento inutile, ma semplicemente che, **ogni qual volta i blocchi non sono completamente disaccoppiati** o non vi siano a disposizione dei circuiti di disaccoppiamento tra blocchi in cascata/parallelo, come ad esempio buffers o inseguitori di tensione, allora sarà necessario **valutare con attenzione le funzioni di trasferimento** tenendo conto anche della presenza dei blocchi a valle e/o di carico.

Al fine enfatizzare come gli effetti carico possano modificare le f.d.t. in gioco per un sistema in analisi, in Figura 10 si mostra la differenza in termini di f.d.t. tra due sistemi meccanici accoppiati rigidamente a sinistra, oppure accoppiati attraverso un collegamento elastico caratterizzato dai parametri (K_{el}, D_{el}) . Dove J_m, τ_m e q_m rappresentano rispettivamente il momento d'inerzia, la coppia motrice e la posizione angolare di una macchina rotante, mentre J_l e q_l sono le grandezze relative al carico rappresentato da un volano soggetto ad una coppia frenante τ_l . Come possiamo notare, le differenze in termini di schema a blocchi, e quindi di f.d.t. ingresso-uscita, i.e. $q_l(s)/\tau_m(s)$, ovvero posizione del carico rispetto alla coppia motrice, sono sostanziali.

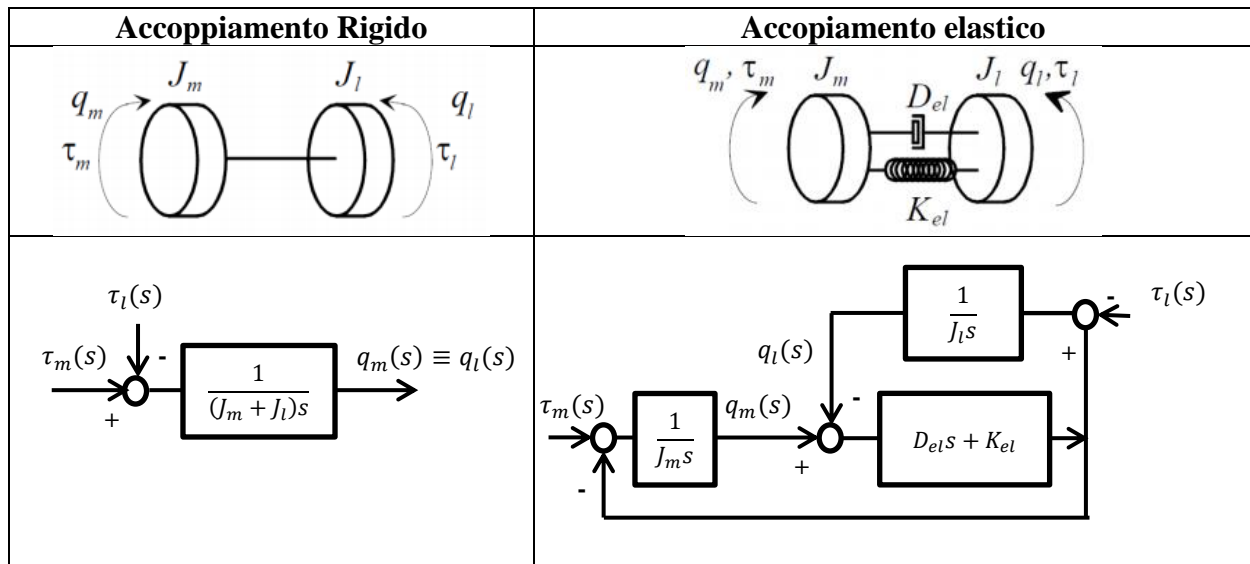


Figura 10. Differenza tra accoppiamento rigido ed accoppiamento elastico.

Tutto questo, per dire che, al fine di progettare i nostri filtri passa-basso, rispettivamente RC ed RLC, dovremo inserire nel calcolo della f.d.t. ingresso-uscita del filtro, ovvero $V_{out}(s)/V_{in}(s)$, anche la resistenza di carico R_L . Infatti proprio quest'ultima influenzerà la costante di tempo del filtro.

Con riferimento allo schema generico di un alimentatore di tensione d.c. riportato in Figura 1, si tiene a precisare che i moderni alimentatori di tensione stabilizzati presentano, a valle del filtro, un ulteriore stadio che si occupa appunto del disaccoppiamento con il carico in maniera che l'utente sia libero di collegare all'alimentare qualsiasi tipo di circuito senza che si verifichino cali di prestazione in termini di tensione d.c., ad ogni modo questo va oltre gli obbiettivi del corso e soprattutto dell'esercitazione.

- **Progetto filtro RC:** Sulla base delle precedenti considerazioni il filtro RC che andremo a realizzare avrà la struttura riportata in Figura 11, dove $R_L = 50\Omega$ sarà parte integrante del filtro e contribuirà come vincolo nella scelta di R_1 e C , insieme alle specifiche sulla $B_3^I \leq 1 \text{ Hz}$ e sul $K_d \in [0.53, 1.17]$.

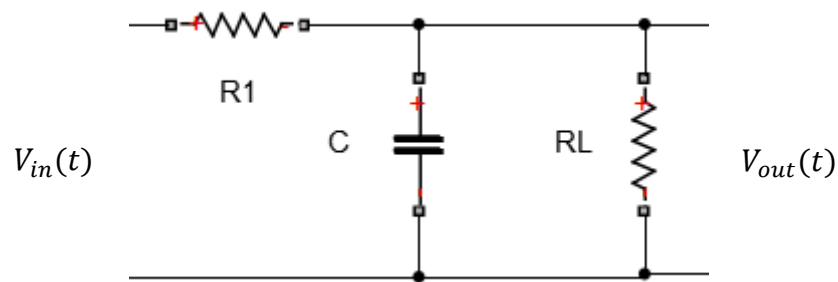


Figura 11. Filtro RC.

La f.d.t. ingresso-uscita da considerare è la seguente:

$$W_I(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{K_d}{1 + \tau_I^* \cdot s} = \frac{R_L}{R_1 + R_L} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{R_1 R_L C}{R_1 + R_L} \right) \cdot s}$$

Da cui, scelto ad esempio $K_d = 50/51 \in [0.53, 1.17]$, si ricava $R_1 = 1\Omega$, mentre in accordo con il vincolo sulla costante di tempo del filtro, si ottiene:

$$\tau_I^* = \frac{1}{2\pi \cdot B_3^I} = \frac{R_1 R_L C}{R_1 + R_L} \rightarrow C = \frac{R_1 + R_L}{2\pi \cdot B_3^I \cdot R_1 R_L} = \frac{1 + 50}{2\pi \cdot 1 \cdot 1 \cdot 50} = 0.01623 \text{ F}$$

- **Progetto filtro RLC:** Essendo $K_d = 1$ un valore ammissibili per il nostro sistema, la struttura riportata in Figura 12 risulta una configurazione adatta per il progetto del nostro filtro RLC.

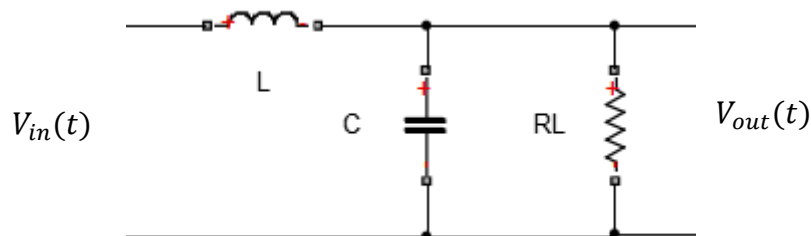


Figura 12. Filtro RLC.

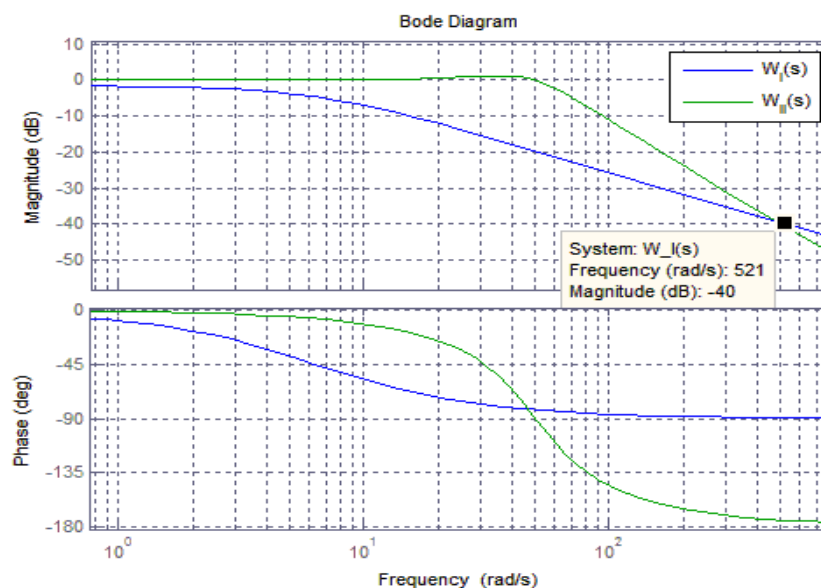


Figura 12. Diagramma di risposta armonica dei due sistemi RC ed RLC progettati.

Analogamente al caso precedente, calcolando la f.d.t. tra l'uscita del raddrizzatore e la tensione ai capi del carico, si ottiene:

$$W_{II}(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{K_d}{1 + \frac{2\xi}{\omega_n} s + \frac{s^2}{\omega_n^2}} = \frac{1}{1 + \frac{L}{R_L} \cdot s + LC \cdot s^2}$$

Da cui, ricordando i seguenti vincoli:

$$\begin{cases} \xi \geq 0.44 \\ \omega_n \in [9.08, 62.28] \end{cases}$$

Fissati ad esempio $\xi = 0.5$ ed $\omega_n = 50$ si ricavano i seguenti valori di induttanza e capacità:

$$L = \frac{2\xi}{\omega_n} \cdot R_L = \frac{2 \cdot 0.5 \cdot 50}{50} = 1 \text{ H} \quad , \quad C = \frac{1}{\omega_n^2 \cdot L} = \frac{1}{0.5 \cdot 50} = 400 \mu\text{F}$$

A conferma, in Figura 12 sono riportati i diagrammi di risposta armonica dei due sistemi RC ed RLC, mentre in Figura 13 e 14 sono riportati rispettivamente la modellazione del sistema in analisi attraverso la libreria SimScape di Simulink ed il confronto tra le due $V_{out}(t)$ per i casi in analisi. Per la modellazione del circuito raddrizzatore sono stati utilizzati dei diodi reali con tensione di soglia pari a 0.6 V. Come possiamo vedere la risposta del sistema RLC risulta molto più pronta rispetto a quella con filtro RC. Dal punto di vista pratico è bene comunque rimarcare che la soluzione RLC può comportare grossi ingombri in quanto un induttore da 1 Henry ha dimensioni considerevoli. Soluzioni alternative possono comunque prevedere l'implementazione dell'induttore attraverso circuiti detti “simulatori di induttanza”, capaci di comportarsi come un induttore, sebbene formati da sole resistenze, capacità ed amplificatori operazionali.

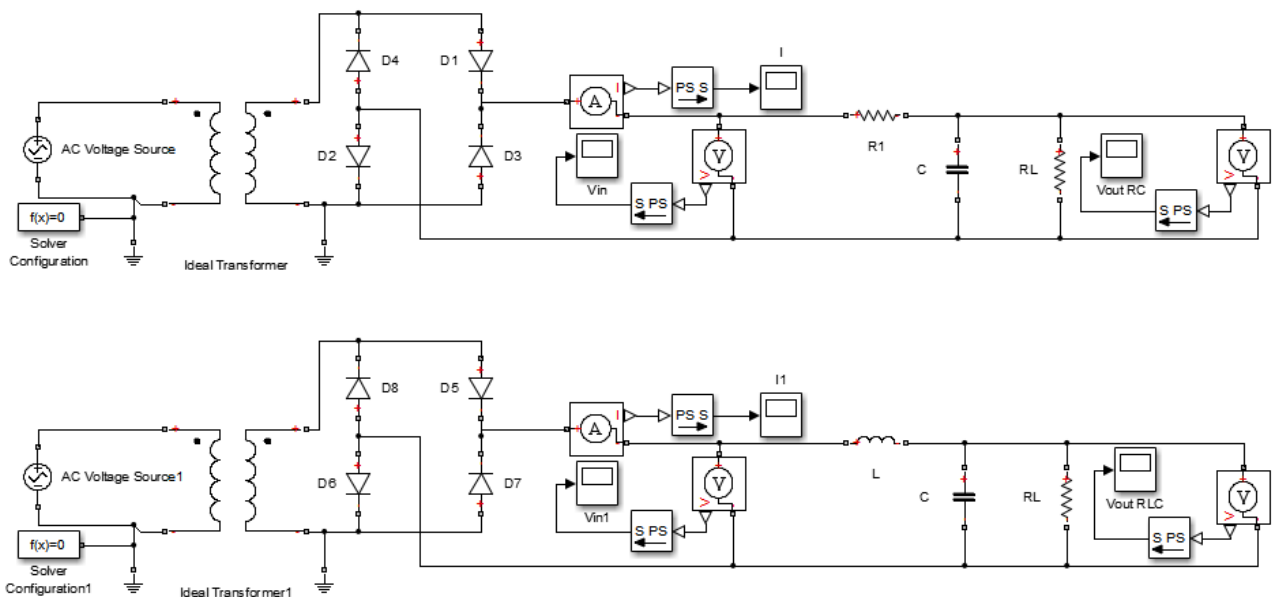


Figura 13. Implementazione Simulink del sistema in analisi.

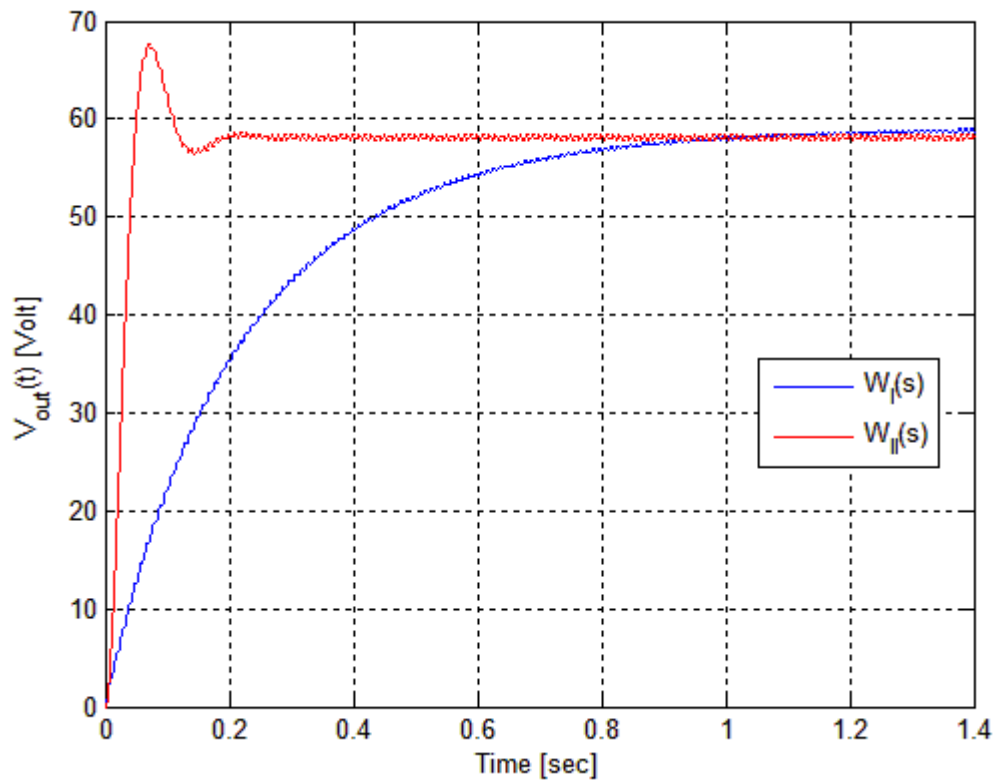


Figura 14. Confronto tra la tensione misurata su carico per i due casi in analisi: RC ed RLC.

Authors: Prof. Elio Usai¹, Ing. Alessandro Pilloni¹.

E. Usai and A. Pilloni are with the Department of Electrical and Electronic Engineering (DIEE), University of Cagliari, Cagliari 09123, Italy. E-mail addresses: {eusai,alessandro.pilloni}@diee.unica.it



This work is licensed under the Creative Commons Attribuzione 3.0 Italia License.
To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/it/>.