

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2019-2020

Prova scritta in aula del 17.04.2020

Parte II - Testo I

CdS Edilizia

CdS AdC

CdS SdA

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

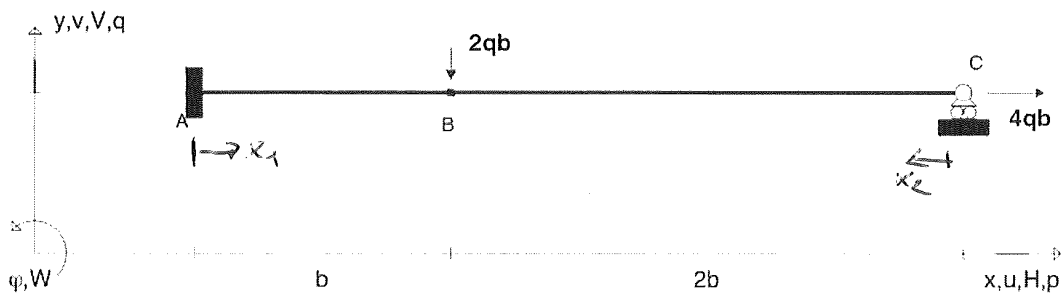
Esercizio n. 1 (19 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, l'appoggio in C, V_C .

Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 17.04.20*001

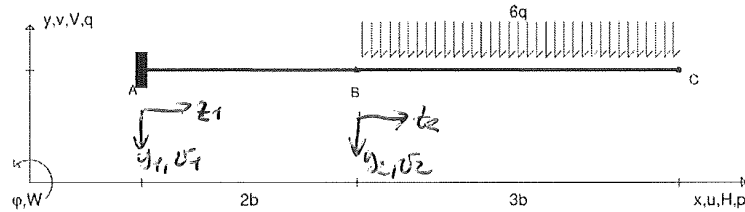


Esercizio n. 2 (14 punti)

Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti *A*, *B* e *C*.

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. Lo spostamento verticale del punto *B*, v_B ;
4. La rotazione del punto *C*, φ_C



$\uparrow (+)$

$\curvearrowright (+)$

$H_A (\Rightarrow) = \dots\dots\dots; V_A (\hat{v}) = \dots\dots\dots; M_A (\hat{\phi}) = \dots\dots\dots;$

$N_{AB} = \dots\dots\dots; T_{AB} = \dots\dots\dots; M_{AB} = \dots\dots\dots;$

$N_{BC} = \dots\dots\dots; T_{BC} = \dots\dots\dots; M_{BC} = \dots\dots\dots;$

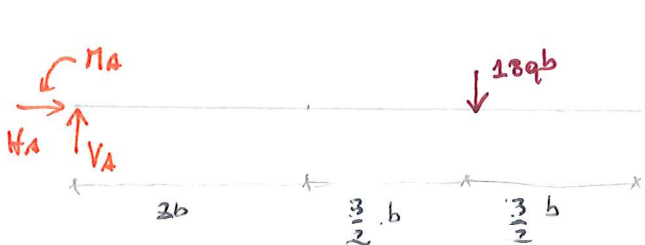
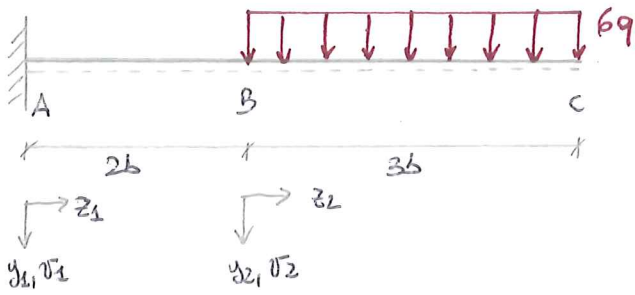
c.c in *A* = $\dots\dots\dots$; c.c in *B* = $\dots\dots\dots$;

c.c in *C* = $\dots\dots\dots$;

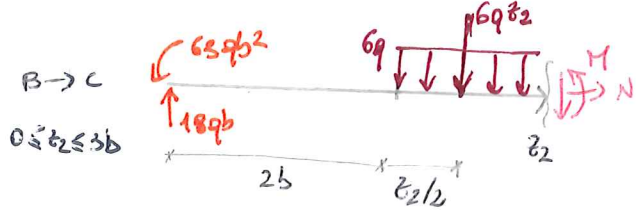
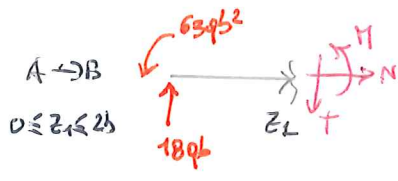
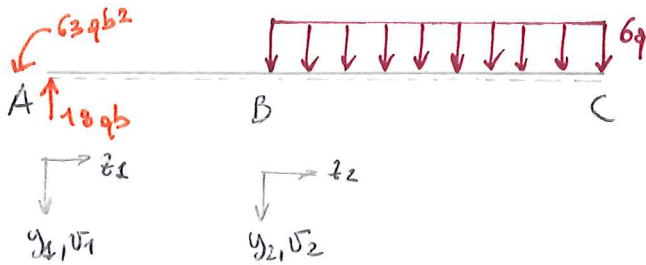
$v_1(z_1) = \dots\dots\dots; v_1'(z_1) = \dots\dots\dots;$

$v_2(z_2) = \dots\dots\dots; v_2'(z_2) = \dots\dots\dots;$

$v_B = \dots\dots\dots; \varphi_C = \dots\dots\dots;$

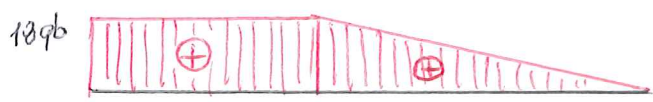


$$\begin{cases} \rightarrow R_x = 0 & H_A = 0 \\ \uparrow R_y = 0 & V_A - 18qb = 0 \quad V_A = 18qb \\ \sum M_{(A)} = 0 & M_A - 18qb \cdot \frac{7}{2}b = 0 \quad M_A = 63qb^2 \end{cases}$$



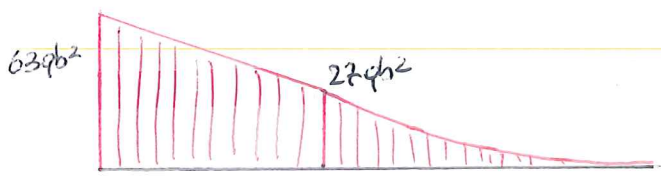
N

$$N_{AB} = 0 \quad N_{BC} = 0$$



T

$$T_{AB} = 18qb \quad T_{BC} = 18qb - 6qz_2$$



M

$$M_{AB} = -63qb^2 + 18qbz_1$$

$$\begin{aligned} M_{CB} &= -63qb^2 + 36qb^2 + 18qbz_2 - 6qz_2 \frac{z_2}{2} = \\ &= -27qb^2 + 18qbz_2 - 3qz_2^2 \end{aligned}$$

$$M_x(z_1) = -63qb^2 + 18qbz_1 \quad 0 \leq z_1 \leq 2b \quad A \rightarrow B$$

$$M_x(z_2) = -27qb^2 + 18qbz_2 - 3qz_2^2 \quad 0 \leq z_2 \leq 3b \quad B \rightarrow C$$

$$V = v_1 \cup v_2$$

$$\left. \begin{aligned} v_1''(z_1) &= + \frac{63qb^2}{EJ} - \frac{18qb}{EJ} z_1 \\ v_1'(z_1) &= + \frac{63qb^2}{EJ} z_1 - \frac{18qb}{EJ} \frac{z_1^2}{2} + A_1 \\ v_1(z_1) &= + \frac{63qb^2}{EJ} \frac{z_1^2}{2} - \frac{18qb}{2EJ} \frac{z_1^3}{3} + A_1 z_1 + A_2 \end{aligned} \right\} 0 \leq z_1 \leq 2b$$

$$\left. \begin{aligned} v_2''(z_2) &= + \frac{27qb^2}{EJ} - \frac{18qb}{EJ} z_2 + \frac{3q}{EJ} z_2^2 \\ v_2'(z_2) &= + \frac{27qb^2}{EJ} z_2 - \frac{18qb}{EJ} \frac{z_2^2}{2} + \frac{3q}{EJ} \frac{z_2^3}{3} + B_1 \\ v_2(z_2) &= + \frac{27qb^2}{EJ} \frac{z_2^2}{2} - \frac{18qb}{2EJ} \frac{z_2^3}{3} + \frac{3q}{3EJ} \frac{z_2^4}{4} + B_1 z_2 + B_2 \end{aligned} \right\} 0 \leq z_2 \leq 3b$$

CONDIZIONE A CONFORME:

IN (A) (VINCOLO ESTERNO = INCASSO) $\begin{cases} v_1(z_1=0) = 0 \\ v_1'(z_1=0) = 0 \end{cases}$

IN (B) (VINCOLO INTERNO = ALLINEAMENTO) $\begin{cases} v_1(z_1=2b) = v_2(z_2=0) \\ v_1'(z_1=2b) = v_2'(z_2=0) \end{cases}$

N.B. IN (C) ESTREMO LIBERO \rightarrow NON FORNIREMO DUE CONDIZIONI SULLE C.C.

$$v_1(z_1=0) = 0 \rightarrow A_2 = 0$$

$$v_1'(z_1=0) = 0 \rightarrow A_1 = 0$$

$$v_1'(z_1=2b) = v_2'(z_2=0) \rightarrow B_1 = \frac{63qb^2}{EJ} 2b - \frac{18qb}{2EJ} (2b)^2 + A_1$$

$$B_1 = \frac{126qb^3}{EJ} - \frac{36qb^3}{EJ} \rightarrow B_1 = \frac{90qb^3}{EJ}$$

$$v_1(z_1=2b) = v_2(z_2=0) \rightarrow B_2 = \frac{63qb^2}{2EJ} (2b)^2 - \frac{18qb}{6EJ} (2b)^3 + A_1 2b + A_2$$

$$B_2 = \frac{126qb^4}{EJ} - \frac{24qb^4}{EJ} \rightarrow B_2 = \frac{102qb^4}{EJ}$$

$$\underline{V_1(z_1)} = \frac{63qb^2}{2E\gamma} z_1^2 - \frac{3qb}{E\gamma} z_1^3 \quad 0 \leq z_1 \leq 2b$$

$$\underline{V_2(z_2)} = \frac{27qb^2}{2E\gamma} z_2^2 - \frac{3qb}{E\gamma} z_2^3 + \frac{q}{4E\gamma} z_2^4 + \frac{90qb^3}{E\gamma} z_2 + \frac{102qb^4}{E\gamma} \quad 0 \leq z_2 \leq 3b$$

$$\underline{V_1^1(z_1)} = \frac{63qb^2}{E\gamma} z_1 - \frac{9qb}{E\gamma} z_1^2 \quad 0 \leq z_1 \leq 2b$$

$$\underline{V_2^1(z_2)} = \frac{27qb^2}{E\gamma} z_2 - \frac{9qb}{E\gamma} z_2^2 + \frac{q}{E\gamma} z_2^3 + \frac{90qb^3}{E\gamma}$$

$$V_B = V_1(z_1=2b) = \frac{63qb^2}{2E\gamma} (2b)^2 - \frac{3qb}{E\gamma} (2b)^3 = \frac{126qb^4}{E\gamma} - \frac{24qb^4}{E\gamma} = \frac{102qb^4}{E\gamma} \quad (\downarrow)$$

$$\begin{aligned} V_C = V_2^1(z_2=3b) &= \frac{27qb^2}{E\gamma} (3b) - \frac{9qb}{E\gamma} (3b)^2 + \frac{q}{E\gamma} (3b)^3 + \frac{90qb^3}{E\gamma} = \\ &= \frac{81qb^3}{E\gamma} - \frac{81qb^3}{E\gamma} + \frac{27qb^3}{E\gamma} + \frac{90qb^3}{E\gamma} = \frac{117qb^3}{E\gamma} \end{aligned}$$