

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2019-2020

Prova scritta in aula del 25.03.2021

Parte II - Testo 1

CdS Edilizia

CdS AdC

CdS SdA

Nota: Per chi dispone di una propria stampante, i risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; per chi non dispone di stampante occorrerà predisporre un primo foglio nel quale riportare i dati riportati nei riquadri insieme ai risultati; il primo foglio dovrà contenere anche le seguenti informazioni: la prova (I prova intermedia o II prova intermedia), la data dell'appello, il nome e cognome, la matricola, la mail, il corso di studi; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati a seguire. Al termine della prova ed entro il limite di tempo indicato dalla commissione si dovrà caricare il compito svolto sulla piattaforma TEAMS in forma di unico file PDF le immagini fotografiche del primo foglio e a seguire dello svolgimento. Il file va nominato: cognome_matricola_data dell'appello.

Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

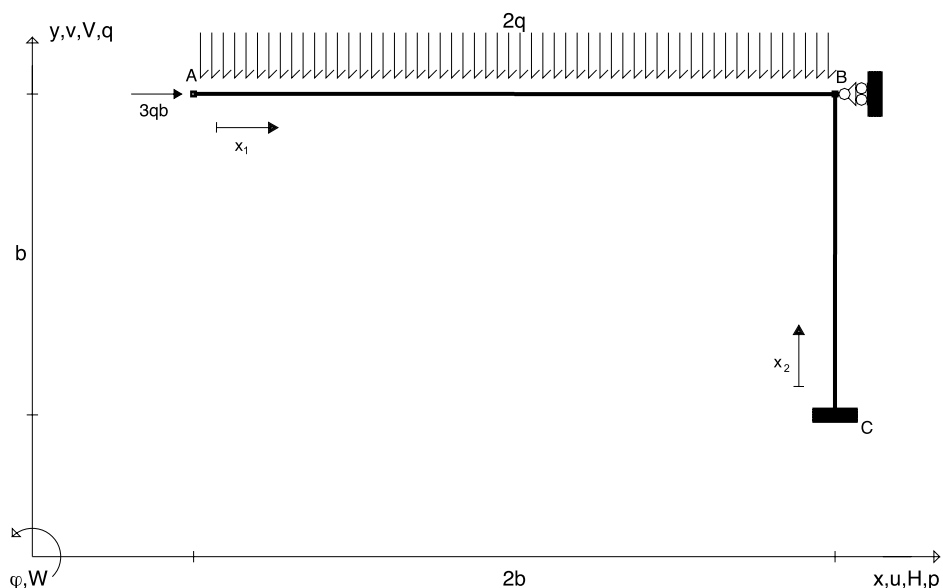
Esercizio n. 1 (17 punti)

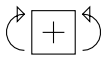
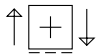
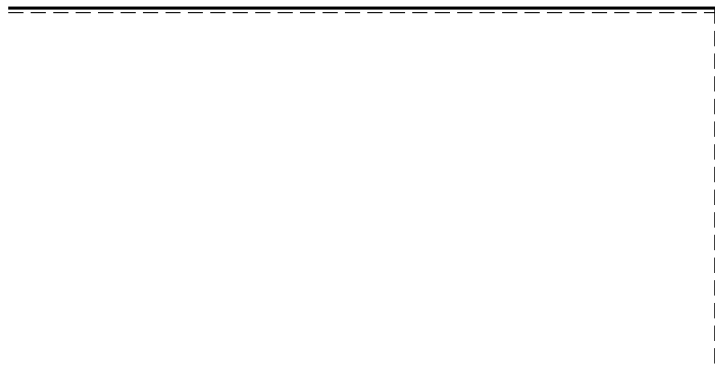
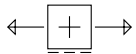
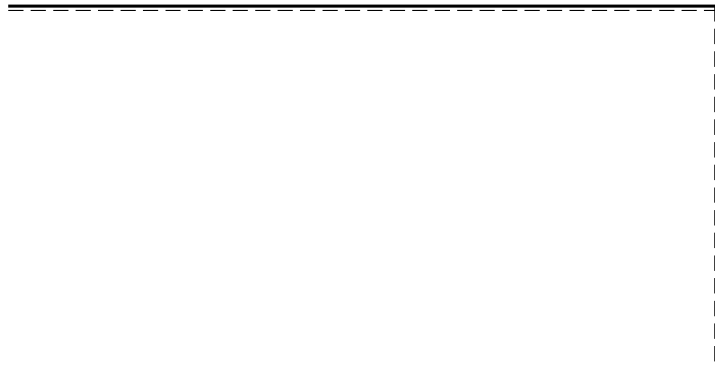
Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo come incognita iperstatica il momento di incastro in C M_C . Dopo avere determinato l'iperstatica tenendo conto solo della deformabilità flessionale, calcolare le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciare nello spazio predisposto i corrispondenti grafici.

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

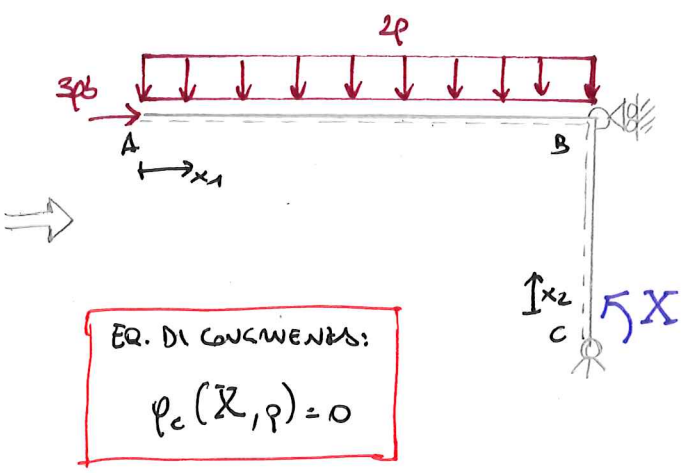
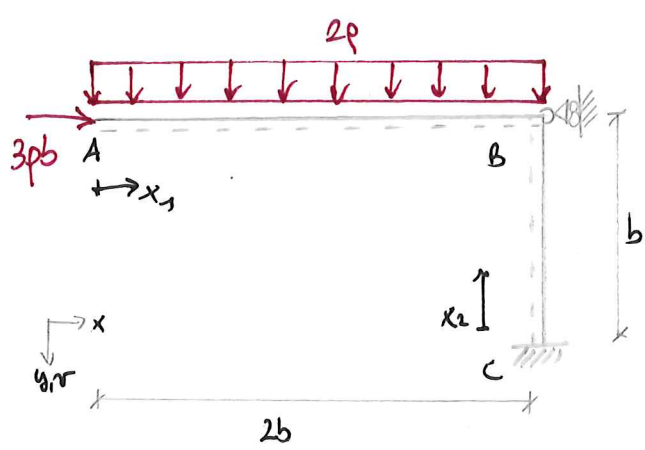
Universita' di Cagliari

SdC_SdA 25.03.21*001

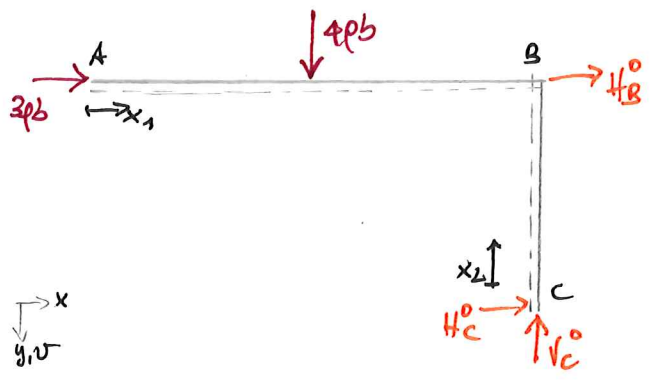




$H_B (\Rightarrow) = \dots\dots\dots; H_C (\Rightarrow) = \dots\dots\dots; V_C (\uparrow) = \dots\dots\dots; M_C (\curvearrowright) = \dots\dots\dots;$
 $N_{AB} = \dots\dots\dots; T_{AB} = \dots\dots\dots; M_{AB} = \dots\dots\dots;$
 $N_{CB} = \dots\dots\dots; T_{CB} = \dots\dots\dots; M_{CB} = \dots\dots\dots;$

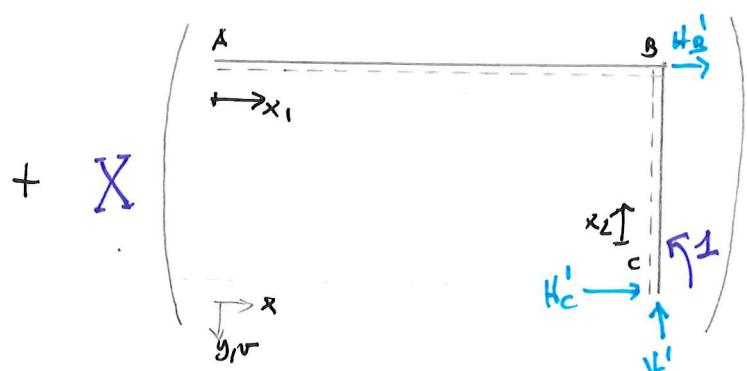


SISTEMA PRINCIPALE SP0

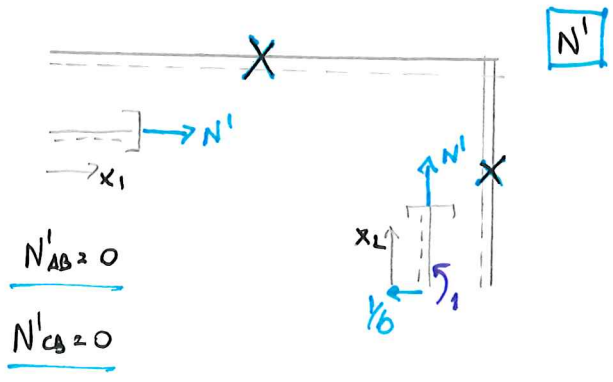
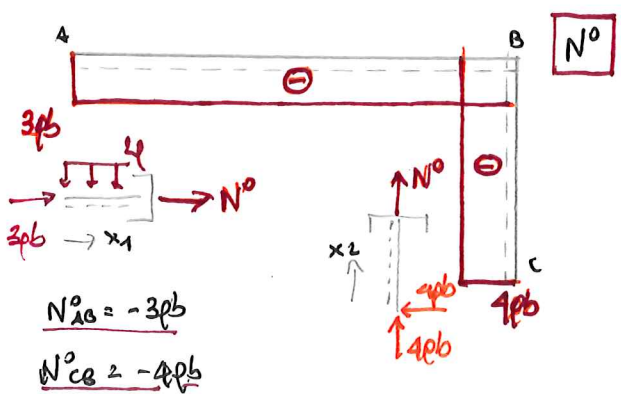
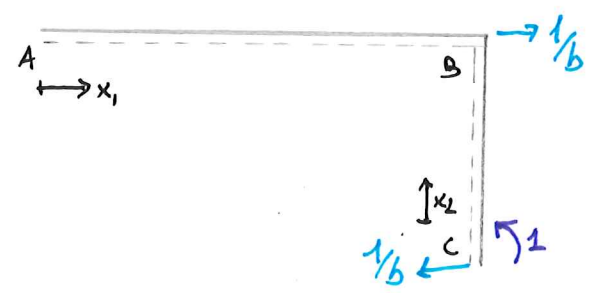
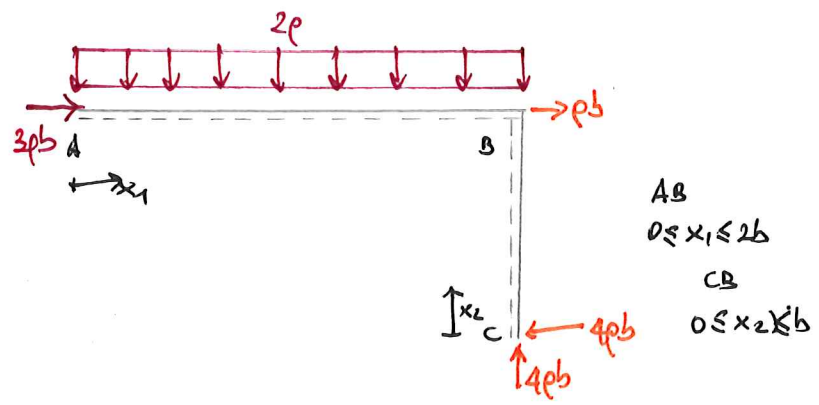


$\rightarrow R_x = 0 \quad H_B^0 + H_C^0 + 3pb = 0 \quad (3) \Rightarrow H_B^0 = 9pb$
 $\uparrow R_y = 0 \quad V_C^0 - 4pb = 0 \quad (1) \Rightarrow V_C^0 = 4pb$
 $\curvearrowright M_{(B)} = 0 \quad H_C^0 b + 4pb^2 = 0 \quad (2) \Rightarrow H_C^0 = -4pb$

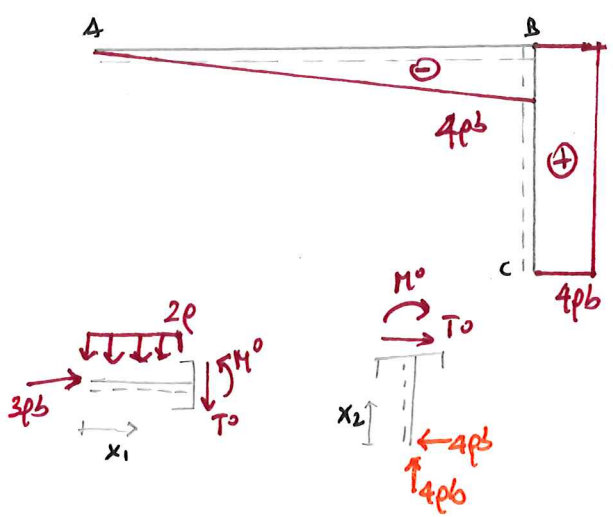
SISTEMA AUXILIARE 1 SA1



$\rightarrow R_x = 0 \quad H_B^1 + H_C^1 = 0 \quad (3) \Rightarrow H_C^1 = -\frac{1}{b}$
 $\uparrow R_y = 0 \quad V_C^1 = 0 \quad (1) \Rightarrow V_C^1 = 0$
 $\curvearrowright M_{(C)} = 0 \quad 1 - H_B^1 b = 0 \quad (2) \Rightarrow H_B^1 = \frac{1}{b}$



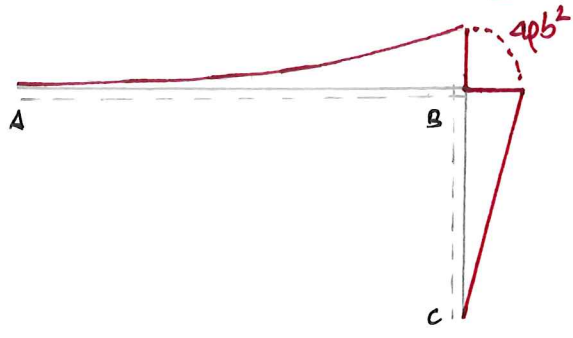
T^0



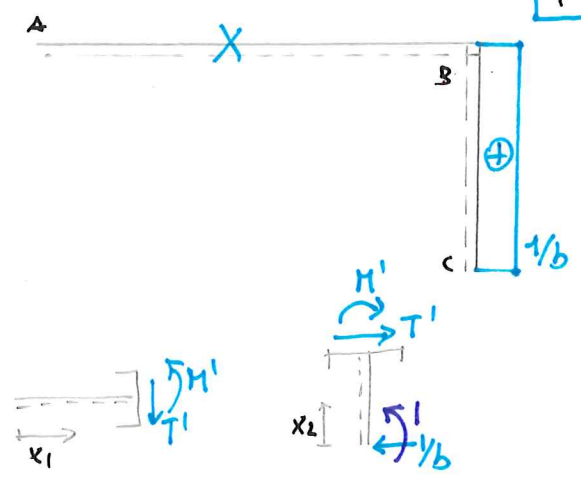
$T_{AB}^0 = -2px_1$ $T_{CB}^0 = 4qb$

$M_{AB}^0 = -qx_1^2$ $M_{CB}^0 = -4qb x_2$

M^0



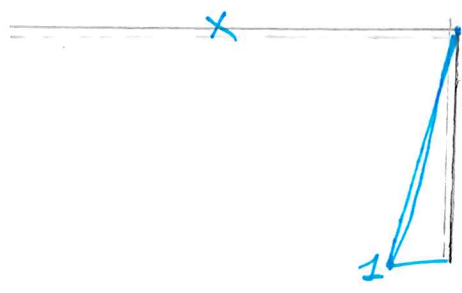
T^1



$T_{AB}^1 = 0$ $T_{CB}^1 = 1/b$

$M_{AB}^1 = 0$ $M_{CB}^1 = +1 - 1/b x_2$

M^1



$\delta L_e = \delta L_i$

$\delta L_e = 1 \cdot \varphi_c \Rightarrow \varphi_c = 0 \Rightarrow \delta L_e = 1 \cdot 0 = 0 \Rightarrow \delta L_e = \delta L_i \Rightarrow \delta L_i = 0$

$\delta L_i = \int_{l_i} N'(x) \chi_x dx + \int_{l_i} T'(x) \chi_x dx + \int_{l_i} M'(x) \chi_x dx = 0$

$\chi_x = \frac{M^0(x) + X M^1(x)}{E \Delta}$

$\delta L_i = \int_{l_i} M^1(x) \frac{M^0(x) + X M^1(x)}{E \Delta} dx = \int_{l_i} \frac{M^0(x) M^1(x)}{E \Delta} dx + X \int_{l_i} \frac{M^1(x)^2}{E \Delta} dx = 0$

$C_{20} + X C_{11} = 0 \Rightarrow X = -\frac{C_{20}}{C_{11}}$

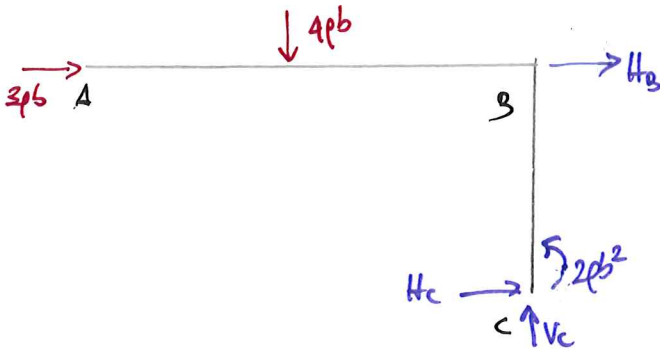
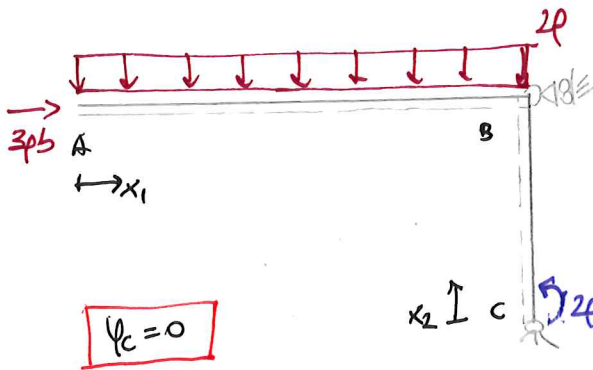
T_{AB}^0	L	M^0	M^1	$M^0 M^1$	M^1^2
AB	2b	$-px_1^2$	0	0	0
CB	b	$-4qb x_2$	$+1 - 1/b x_2$	$-4qb x_2 + 4qb x_2^2$	$1 - 2/b x_2 + 1/b^2 x_2^2$

$$C_{10} = \int_0^b \frac{M^0(x) M^1(x)}{EI} dx = \int_0^b \frac{-4pbx_2 + 4px_2^2}{EI} dx = \frac{1}{EI} \int_0^b (-4pbx_2 + 4px_2^2) dx = \frac{1}{EI} \left[-4pb \frac{x_2^2}{2} + 4p \frac{x_2^3}{3} \right]_0^b = \frac{1}{EI} \left[-2pb^3 + \frac{4}{3}pb^3 \right] = \frac{-2pb^3 + \frac{4}{3}pb^3}{EI} = \frac{-\frac{2}{3}pb^3}{EI}$$

$$C_{11} = \int_0^b \frac{M^1(x)^2}{EI} dx = \int_0^b \frac{(1 - \frac{2}{b}x_2 + \frac{1}{b^2}x_2^2)^2}{EI} dx = \frac{1}{EI} \int_0^b \left(1 - \frac{2}{b}x_2 + \frac{1}{b^2}x_2^2 \right) dx = \frac{1}{EI} \left[x_2 - \frac{2}{b} \frac{x_2^2}{2} + \frac{1}{b^2} \frac{x_2^3}{3} \right]_0^b = \frac{1}{EI} \left[b - b + \frac{b}{3} \right] = \frac{b}{3EI}$$

$$X = -\frac{C_{10}}{C_{11}} = -\left(\frac{-\frac{2}{3}pb^3}{EI} \right) \left(\frac{3EI}{b} \right) = +2pb^2$$

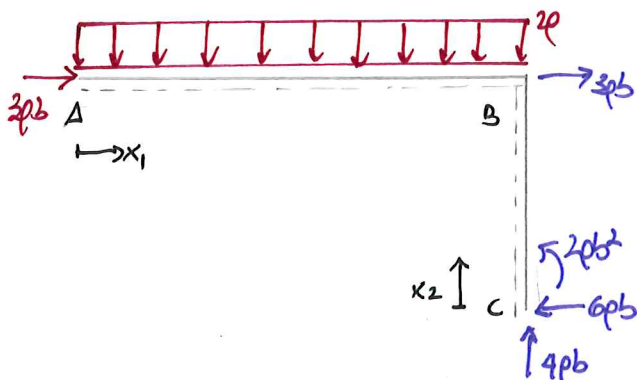
$$X = +2pb^2$$



$$H_B = H_B^0 + X H_B^1 \Rightarrow qb + (2pb^2) \frac{1}{b} = 3pb$$

$$H_C = H_C^0 + X H_C^1 \Rightarrow -4pb + (2pb^2) \left(-\frac{1}{b}\right) = -6pb$$

$$V_C = V_C^0 + X V_C^1 \Rightarrow 4pb + (2pb^2) (0) = 4pb$$



$$N_{AB} = N_{AB}^0 + X N_{AB}^1 \Rightarrow -3pb + (2pb^2) (0) = -3pb$$

$$N_{CB} = N_{CB}^0 + X N_{CB}^1 \Rightarrow -4pb + (2pb^2) (0) = -4pb$$

$$T_{AB} = T_{AB}^0 + X T_{AB}^1 \Rightarrow -2px_1 + (2pb^2) (0) = -2px_1$$

$$T_{CB} = T_{CB}^0 + X T_{CB}^1 \Rightarrow 4pb + (2pb^2) \left(\frac{1}{b}\right) = 6pb$$

$$M_{AB} = M_{AB}^0 + X M_{AB}^1 \Rightarrow -px_1^2 + (2pb^2) (0) = -px_1^2$$

$$M_{CB} = M_{CB}^0 + X M_{CB}^1 \Rightarrow -4pbx_2 + (2pb^2) \left(1 - \frac{1}{b}x_2\right) = 2pb^2 - 6pbx_2$$

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2019-2020

Prova scritta in aula del 25.03.2021

Parte II - Testo I

CdS Edilizia

CdS AdC

CdS SdA

Nota: Per chi dispone di una propria stampante, i risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; per chi non dispone di stampante occorrerà predisporre un primo foglio nel quale riportare i dati riportati nei riquadri insieme ai risultati; il primo foglio dovrà contenere anche le seguenti informazioni: la prova (I prova intermedia o II prova intermedia), la data dell'appello, il nome e cognome, la matricola, la mail, il corso di studi; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati a seguire. Al termine della prova ed entro il limite di tempo indicato dalla commissione si dovrà caricare il compito svolto sulla piattaforma TEAMS in forma di unico file PDF le immagini fotografiche del primo foglio e a seguire dello svolgimento. Il file va nominato: cognome_matricola_data dell'appello.

Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

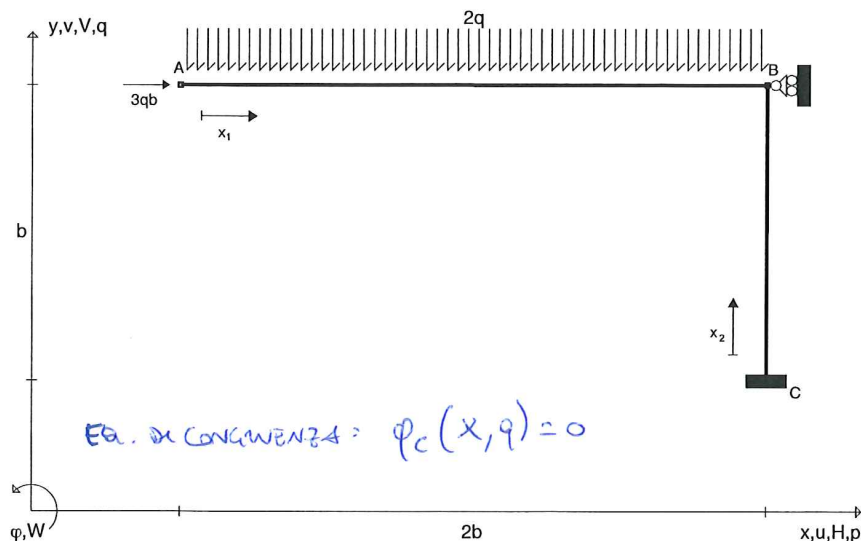
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

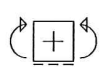
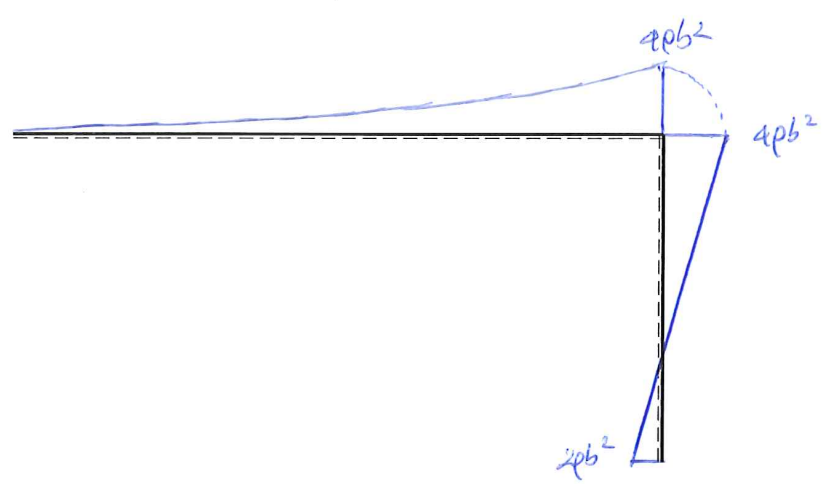
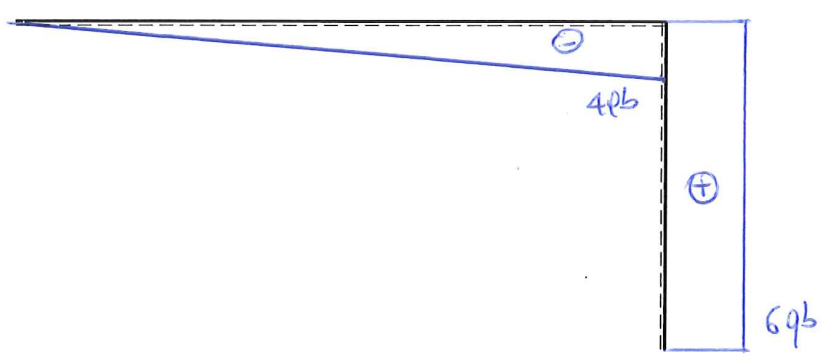
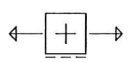
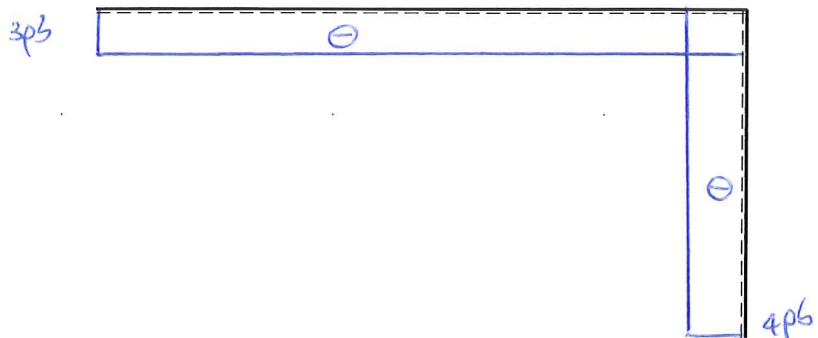
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo come incognita iperstatica il momento di incastro in C M_c . Dopo avere determinato l'iperstatica tenendo conto solo della deformabilità flessionale, calcolare le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciare nello spazio predisposto i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 25.03.21*001





$H_B (\Rightarrow) = 3pb$	$H_C (\Rightarrow) = -6pb$	$V_C (\hat{u}) = 4pb$	$M_C (\hat{\varphi}) = 2pb^2$
$N_{AB} = -3pb$	$T_{AB} = -2px_1$	$M_{AB} = -px_1^2$	
$N_{CB} = -4pb$	$T_{CB} = 6pb$	$M_{CB} = 2pb^2 - 6pbx_2$	