NOTA 1. DETERMINAZIONE DEL CAMPO DI SPOSTAMENTI PER INTEGRAZIONE DELLE EQUAZIONI DI CONGRUENZA.

SI È VISTO CHE RISULTA:

$$\varepsilon_x = -\frac{\nu N}{EA} \qquad \gamma_{xy} = 0$$

$$\varepsilon_y = -\frac{\nu N}{EA} \qquad \gamma_{xz} = 0$$

$$\varepsilon_z = \frac{N}{EA} \qquad \gamma_{yz} = 0$$

D'ALTRA PARTE DEVE ESSERE:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \varepsilon_x = -\frac{\nu N}{EA} \quad [1]$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \varepsilon_y = -\frac{\nu N}{EA} \quad [2]$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} = \varepsilon_z = \frac{N}{EA} \quad [3]$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \gamma_{xy} = 0 \quad [4]$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \gamma_{xz} = 0 \quad [5]$$

$$\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \gamma_{yz} = 0 \quad [6]$$

INTEGRANDO LA [3] SI OTTIENE:

$$\boxed{w(x,y,z) = \frac{N}{EA} z + w_0(x,y)} \qquad [3']$$

SOSTITUENDO NELLA [5] SI OTTIENE

$$\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{\partial w_0(x,y)}{\partial x}$$

DA CUI SEGUE:

$$\boxed{u(x,y,z) = -\frac{\partial w_0(x,y)}{\partial x} z + u_0(x,y)} \qquad [5']$$

SOSTITUENDO ANCORA LA [3'] NELLA [6] SI TROVA INVECE

$$\frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial w}{\partial y} = -\frac{\partial w_0(x,y)}{\partial y}$$

DA CUI SEGUE

$$\boxed{v(x,y,z) = -\frac{\partial w_0(x,y)}{\partial y} z + v_0(x,y)} \quad [6']$$

ORA, INSERENDO LA [5'] NELLA [1] SI OTTIENE

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \underbrace{-\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}}_{\text{DEVE ANNULLARSI PERCHÉ TERMINE NOTO NON DIPENDE DA Z!}} z + \frac{\partial u_0}{\partial x} = -\frac{\nu N}{EA}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} = 0} \; ; \quad \boxed{u_0(x,y) = -\frac{\nu N}{EA} x + f_1(y)} \quad [1']$$

MENTRE INSERENDO LA [6'] NELLA [2] SI OTTIENE

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \underbrace{-\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}}_{\text{DEVE ANNULLARSI PERCHÉ TERMINE NOTO NON DIPENDE DA Z!}} z + \frac{\partial v_0}{\partial y} = -\frac{\nu N}{EA}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} = 0} \; ; \quad \boxed{v_0(x,y) = -\frac{\nu N}{EA} y + f_2(x)} \quad [2']$$

ORA, COMBINANDO LE [5'] E [1'] E LE [6'] E [2'] SI RICAVA:

$$u(x,y,z) = -\frac{\partial w_0}{\partial x} z - \frac{\nu N}{EA} x + f_1(y) \qquad [1'']$$

$$v(x,y,z) = -\frac{\partial w_0}{\partial y} z - \frac{\nu N}{EA} y + f_2(x) \qquad [2'']$$

A QUESTO PUNTO SI SOSTITUISCE NELLA [4]:

DEVE ANNULLARSI PERCHÉ ALTRI TERMINI NON DIPENDONO DA Z.

$$-\frac{\partial^2 w_0}{\partial y \partial x} z + \underbrace{\frac{d}{dy}}_{\text{DERIVATA TOTALE}} f_1(y) - \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} z + \underbrace{\frac{d}{dx}}_{\text{DERIVATA TOTALE}} f_2(x) = 0 \Rightarrow -2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} z + \frac{d f_1(y)}{dy} + \frac{d f_2(x)}{dx} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 W_0}{\partial x \partial y} = 0} \quad ; \quad \boxed{\frac{d f_1(y)}{dy} = -\frac{d f_2(x)}{dx} = a = \text{cost.}} \quad [4']$$

IN QUANTO SE 2 FUNZIONI DI VARIABILI DIVERSE SONO EGUALI, ALLORA DEVONO ESSERE COSTANTI

DALLA [4'] SEGUE:

$$\boxed{f_1(y) = ay + b}$$

$$\boxed{f_2(x) = -ax + c}$$

MENTRE TENENDO CONTO DELLE $[1'_s]$, $[2'_s]$, $[4'_s]$ SI CONCLUDE CHE W_0 HA QUESTA FORMA:

$$\boxed{W_0(x,y) = dx + ey + f} \quad [3'] \Rightarrow \frac{\partial W_0}{\partial x} = d \; ; \quad \frac{\partial W_0}{\partial y} = e$$

SOSTITUENDO NELLE [5'], [6'], [3'] SI OTTIENE

$$u(x,y,z) = -dz - \frac{\nu N}{EA}x + ay + b \quad \Rightarrow \boxed{u(x,y,z) = -\frac{\nu N}{EA}x + u_1(y,z)} \quad [7]$$

$$\boxed{u_1(y,z) = ay - dz + b} \quad [7']$$

$$v(x,y,z) = -ez - \frac{\nu N}{EA}y - ax + c \quad \Rightarrow \boxed{v(x,y,z) = -\frac{\nu N}{EA}y + v_1(x,z)} \quad [8]$$

$$\boxed{v_1(x,z) = -ax - ez + c} \quad [8']$$

$$w(x,y,z) = \frac{N}{EA}z + dx + ey + f \quad \Rightarrow \boxed{w(x,y,z) = \frac{N}{EA}z + W_0(x,y)} \quad [9]$$

SI OSSERVI CHE

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} = 0 \qquad \frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} = a + (-a) = 0$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial y} = 0 \qquad \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{\partial W_0}{\partial x} = -d + d = 0$$

$$\frac{\partial W_0}{\partial z} = 0 \qquad \frac{\partial v_1}{\partial z} + \frac{\partial W_0}{\partial y} = -e + e = 0$$

u_1, v_1 E W_0 NON PRODUCONO DEFORMAZIONI: CORRISPONDONO QUINDI A UN MOTO RIGIDO.

II