

**CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI**

A.A. 2019-2020

Prova scritta in aula del 07.07.2020

Parte II - Testo 1

CdS Edilizia

CdS AdC

CdS SdA

*Nota: Per chi dispone di una propria stampante, i risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; per chi non dispone di stampante occorrerà predisporre un primo foglio nel quale riportare i dati riportati nei riquadri insieme ai risultati; il primo foglio dovrà contenere anche le seguenti informazioni: la prova (I prova intermedia o II prova intermedia), la data dell'appello, il nome e cognome, la matricola, la mail, il corso di studi; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati a seguire. Al termine della prova ed entro il limite di tempo indicato dalla commissione si dovrà caricare il compito svolto sulla piattaforma TEAMS in forma di unico file PDF le immagini fotografiche del primo foglio e a seguire dello svolgimento. Il file va nominato: cognome\_matricola\_data dell'appello.*

*Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

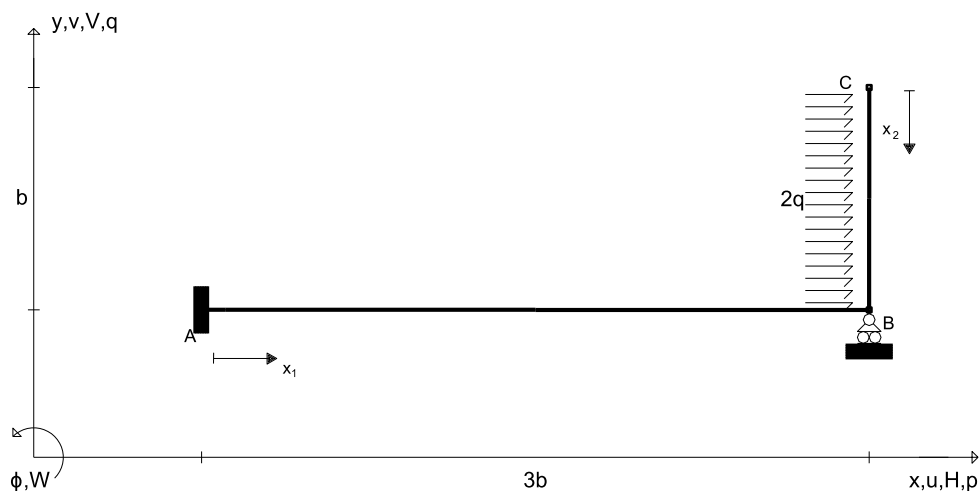
**Esercizio n. 1 (17 punti)**

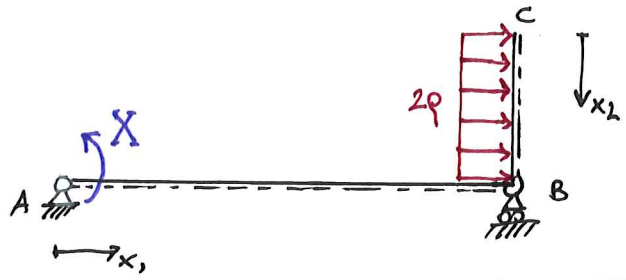
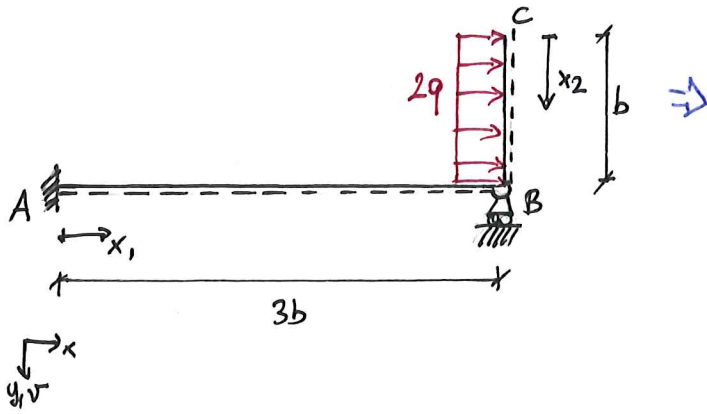
Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo come incognita iperstatica il momento d'incastro  $M_A$ . Dopo avere determinato l'iperstatica tenendo conto solo della deformabilità flessionale, calcolare le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciare nello spazio predisposto i corrispondenti grafici.

*Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.*

Universita' di Cagliari

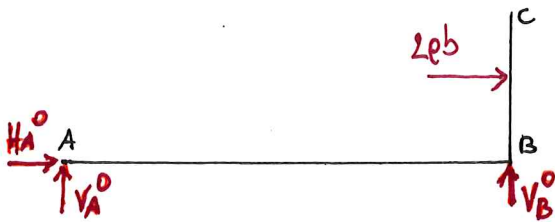
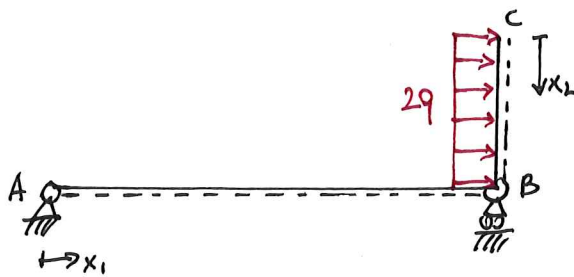
SdC\_SdA 07.07.20\*001





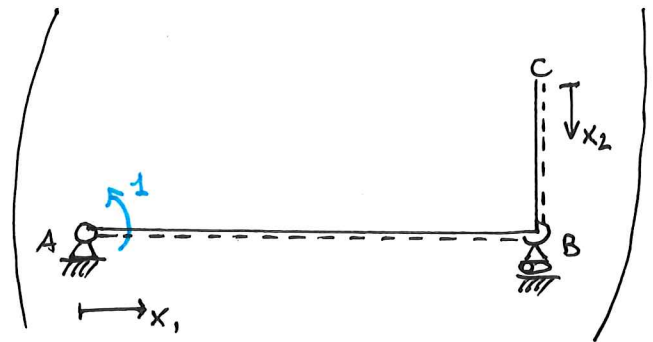
EQUAZIONE DI COMPATTA:  $\varphi_A(q, X) = 0$

SISTEMA PRINCIPALE SPO

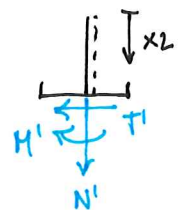
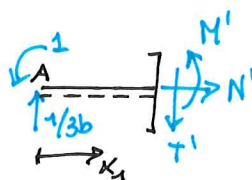
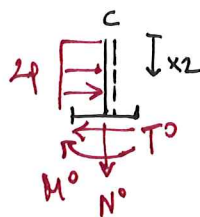
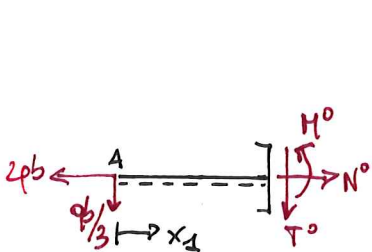
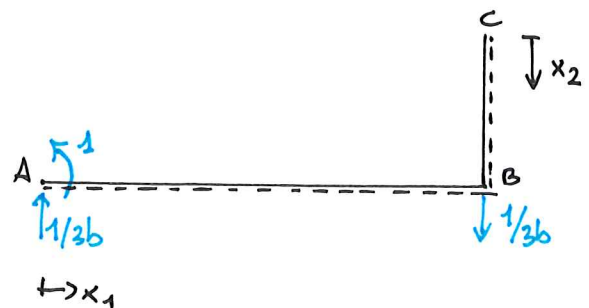
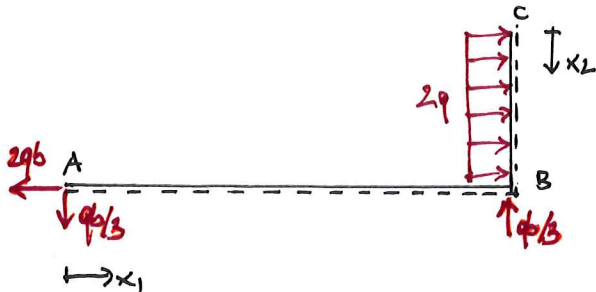


$\rightarrow R_x = 0 \quad H_A^0 + 2qb = 0 \quad (1) \quad H_A^0 = -2qb$   
 $\uparrow R_y = 0 \quad V_A^0 + V_B^0 = 0 \quad (3) \quad V_A^0 = -qb/3$   
 $\sum M_{x(A)} = 0 \quad V_B^0 \cdot 3b - 2qb \cdot b/2 = 0 \quad (2) \quad V_B^0 = qb/3$

SISTEMA AUSILIARIO SA1



$\rightarrow R_x = 0 \quad H_A^1 = 0$   
 $\uparrow R_y = 0 \quad V_A^1 + V_B^1 = 0 \quad (2) \quad V_A^1 = 1/3b$   
 $\sum M_{x(A)} = 0 \quad 1 + V_B^1 \cdot 3b = 0 \quad (1) \quad V_B^1 = -1/3b$

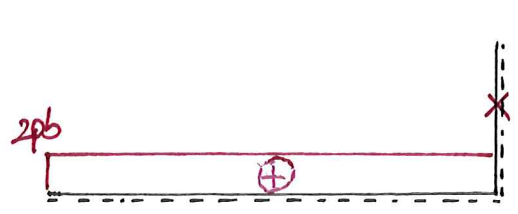


AB  $0 \leq x_1 \leq 3b$

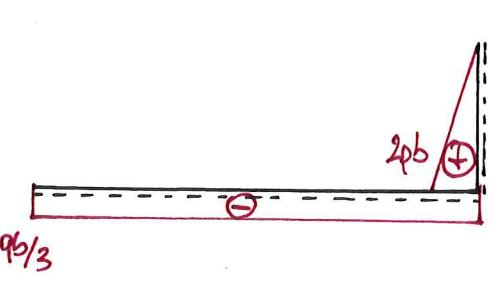
CB  $0 \leq x_2 \leq b$

AB  $0 \leq x_1 \leq 3b$

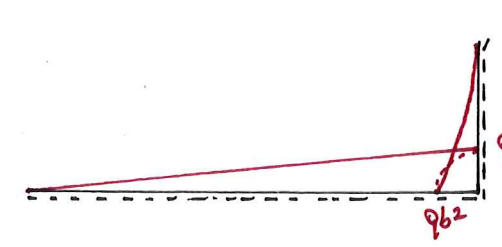
CB  $0 \leq x_2 \leq b$



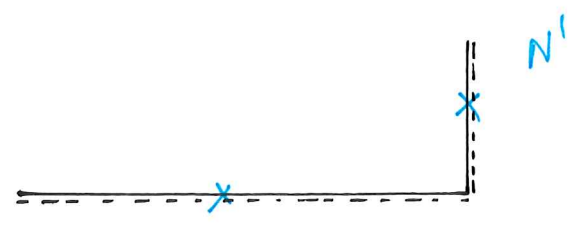
$N^0_{AB} = 2qb$        $N^0_{CB} = 0$



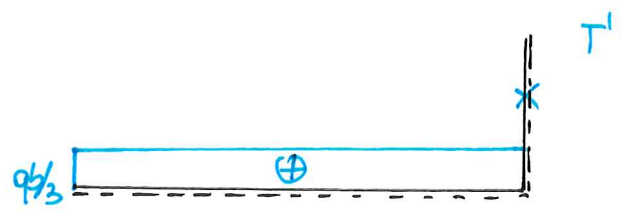
$T^0_{AB} = -qb/3$        $T^0_{CB} = 2q \times 2$



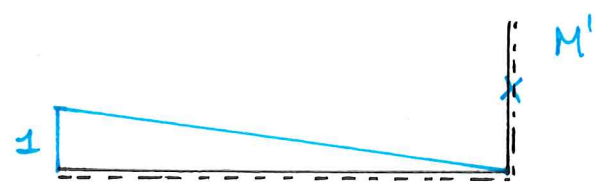
$M^0_{AB} = -qb/3 \times 1$        $M^0_{CB} = -qx^2$



$N^1_{AB} = 0$        $N^1_{CB} = 0$



$T^1_{AB} = 1/3b$        $T^1_{CB} = 0$



$M^1_{AB} = -1 + 1/3x_1$        $M^1_{CB} = 0$

$\delta L_e = \delta L_i$

$\delta L_e = 1 \cdot \varphi_A \Rightarrow \varphi_A = 0 \Rightarrow \delta L_e = 1 \cdot 0 = 0 \Rightarrow \delta L_i = 0 \Rightarrow \delta L_e = \delta L_i \Rightarrow \delta L_i = 0$

$\delta L_i = \int_{e_i} N^1(x) \epsilon_x dx + \int_{e_i} T^1(x) \chi_x dx + \int_{e_i} M^1(x) \chi_x dx = 0 \Rightarrow \delta L_i = \int_{e_i} M^1(x) \chi_x dx$

$X_x = \frac{M^0(x) + X M^1(x)}{\epsilon_x} \Rightarrow \delta L_i = \int_{e_i} M^1(x) \frac{M^0(x) + X M^1(x)}{\epsilon_x} dx = \int_{e_i} \frac{M^0(x) M^1(x)}{\epsilon_x} dx + X \int_{e_i} \frac{M^1(x)^2}{\epsilon_x} dx$

$C_{10} + X C_{11} = 0 \Rightarrow X = -\frac{C_{10}}{C_{11}}$

Точка	L	$M^0(x)$	$M^1(x)$	$M^0(x) \cdot M^1(x)$	$M^1(x)^2$
AB	3b	$-qb/3 \times 1$	$-1 + 1/3b \times 1$	$qb/3 \times 1 - q/9 \times 1^2$	$1 - 2/3b \times 1 + 1/9b^2 \times 1^2$
CB	b	$-qx^2$	0	0	0

$$C_{10} = \int_0^{3b} \frac{(qb/3 x_1 - q/9 x_1^2)}{EI} dx = \frac{1}{EI} \left[ \frac{qb}{3} \left( \frac{x_1^2}{2} \right) - \frac{q}{9} \left( \frac{x_1^3}{3} \right) \right]_0^{3b} = \frac{1}{EI} \left[ \frac{qb}{6} x_1^2 - \frac{q}{27} x_1^3 \right]_0^{3b} = \frac{1}{EI} \left[ \frac{qb}{6} (3b)^2 - \frac{q}{27} (3b)^3 \right]$$

$$= \frac{1}{EI} \left[ \frac{qb}{6} (9b^2) - \frac{q}{27} (27b^3) \right] = \left[ \frac{3qb^3}{2} - qb^3 \right] = \frac{qb^3}{2EI}$$

$C_{10} = \frac{qb^3}{2EI}$

$$C_{11} = \int_0^{3b} \frac{(1 - 2/3b x_1 + 1/9b^2 x_1^2)}{EI} dx = \frac{1}{EI} \left[ x_1 - \frac{2}{3b} \left( \frac{x_1^2}{2} \right) + \frac{1}{9b^2} \left( \frac{x_1^3}{3} \right) \right]_0^{3b} = \frac{1}{EI} \left[ x_1 - \frac{1}{3b} x_1^2 + \frac{1}{27b^2} x_1^3 \right]_0^{3b}$$

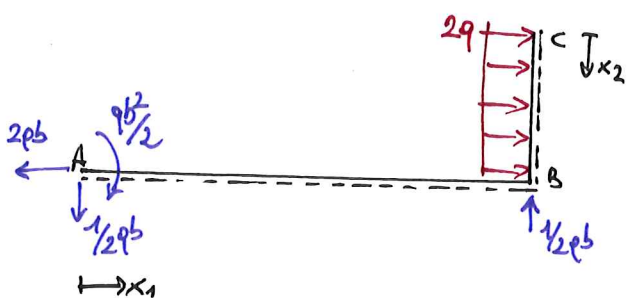
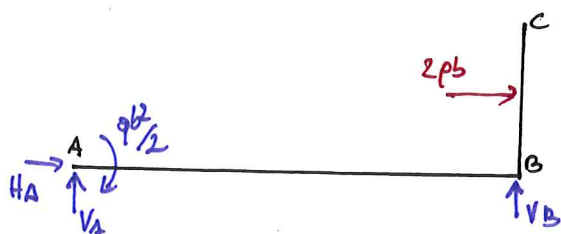
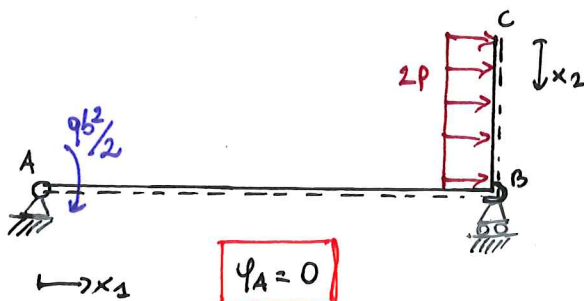
$$= \frac{1}{EI} \left[ 3b - \frac{1}{3b} (3b)^2 + \frac{1}{27b^2} (3b)^3 \right] = \frac{1}{EI} \left[ 3b - \frac{1}{3b} (9b^2) + \frac{1}{27b^2} (27b^3) \right] = \frac{1}{EI} \left[ 3b - 3b + b \right] = \frac{b}{EI}$$

$C_{11} = \frac{b}{EI}$

$$X = -\frac{C_{10}}{C_{11}}$$

$$X = -\left( \frac{qb^3}{2EI} \right) \left( \frac{EI}{b} \right)$$

$X = -\frac{qb^2}{2}$



$$\underline{H_A} = \underline{H_A^0} + X \underline{H_A^1} \Rightarrow -2pb + \left( -\frac{qb^2}{2} \right) (0) = -2pb$$

$$\underline{V_A} = \underline{V_A^0} + X \underline{V_A^1} \Rightarrow -qb/3 + \left( -\frac{qb^2}{2} \right) \left( \frac{1}{3b} \right) = -1/2 qb$$

$$\underline{V_B} = \underline{V_B^0} + X \underline{V_B^1} \Rightarrow qb/3 + \left( -\frac{qb^2}{2} \right) \left( -\frac{1}{2b} \right) = 1/2 qb$$

$$\underline{N_{AB}} = \underline{N_{AB}^0} + X \underline{N_{AB}^1} \Rightarrow 2pb + \left( -\frac{qb^2}{2} \right) (0) = 2pb$$

$$\underline{N_{CB}} = \underline{N_{CB}^0} + X \underline{N_{CB}^1} \Rightarrow 0 + \left( -\frac{qb^2}{2} \right) (0) = 0$$

$$\underline{T_{AB}} = \underline{T_{AB}^0} + X \underline{T_{AB}^1} \Rightarrow -qb/3 + \left( -\frac{qb^2}{2} \right) \left( \frac{qb}{3} \right) = -qb/2$$

$$\underline{T_{CB}} = \underline{T_{CB}^0} + X \underline{T_{CB}^1} \Rightarrow 2qx_2 + \left( -\frac{qb^2}{2} \right) (0) = 2px_2$$

$$\underline{M_{AB}} = \underline{M_{AB}^0} + X \underline{M_{AB}^1} \Rightarrow -qb/3 x_1 + \left( -\frac{qb^2}{2} \right) \left( -1 + \frac{1}{3b} x_1 \right) =$$

$$= -\frac{qb}{3} x_1 + \frac{qb^2}{2} - \frac{qb}{6} x_1 = \frac{1}{2} qb^2 - \frac{1}{2} qb x_1$$

$$\underline{M_{CB}} = \underline{M_{CB}^0} + X \underline{M_{CB}^1} \Rightarrow -qx_2^2 + \left( -\frac{qb^2}{2} \right) (0) = -qx_2^2$$

**CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI**

A.A. 2019-2020

Prova scritta in aula del 07.07.2020

Parte II - Testo 1

CdS Edilizia

CdS AdC

CdS SdA

*Nota: Per chi dispone di una propria stampante, i risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; per chi non dispone di stampante occorrerà predisporre un primo foglio nel quale riportare i dati riportati nei riquadri insieme ai risultati; il primo foglio dovrà contenere anche le seguenti informazioni: la prova (I prova intermedia o II prova intermedia), la data dell'appello, il nome e cognome, la matricola, la mail, il corso di studi; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati a seguire. Al termine della prova ed entro il limite di tempo indicato dalla commissione si dovrà caricare il compito svolto sulla piattaforma TEAMS in forma di unico file PDF le immagini fotografiche del primo foglio e a seguire dello svolgimento. Il file va nominato: cognome\_matricola\_data dell'appello.*

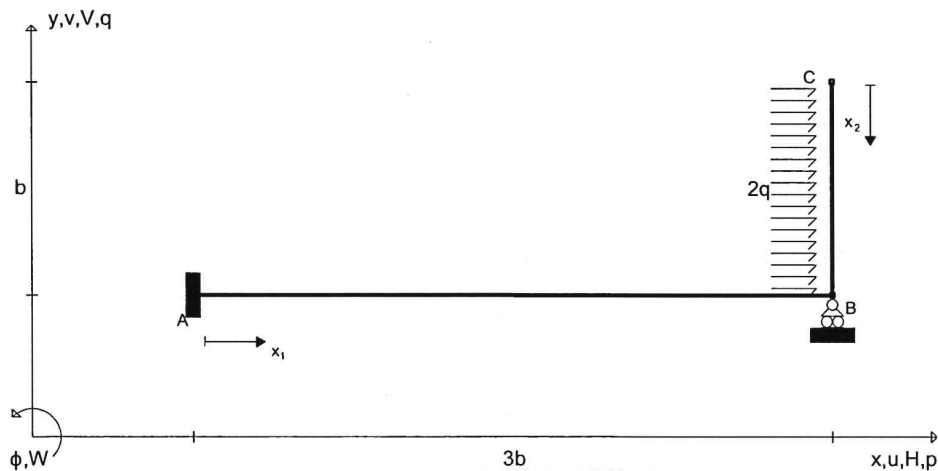
*Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

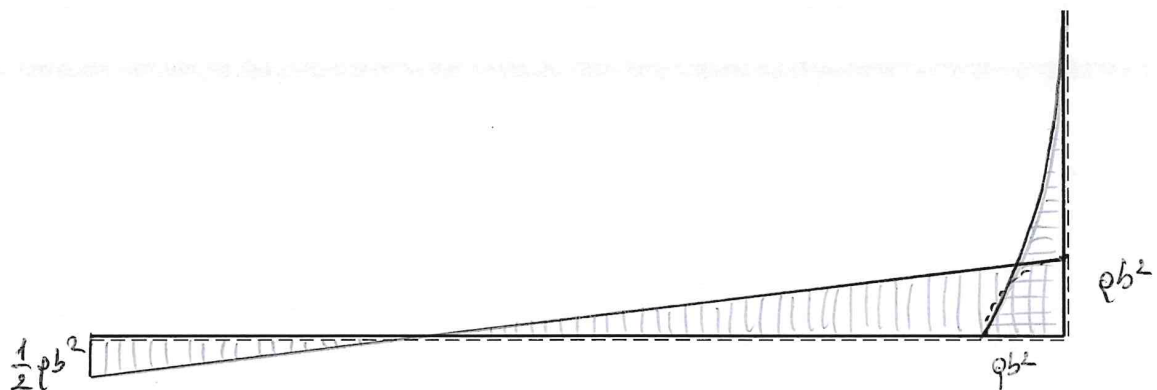
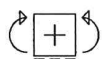
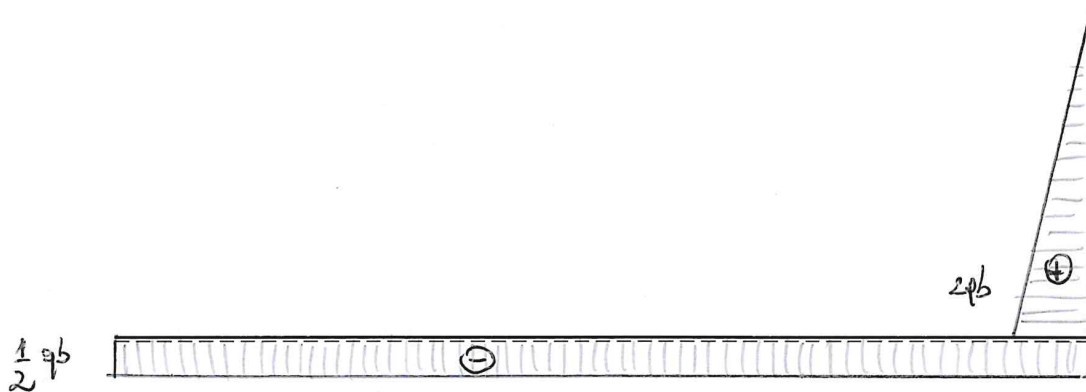
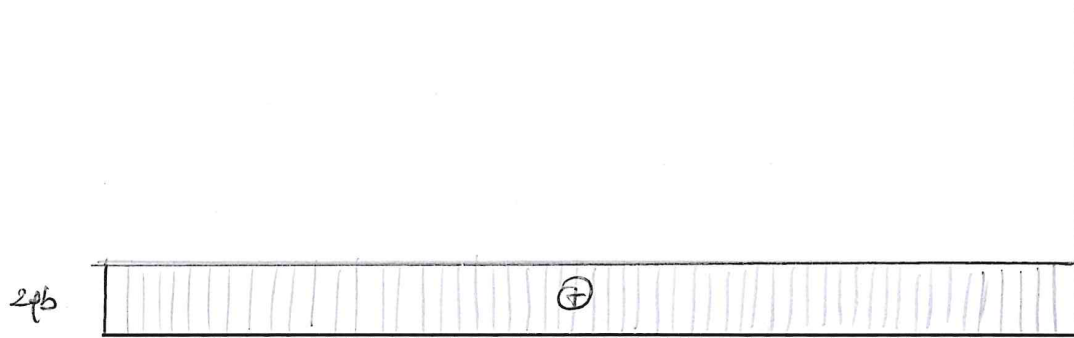
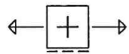
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

**Esercizio n. 1 (17 punti)**

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo come incognita iperstatica il momento d'incastro  $M_A$ . Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciare nello spazio predisposto i corrispondenti grafici.

*Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.*





$H_A (\Rightarrow) = -2qb$	$V_A (\uparrow) = -1/2 qb$	$M_A (\curvearrowright) = -1/2 qb^2$	$V_B (\uparrow) = 1/2 qb$
$N_{AB} = 2qb$	$T_{AB} = -1/2 qb$	$M_{AB} = 1/2 qb^2 - 1/2 qb \times l$	
$N_{CB} = 0$	$T_{CB} = 2q \times l$	$M_{CB} = -q \times l^2$	