

**ESERCITAZIONE N.1****ANALISI ARMONICA DI UNA MENSOLA**

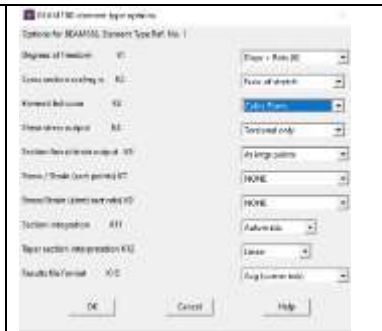
Calcolare la risposta armonica di una trave prismatica rettilinea e omogenea realizzata in acciaio. Si supponga che l'asse della trave coincida con l'asse di riferimento x . I parametri geometrici e del materiale sono:

Parametro	Descrizione	Valore	Unità di misura
E	Modulo di Young	$210 \cdot 10^9$	[Pa]
ν	Coeff. di Poisson	0.3	
ρ	Densità	7830	[Kg/m ³]
L	Lunghezza della trave	1	[m]
$B = H$	Dimensioni della sezione quadrata	0.010	[m]
$\bar{m} = \rho A$	Massa per unità di lunghezza	0.783	[Kg/m]
χ	Fattore di taglio	6/5	

Analisi con ANSYS APDL

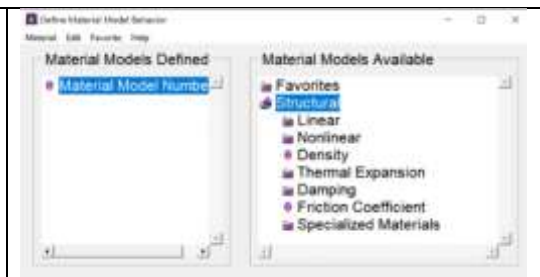
Si utilizzerà l'elemento Beam188 a 2 nodi sviluppato secondo la teoria di Timoshenko che considera l'effetto del taglio.

Il codice inserisce due punti lungo l'asse della trave con i quali costruisce delle funzioni di forma cubiche usando i polinomi di Lagrange. Poiché in ogni nodo si concentrano 6 gradi di libertà (gdl), la matrice di rigidezza elementare conterrebbe in questo modo 6×4 gdl: senonché, prima dell'assemblaggio, la matrice subisce una "condensazione statica" che porta i gdl complessivi a 12, cioè 6 per i due nodi di estremità. Per utilizzare questo tipo di elemento è necessario selezionare l'opzione "cubic", nell'apposita finestra di dialogo.



E' poi necessario stabilire il tipo di materiale. Si sceglierà un materiale dal comportamento lineare e isotropo e si assegneranno i dati nelle unità di misura MKS:

Modulo di Young: $EX = 210E9$
 Coeff.di Poisson: $PRXY = 0.3$
 Densità: $DENS = 7830 [Kg/mc]$



In questa occasione è anche possibile definire il tipo di smorzamento, anche se la soluzione del problema agli autovalori verrà effettuata in assenza di smorzamento. Verranno inseriti i dati per determinare il modello di smorzamento di Rayleigh:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K]$$

ANSYS consente di associare ad ogni materiale i propri coefficienti α e β .

Le costanti α e β possono essere ricavate a partire dalla conoscenza sperimentale di due coppie di valori (ω_1, ξ_1) e (ω_2, ξ_2) . Le frequenze ω_1 e ω_2 dovrebbero essere scelte agli estremi del campo entro il quale si ritiene che vibrerà la trave. In questo caso si può porre $\omega_1 = 10 \left[\frac{rad}{s} \right]$ e $\omega_2 = 3000 \left[\frac{rad}{s} \right] \cong 477 [Hz]$. Si



ipotizzerà che $\xi_1 = 0.5\%$ e che $\xi_2 = 2\%$. Per il calcolo delle costanti α e β è necessario risolvere il seguente sistema.

$$\begin{bmatrix} 1 & \omega_1^2 \\ 1 & \omega_2^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2\xi_1\omega_1 \\ 2\xi_2\omega_2 \end{Bmatrix}$$

la cui soluzione fornisce:

$$\alpha = 0.1 \quad \beta = 1.33 \cdot 10^{-5}$$

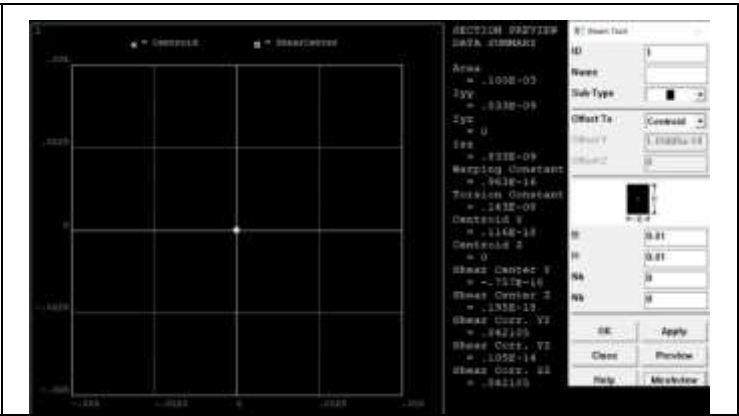


ANSYS consente di inserire anche il così detto “*smorzamento strutturale*” proporzionale agli spostamenti e non alle velocità. In questo caso l’equazione dinamica del moto diventa:

$$[M]\{\ddot{s}\} + ([K] + i[H])\{s\} = \{f\}$$

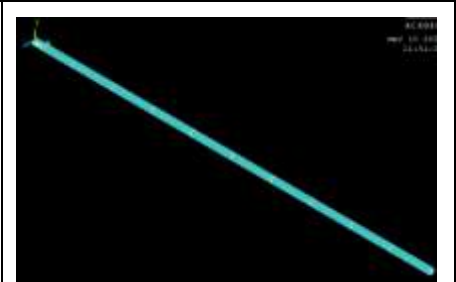
nella quale la matrice $[H]$ contiene i coefficienti dello smorzamento strutturale.

A questo punto è necessario stabilire le dimensioni della sezione trasversale della trave. La sezione verrà divisa in un numero opportuno di elementi per ottenere i valori corretti dell’area trasversale e dei momenti d’inerzia. Il coefficiente *Shear Corr. ZZ* corrisponde all’inverso del fattore di taglio χ che in questo caso risulta:

$$\chi = \frac{1}{\text{Shear Corr. ZZ}} = 1.188 \cong \frac{6}{5}$$


Si procede quindi con la creazione del modello solido inserendo due keypoint, rispettivamente in posizione (0,0,0) e (1,0,0). Dopo di che, si crea una linea che li unisce.

Utilizzando il meshiatore, si procede con la divisione della linea in elementi. Si è deciso di modellare la trave con 10 elementi, per un totale di 11 nodi e 66 gradi di libertà (gdl). Poiché verranno vincolati 6 gdl, il sistema conterrà 60 gdl. Come è evidente, la struttura è molto snella ($\lambda = 346.4$) quindi le frequenze flessionali saranno molto più basse di quelle assiali.



Usciti dal pre-processore è consigliabile salvare i dati nel database: **SAVE_DB**.

**ANALISI ARMONICA**

Si eseguirà adesso l'analisi armonica che consente di determinare la risposta **stazionaria** di una struttura **lineare** a carichi che variano in modo **sinusoidale** (o armonico) in funzione del tempo. L'idea consiste nel calcolare la risposta della struttura in corrispondenza di alcune frequenze ed ottenere il grafico di una data quantità (normalmente uno spostamento) in funzione della frequenza. Di conseguenza sul grafico è possibile identificare i picchi della risposta ed esaminare gli sforzi relativi.

Per l'esecuzione dell'analisi armonica sono disponibili due metodi¹: *completo* e *per sovrapposizione modale*. Qui di seguito si utilizzerà il primo. Entrambe i metodi sono soggetti a certi limiti:

- Tutti i carichi devono variare nel tempo in modo sinusoidale;
- Tutti i carichi devono avere la stessa frequenza;
- Non è permesso alcun tipo di non-linearità;
- Non si calcolano gli effetti transitori.

Qualche richiamo teorico

Fissata una frequenza di vibrazione del carico esterno, tutti i punti della struttura si muoveranno alla stessa frequenza, ma non necessariamente con la stessa fase. Inoltre, è ben noto che la presenza dello smorzamento causa un ritardo di fase. Di conseguenza gli spostamenti assumono la forma seguente:

$$\{s\} = \{s_{max}e^{i\vartheta}\}e^{i\Omega t} \quad (1)$$

dove:

s_{max} è lo spostamento massimo

$i = \sqrt{-1}$ è l'unità immaginaria

Ω è la frequenza angolare del carico esterno (in radianti al secondo) = $2\pi f$

f è la frequenza imposta (in Hz), i cui valori vengono forniti attraverso il comando [HARFRQ](#)

t è il tempo

ϑ è il ritardo di fase dello spostamento (in radianti)

E' importante osservare che s_{max} e ϑ possono assumere valori diversi per ciascun grado di libertà.

L'eq.(1) può essere riscritta nella forma seguente:

$$\{s\} = \{s_{max}[\cos(\vartheta) + i \cdot \sin(\vartheta)]\}e^{i\Omega t} \quad (2)$$

o anche nel modo seguente:

$$\{s\} = \{[s_{max}\cos(\vartheta) + i \cdot s_{max}\sin(\vartheta)]\}e^{i\Omega t} = [\{u_1\} + i \cdot \{u_2\}]e^{i\Omega t} \quad (3)$$

dove $\{u_1\} = \{s_{max}\cos(\vartheta)\}$ e $\{u_2\} = \{s_{max}\sin(\vartheta)\}$ sono rispettivamente la parte reale ed immaginaria del vettore degli spostamenti.

Con il comando **D** è possibile imporre il valore degli spostamenti nodali, sia la componente reale che quella immaginaria. In modo analogo è possibile esprimere il vettore delle forze:

$$\{F\} = \{F_{max}e^{i\psi}\}e^{i\Omega t} \quad (4)$$

$$\{F\} = \{[F_{max}\cos(\psi) + i \cdot F_{max}\sin(\psi)]\}e^{i\Omega t} = [\{F_1\} + i \cdot \{F_2\}]e^{i\Omega t} \quad (5)$$

dove F_{max} è l'ampiezza della forza, ψ è il ritardo di fase della forza (in radianti) e $\{F_1\} = \{F_{max}\cos(\psi)\}$ e $\{F_2\} = \{F_{max}\sin(\psi)\}$ sono rispettivamente componente reale ed immaginaria del vettore delle forze.

¹ Un terzo metodo (il *frequency-sweep*) è utile quando le caratteristiche elastiche del materiale dipendono dalla frequenza di vibrazione.



Con il comando **F** è possibile imporre il valore delle forze nodali, sia la componente reale che quella immaginaria. Sostituendo le eq.(3) e (5) nell'equazione dell'equilibrio dinamico:

$$[M]\{\ddot{s}\} + [C]\{\dot{s}\} + [K]\{s\} = \{F^{ext}\}$$

si ottiene:

$$(-\Omega^2[M] + i\Omega[C] + [K])[\{u_1\} + i\{u_2\}]e^{i\Omega t} = [\{F_1\} + i\{F_2\}]e^{i\Omega t} \quad (6)$$

Poiché il termine $e^{i\Omega t}$ compare sui due lati dell'equazione, può essere eliminato; quindi si ottiene:

$$([K] - \Omega^2[M] + i\Omega[C])[\{u_1\} + i\{u_2\}] = \{F_1\} + i\{F_2\} \quad (7)$$

L'eq.(7) si può sintetizzare nella forma seguente:

$$[K_c]\{s_c\} = \{F_c\} \quad (8)$$

dove il pedice c indica che le matrici e i vettori sono quantità complesse. L'eq.(8) viene risolta utilizzando lo stesso algoritmo a matrice sparsa (la fattorizzazione di Gauss $[K] = [L][U]$) utilizzato per risolvere l'analisi statica, tranne per il fatto di operare in matematica complessa.

Lo spostamento complesso che subisce ogni nodo della struttura può essere espresso in due forme:

- 1) La stessa forma reale $\{u_1\}$ e immaginaria $\{u_2\}$ definite nell'eq.(3), scelta con il comando: **HROUT, ON**;
- 2) La forma s_{max} e ϑ (cioè ampiezza e angolo di fase (**in gradi**)), scelta con il comando: **HROUT, OFF**.

Questi due termini sono calcolati per ogni grado di libertà nel modo seguente:

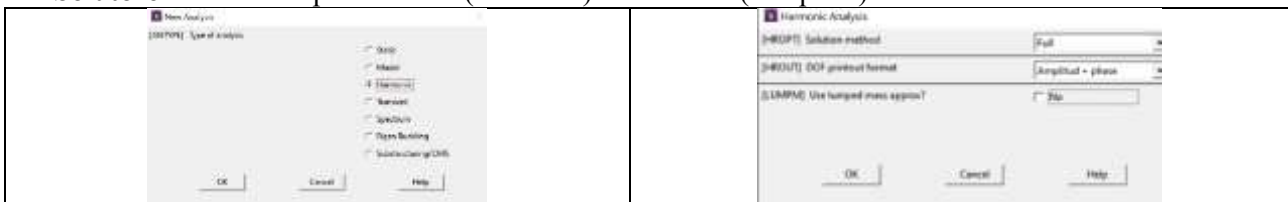
$$s_{max} = \sqrt{u_1^2 + u_2^2} \qquad \vartheta = \arctan\left(\frac{u_2}{u_1}\right)$$

Si può notare che il ritardo di fase della risposta rispetto al carico vale $\vartheta - \psi$.


Il metodo completo (che si può scegliere con il comando **HROPT, FULL**) risolve l'eq.(7) direttamente, cioè senza alcuna modifica preliminare.

Esecuzione dell'esercizio con ANSYS: mensola sottoposta ad un carico esterno

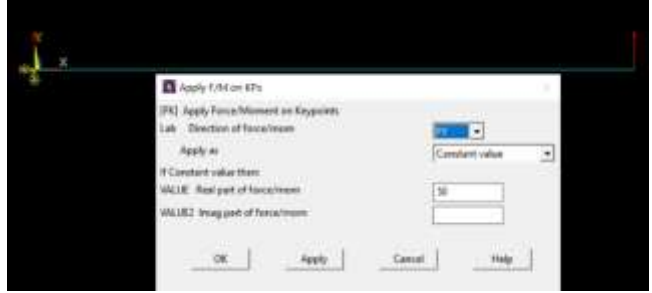

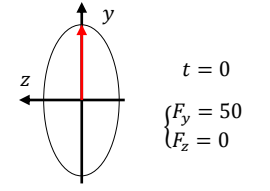
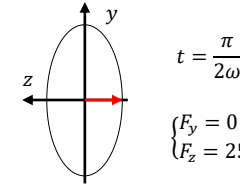
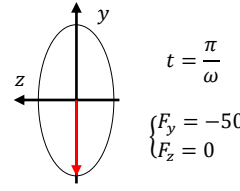
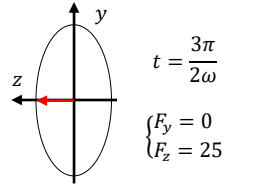
Nel **Solutore** si indica il tipo di analisi (armonica) e il metodo (completo):



In questa fase è anche possibile scegliere se salvare gli spostamenti nel formato Reale/immaginario oppure Ampiezza/Fase; è inoltre possibile scegliere se usare le matrici di massa di tipo consistente o diagonale.

<p>E' poi necessario inserire le condizioni al contorno. Poiché la trave è una mensola, nel keypoint n.1 sarà necessario vincolare tutti i gradi di libertà.</p> <p>Poiché gli spostamenti possono avere una componente reale ed una immaginaria, l'interfaccia è un po' diversa da quella utilizzata nei problemi statici.</p>	 <p style="text-align: center;">Vincoli nel keypoint n.1</p>
---	--




<p>Si applica una forza verticale di 50 [N] sul keypoint n.2. Come si può osservare il campo VALUE2 consente di inserire la componente immaginaria della forza. Quando sulla struttura agiscono più forze tra loro sfasate, questa opzione consente di scegliere il ritardo di fase.</p>			
<p>Sul keypoint n.2 si applica una seconda forza di ampiezza pari a 25 [N], ma in direzione z e sfasata rispetto alla prima di 90°. Ciò corrisponde ad una forza rotante nel tempo secondo la legge:</p> $\begin{cases} F_y = 50\cos(\omega t) \\ F_z = 25\cos(\omega t + \vartheta) \end{cases} \quad \text{con} \quad \vartheta = \frac{\pi}{2}$			
 <p>$t = 0$ $\begin{cases} F_y = 50 \\ F_z = 0 \end{cases}$</p>	 <p>$t = \frac{\pi}{2\omega}$ $\begin{cases} F_y = 0 \\ F_z = 25 \end{cases}$</p>	 <p>$t = \frac{\pi}{\omega}$ $\begin{cases} F_y = -50 \\ F_z = 0 \end{cases}$</p>	 <p>$t = \frac{3\pi}{2\omega}$ $\begin{cases} F_y = 0 \\ F_z = 25 \end{cases}$</p>

A questo punto è possibile scegliere alcune opzioni.

All'indirizzo: **Preprocessor > Load > Load Step Opts > Time/Frequenc > Freq and Substeps**


compare la seguente finestra di dialogo:

	<p>nella quale si pone $HARMFRQ = 0 \div 150$ e $NSUBST = 75$. ANSYS calcherà la risposta del sistema ipotizzando che tutte le forze applicate oscillino alle frequenze: $f = 2, 4, 6, 8, 10, \dots, 150$ Il passo è determinato con la formula seguente:</p> $\frac{f_{max} - f_{min}}{NSUBST} = \frac{150 - 0}{75} = 2 \text{ [Hz]}$
---	---

75 passi di calcolo richiedono un po' di tempo, ma in questo caso il modello è semplice (contiene solo 60 gdl) ed il tempo complessivo non sarà eccessivo. Questa scelta è stata motivata dal desiderio di ricostruire con precisione lo spettro della risposta fino alla terza frequenza propria (146 [Hz]), passando attraverso le altre due frequenze naturali (8 e 52 [Hz]). Se il modello fosse più complesso, si potrebbero analizzare le frequenze in un campo più limitato, riducendone anche il numero.

L'opzione **KBC** è molto importante: stabilisce come cresce il carico durante i vari passi di calcolo. Ponendo **KBC, 0** (Ramped) il carico cresce linearmente dalla frequenza minima alla massima: solo raggiunta la massima frequenza il carico sarà applicato completamente. In questo caso particolare, essendo i passi 75, alla prima frequenza $\Omega_1 = 2 \text{ [Hz]}$ il carico in direzione y avrà un modulo pari a $50/75 \text{ [N]}$, alla frequenza $\Omega_4 = 8 \text{ [Hz]}$ avrà un modulo pari a $4 \times 50/75 = 2.67 \text{ [N]}$, etc., etc.

Viceversa, ponendo **KBC, 1** (Stepped), il carico è applicato "a gradino", quindi agisce completamente fin dalla prima frequenza.

<p>E' anche possibile indicare un certo livello di smorzamento (secondo il modello di Rayleigh), che andrà a sommarsi a quello assegnato ad ogni singolo materiale: in questo caso i parametri saranno nulli.</p>	
---	---



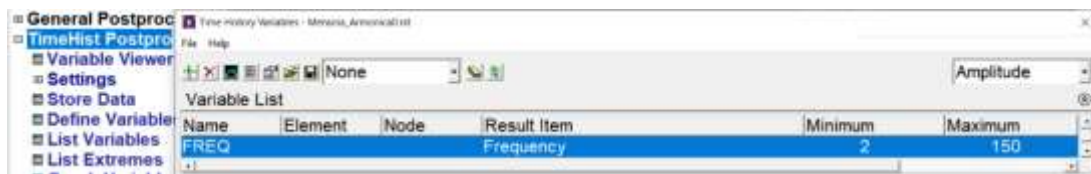
Con il comando OUTPR si stabilisce quali quantità salvare e con quale frequenza: in questo caso verranno salvate le quantità di base (gli spostamenti generalizzati, le reazioni nodali e le soluzioni elementari) in ogni sotto passo, quindi per tutte le frequenze del carico esterno.



Per visualizzare i risultati si salveranno tutti i substeps; eseguendo il comando SOLVE compare una finestra, che riassume alcune informazioni.



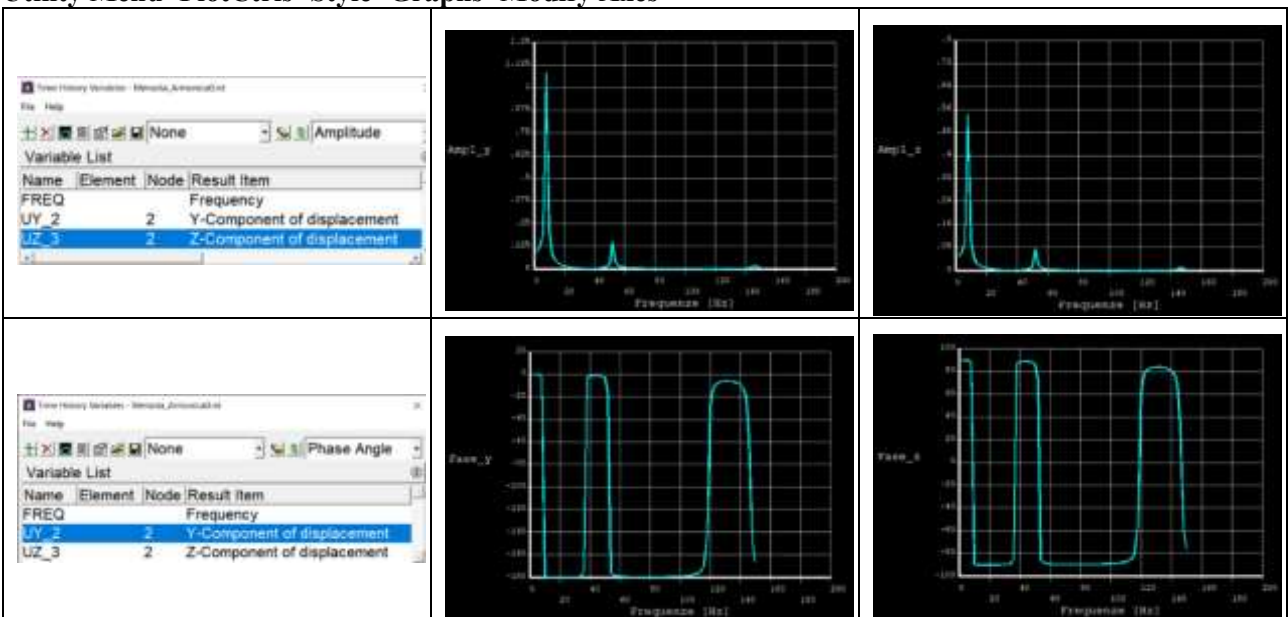
Per analizzare i risultati è possibile utilizzare il post-processore TimeHist che consente di visualizzare le risposte del sistema al trascorrere del tempo.



Con la finestra di dialogo qui rappresentata è possibile selezionare un nodo della struttura, estrarne una informazione e diagrammarla in funzione della frequenza del carico applicato. Il grafico potrà rappresentare sia l'ampiezza che la fase della grandezza selezionata, come stabilito con il comando HROPT.

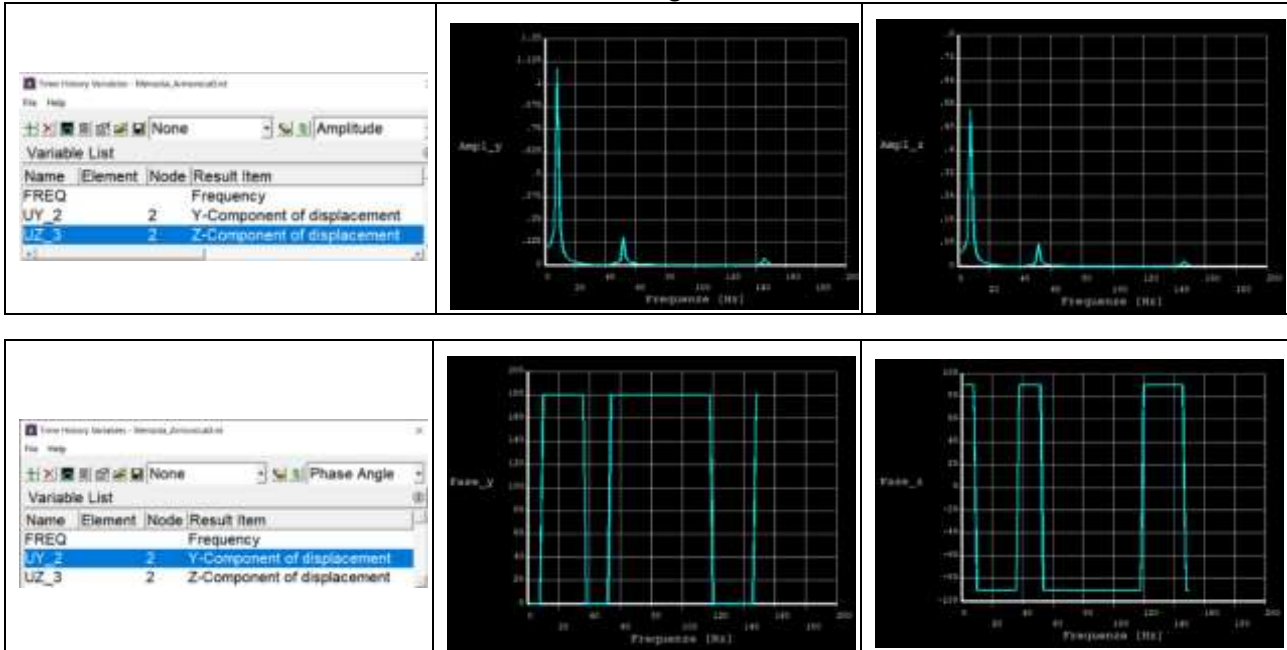
Qui di seguito verranno esaminate l'ampiezza e la fase dello spostamento subito dal punto di estremità della mensola (il nodo n.2), in direzione y e in direzione z. Con il comando /AXLAB, Axis, Lab è possibile assegnare un nome agli assi del grafico; il comando è accessibile anche dall'interfaccia grafica:

Utility Menu>PlotCtrls>Style>Graphs>Modify Axes

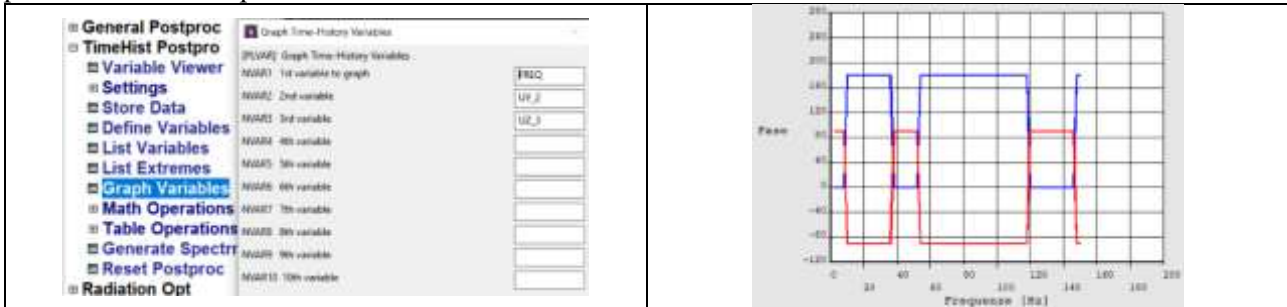




Se lo smorzamento fosse assente il risultato sarebbe il seguente:



Si può osservare che in assenza di smorzamento il ritardo di fase tra la forza in direzione y e quella in direzione z non cambia al variare della frequenza del carico esterno e che in corrispondenza delle frequenze naturali, il salto fase di $\pm\pi$ è repentino, come previsto dalla teoria. E' possibile diagrammare sullo stesso grafico due o più variabili contemporaneamente.



Osservando il diagramma dello spostamento, si può constatare che in corrispondenza della prima frequenza naturale, l'apice della mensola subisce uno spostamento enorme, superiore al metro. Chiaramente si tratta di un risultato teorico, dovuto all'ipotesi che la struttura risponda in modo lineare.

A questo punto è possibile andare ad esaminare l'intera mensola, fissando ogni volta una frequenza particolare.

In questo caso si esamineranno gli sforzi assiali σ_x in prossimità dell'incastro quando la frequenza del carico vale $\Omega_1 = 2 [Hz]$, $\Omega_2 = 4 [Hz]$ e $\Omega_3 = 26 [Hz]$. In genere, quando il carico esterno ha una frequenza inferiore ad un terzo della frequenza fondamentale (che in questo caso vale $f_1 = 8.3652$) si può evitare il calcolo dinamico e si può ritenere che i calcoli statici rappresentino correttamente lo stato tensionale della struttura caricata in modo "quasi statico". La freccia statica in direzione y si calcola facilmente con l'integrazione dell'equazione della linea elastica. In questo esempio l'apice della mensola subisce la freccia:

$$v_y = \frac{FL^3}{3EI} = \frac{50 \cdot (1)^3}{3 \cdot 210E9 \cdot \frac{(0.01)^4}{12}} = 0.0952 [m] = 95.2 [mm]$$

mentre all'incastro lo sforzo massimo vale:

$$\sigma_x(max) = \frac{FL}{W} = \frac{50 \cdot 1}{\frac{(0.01)^3}{6}} = 300 [MPa]$$



Per esaminare i risultati si esce dal Post-processor **TimeHist** e si entra nel Post-processor **General** dopo di che si legge il set di risultati in corrispondenza della frequenza desiderata:

	<p>Il numero totale di Set è 150, cioè la parte reale e la parte immaginaria dei 75 sub-sets calcolati. In questo caso, selezionando il primo sub-set si ottiene la freccia massima in direzione y, mentre selezionando il secondo si ottiene la freccia massima in z. I due movimenti sono armonici e sfasati tra di loro:</p>
	$\{s\} = \{[s_{max} \cos(\vartheta) + i \cdot s_{max} \sin(\vartheta)]\} e^{i\Omega t} = [\{u_1\} + i \cdot \{u_2\}] e^{i\Omega t}$
	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div data-bbox="598 548 981 862"> </div> <div data-bbox="1021 548 1420 862"> </div> </div>

Come si può osservare analizzando la parte reale dello spostamento, il valore massimo vale:

$$v_y(\text{nodo n. 2}) = 100.86 \text{ [mm]}$$

poco più del valore statico calcolato. Gli sforzi assiali corrispondenti in prossimità dell'incastro valgono:

	<p>Il valore massimo vale:</p> $\sigma_x(\text{max}) = 321 \text{ [MPa]}$ <p>il 7% superiore al valore statico.</p>
--	---

Se ora si esaminano gli spostamenti e gli sforzi in corrispondenza della frequenza $\Omega_2 = 4 \text{ [Hz]}$ si ottiene:

<p>Componente reale: $v_y(x = 1) = 122.7 \text{ [mm]}$</p>	<p>Componente immaginaria: $v_z(x = 1) = 61.3 \text{ [mm]}$</p>	<p>$\sigma_x(\text{max}) = 401 \text{ [MPa]}$</p>

Quando la frequenza del carico arriva a $\Omega_3 = 6 \text{ [Hz]}$ si ottiene:

<p>Componente reale: $v_y(x = 1) = 193.2 \text{ [mm]}$</p>	<p>Componente immaginaria: $v_z(x = 1) = 96.6 \text{ [mm]}$</p>	<p>$\sigma_x(\text{max}) = 661 \text{ [MPa]}$</p>

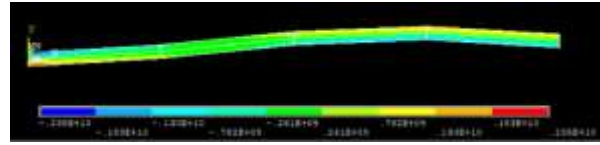
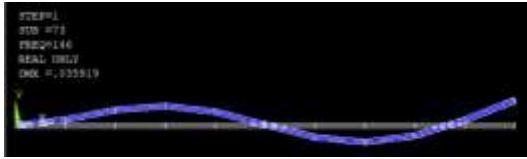
Quando la frequenza del carico ($\Omega_{26} = 52 \text{ [Hz]}$) è prossima alla seconda frequenza naturale della trave ($f_2 = 52.399 \text{ [Hz]}$) si ottiene:

--	--	--

Lo spostamento massimo vale 153.3 [mm] e lo sforzo massimo è salito a 3580 [MPa] !!



Quando la frequenza del carico ($\Omega_{73} = 146 [Hz]$) è prossima alla terza frequenza naturale della trave ($f_3 = 146.61 [Hz]$) lo spostamento massimo vale $35.9 [mm]$ e lo sforzo massimo arriva a $2350 [MPa]$!!



Il valore degli sforzi flessionali non è direttamente legato al valore degli spostamenti ma alla curvatura.
Il file *.log per l'esecuzione dei calcoli è il seguente:

```

/BATCH                ! Per l'esecuzione in background
/PREP7                ! Entra nel pre-processore
ET,1,BEAM188          ! Scegli l'elemento di tipo BEAM188 a 2 nodi
KEYOPT,1,3,3          ! Formulazione "cubic"

MP,EX,1,210E9         ! Seleziona il tipo di materiale
                      ! Modulo di Young: Ex=210 [GPa]
MP,PRXY,1,0.3         ! Coeff. di Poisson: PRXY = 0.3
MP,DENS,1,7830        ! Densità: DENS = 7830 [Kg/m^3]
MP,ALPD,1,0.1        ! Coeff. Alfa del modello di smorzamento di Rayleigh legato alla massa
MP,BETD,1,1.33E-5    ! Coeff. Beta del modello di smorzamento di Rayleigh legato alla rigidità

SECTYPE, 1, BEAM, RECT ! Seleziona il tipo di sezione: Rettangolare
SECDATA,0.01,0.01     ! B = H = 0.010 [m]

K, ,,,               ! Crea il keypoint n.1 (0,0,0)
K, ,1                ! Crea il keypoint n.2 (1,0,0)
LSTR, 1, 2           ! Crea la line ache unisce i keypoint 1 e 2
LESIZE,ALL, , ,10, ,1, , ,1, ! Dividi tutte le line in 10 parti
LMESH, 1             ! Esegui la mesh

FINISH                ! Esci dal preprocessore
SAVE                  ! Salva i dati nel DataBase

/SOL                  ! Entra nel solutore
ANTYPE,3              ! Seleziona l'analisi armonica
HROPT,FULL            ! Seleziona il metodo completo
LUMPM,0               ! Matrice di massa consistente

DK,1, ,0,0,0,ALL     ! Impone le condizioni al contorno nel keypoint n.1
FK,2,FY,50, 0,       ! Applica 50 [N] nel keypoint 2 in direzione y (Componente reale)
FK,2,FZ, 0, 25,      ! Applica 25 [N] nel keypoint 2 in direzione z (Componente immaginaria)

OUTPR,BASIC,LAST,    ! Salva i dati di base dell'ultimo subset
HARFRQ,0,150,        ! Esamina le frequenze comprese tra 0 e 150 [Hz]
NSUBST,75,           ! Passo tra le frequenze
KBC,1                 ! Il carico viene applicato "a gradino", cioè tutto dalla 1° frequenza

SOLVE                 ! Risolvi
FINISH                ! Esci dal solutore
SAVE                  ! Salva sul DataBase
!
! A questo punto si possono esaminare i risultati con i due post-processori

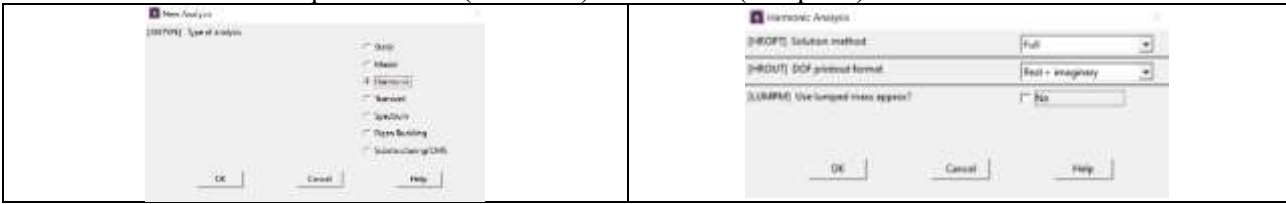
```



Mensola sottoposta alla vibrazione dell'incastro

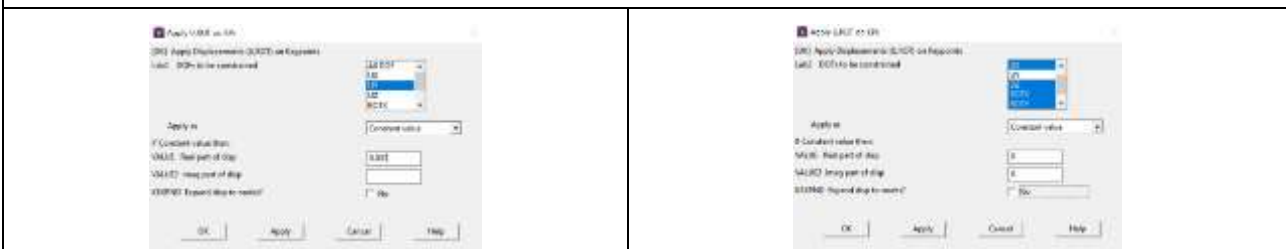
Può essere interessante analizzare la stessa mensola sottoposta all'oscillazione dell'incastro. A questo scopo sono sufficienti le seguenti variazioni rispetto all'analisi precedente.

Nel **Solutore** si indica il tipo di analisi (armonica) e il metodo (completo):



In questa fase è anche possibile scegliere se salvare gli spostamenti nel formato Reale/immaginario oppure Ampiezza/Fase; è inoltre possibile scegliere se usare le matrici di massa di tipo consistente o diagonale.

Terminata la modellazione solida si inseriscono le condizioni al contorno imponendo all'incastro uno spostamento noto (1 [mm]) in direzione y. Gli altri gradi di libertà legati al keypoint n.1 saranno impediti.



In questo caso non ci sono forze esterne applicate. L'analisi consente di osservare la risposta della trave all'aumentare della frequenza di vibrazione dell'incastro. Si ipotizzerà che l'ampiezza della vibrazione sia costante, indipendentemente dalla frequenza.

All'indirizzo: **Preprocessor > Load > Load Step Opts > Time/Frequenc > Freq and Substeps**

compare la seguente finestra di dialogo:

	<p>nella quale si pone $HARMFRQ = 0 \div 150$ e $NSUBST = 75$. ANSYS calcolerà la risposta del sistema ipotizzando che il vincolo oscilli alle frequenze: $f = 2, 4, 6, 8, 10, \dots, 150 [Hz]$ Il passo è determinato con la formula seguente:</p> $\frac{f_{max}-f_{min}}{NSUBST} = \frac{150-0}{75} = 2 [Hz]$
--	---

L'opzione **KBC** stabilisce come varia l'ampiezza dei carichi (in questo caso dello spostamento verticale dell'incastro) al crescere della frequenza.

Ponendo **KBC, 1** (Stepped), l'ampiezza è applicata "a gradino", quindi è massima fin dall'inizio.

Dopo l'esecuzione del comando **SOLVE** è possibile utilizzare il post-processore **TimeHist** per visualizzare la risposta del sistema al crescere della frequenza.

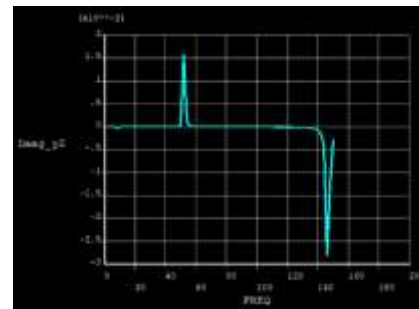
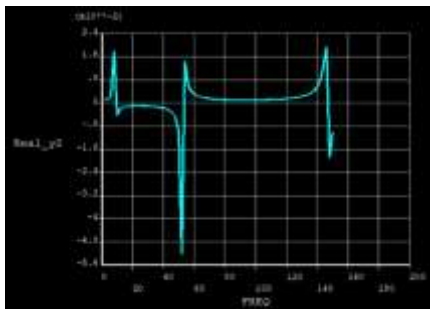
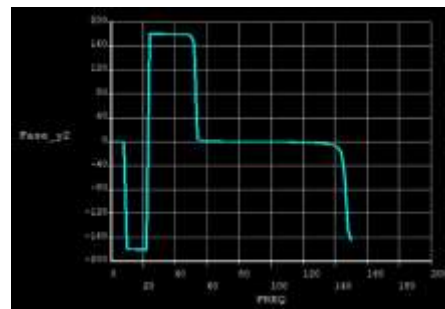
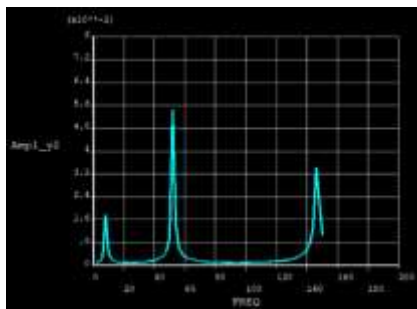
Qui di seguito verranno rappresentati la componente reale ed immaginaria dello spostamento verticale, poi l'ampiezza e la fase, di due punti: il nodo n.2 alla coordinata $x = 1 [m]$ e il nodo n.7 alla coordinata $x = 0.5$.

La relazione tra i due modi di rappresentazione dei risultati è la seguente:

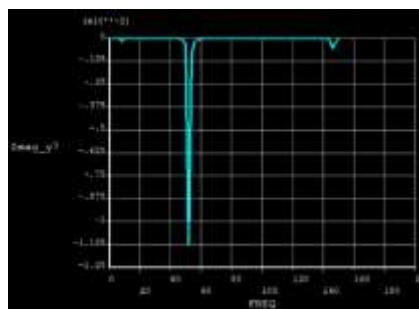
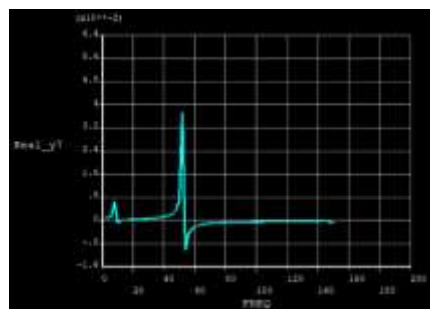
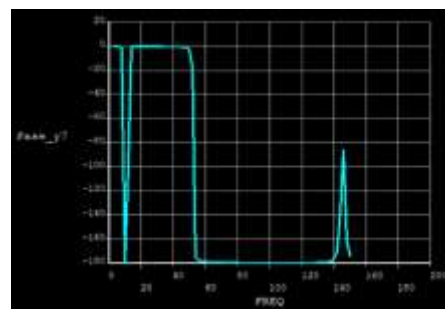
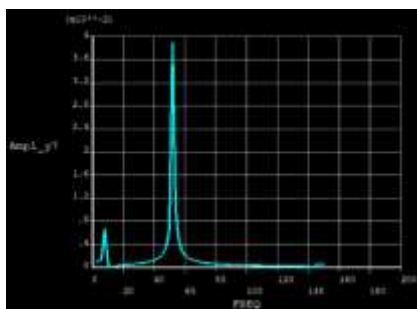
$$\{s\} = [\{u_1\} + i \cdot \{u_2\}]e^{i\Omega t} \quad \text{dove} \quad \{u_1\} = \{s_{max} \cos(\vartheta)\} \quad \text{e} \quad \{u_2\} = \{s_{max} \sin(\vartheta)\}$$

dove $\{u_1\}$ rappresenta la componente reale e $\{u_2\}$ quella immaginaria dello spostamento, mentre s_{max} e ϑ rappresentano rispettivamente l'ampiezza e la fase.

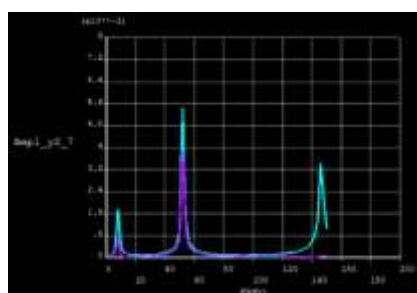
Successivamente, con il post-processore **General**, si esaminerà la risposta complessiva di tutta la trave, ma ad una frequenza data.



Nodo n.2 – Quando la frequenza è inferiore alla prima armonica, il movimento del nodo è in fase con quello dell'incastro. Il ritardo di fase si annulla dopo che la frequenza ha superato la 2° armonica. Quando la frequenza imposta è quella del 1° modo naturale, l'ampiezza dello spostamento supera a 16 [mm]; quando la frequenza imposta è quella del 2° modo naturale, l'ampiezza dello spostamento si avvicina a 56 [mm].



Nodo n.7 – Quando la frequenza imposta è quella del 1° modo naturale, l'ampiezza dello spostamento supera 6 [mm]; quando la frequenza imposta è quella del 2° modo naturale, l'ampiezza dello spostamento si avvicina a 40 [mm].



Sovrapposizione delle ampiezze di vibrazione del nodo n.2 e del nodo n.7.



Con il post-processore **General**, è possibile esaminare la risposta di tutta la trave ad una frequenza data.

