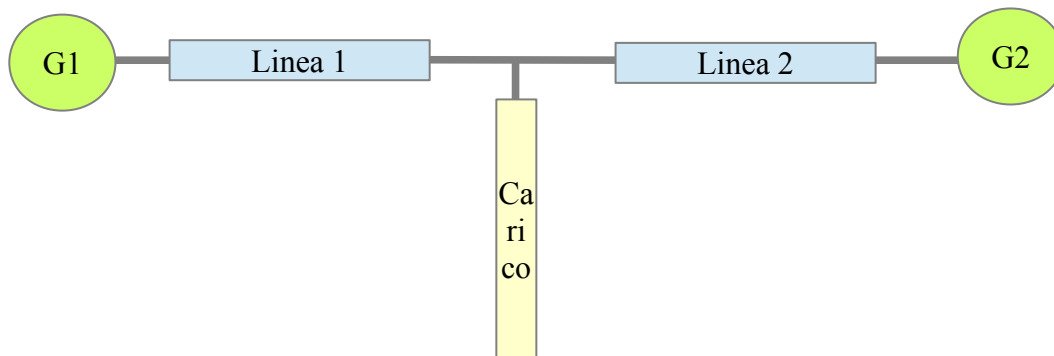


Esercitazione di Analisi e Controllo dei Sistemi Multivariabili – n°6

Si consideri una rete elettrica in cui un carico è alimentato tramite due linee trifase ciascuna connessa ad un generatore, secondo lo schema in figura:



Le linee trifase hanno configurazione $3 \times (1 \times 16 \text{ RG7H1R } 6/10 \text{ kV})$ con posa in piano in trincea interrata. Le caratteristiche del cavo sono disponibili nel foglio dati allegato e si può considerare una conduttività dell'isolamento pari a 10^{-13} Sm^{-1} .

Le lunghezze delle due linee sono rispettivamente: $l_1 = 10 \text{ km}$ e $l_2 = 5 \text{ km}$.

Il carico è di tipo omico-induttivo alimentato in M.T., con le seguenti caratteristiche:

- tensione nominale $V_n = 10 \text{ kV}$
- potenza nominale $P_n = 2 \text{ MW}$, $\cos\varphi = 0,8$
- frequenza nominale $f_n = 50 \text{ Hz}$.

Si definisca il numero minimo di misure e la loro tipologia per stimare completamente lo stato del sistema.

Si ipotizzi che il sistema sia perfettamente simmetrico (componente omopolare e inversa delle grandezze elettriche assenti) e ciascun cavo sia rappresentabile con una rete a T simmetrica.



RG7H1R - 6/10 kV
U₀/U: 6/10 kV
U max: 12 kV

Caratteristiche tecniche

Formazione	Ø indicativo conduttore	Spessore medio isolante	Ø esterno max	Peso indicativo cavo	Portata di corrente A			
					in aria		interrato*	
n° x mm ²	mm	mm	mm	kg/km	a trifoglio	in piano	a trifoglio	in piano
1 x 10	4,0	3,4	19,5	450	91	105	93	98
1 x 16	4,8	3,4	21,0	520	117	136	120	128
1 x 25	6,0	3,4	22,2	640	154	178	155	163
1 x 35	7,0	3,4	23,0	740	186	219	185	195
1 x 50	8,1	3,4	24,5	890	223	260	218	231
1 x 70	9,7	3,4	26,5	1170	279	325	270	285
1 x 95	11,4	3,4	28,0	1390	340	398	320	340
1 x 120	12,9	3,4	29,3	1665	395	460	365	385
1 x 150	14,3	3,4	31,0	1985	448	520	410	432
1 x 185	16,0	3,4	33,3	2355	516	600	464	490
1 x 240	18,3	3,4	35,6	2970	610	705	540	565
1 x 300	21,0	3,4	38,5	3615	703	810	605	635
1 x 400	23,2	3,4	41,0	4590	815	935	690	720
1 x 500	26,1	3,4	45,0	5620	945	1080	780	810
1 x 630	30,3	3,4	48,0	7080	1085	1230	875	900

(*) I valori di portata si riferiscono alle seguenti condizioni:
- Resistività termica del terreno: 1 K·m/W
- Temperatura ambiente 20°C
- profondità di posa: 0,8 m

Caratteristiche elettriche

Formazione	Resistenza elettrica a 20°C	Resistenza apparente a 90°C e 50Hz		Reattanza di fase		Capacità a 50Hz
		Ω/Km	Ω/km	Ω/Km	Ω/Km	
n° x mm ²	Ω/Km	a trifoglio	in piano	a trifoglio	in piano	µF/km
1 x 10	1,83	2,34	2,34	0,16	0,21	0,16
1 x 16	1,15	1,47	1,47	0,15	0,20	0,18
1 x 25	0,727	0,927	0,927	0,14	0,19	0,21
1 x 35	0,524	0,669	0,669	0,13	0,19	0,23
1 x 50	0,387	0,494	0,494	0,12	0,18	0,26
1 x 70	0,268	0,342	0,342	0,12	0,17	0,29
1 x 95	0,193	0,246	0,246	0,11	0,17	0,32
1 x 120	0,153	0,196	0,196	0,11	0,16	0,36
1 x 150	0,124	0,159	0,158	0,10	0,16	0,38
1 x 185	0,0991	0,128	0,127	0,10	0,16	0,42
1 x 240	0,0754	0,0985	0,0973	0,097	0,16	0,47
1 x 300	0,0601	0,0797	0,0780	0,095	0,15	0,52
1 x 400	0,0470	0,0638	0,0617	0,092	0,15	0,57
1 x 500	0,0366	0,0517	0,0490	0,089	0,15	0,64
1 x 630	0,0283	0,0425	0,0390	0,087	0,15	0,73

La corrente di fase del motore è pari a

$$I = \frac{P_n}{\sqrt{3} * 1000 * 0,8} = 144,34 \text{ A}$$

Poiché il carico è alimentato da due linee diverse, ma concorrenti, la corrente su ogni linea può essere assunto essere inferiore all'80% della corrente totale e quindi accettabile per le caratteristiche della sezione del cavo.

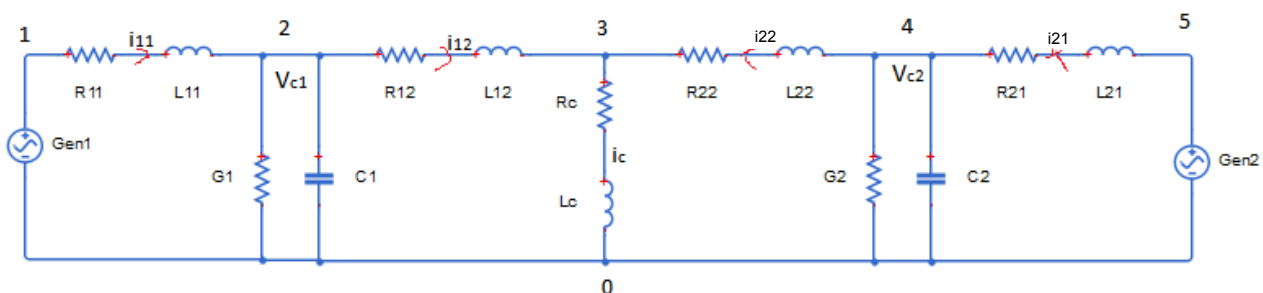
In caso di disservizio di una delle linee di alimentazione la potenza al carico dovrà essere ridotta a 1,70 MW dato che la portata della linea è di 128 A.

La conduttanza trasversale del cavo è calcolabile come

$$G = g \frac{2\pi}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

r_2 e r_1 raggio esterno ed interno dell'isolante e g conduttività dell'isolante.

Il circuito rappresentativo della rete elettrica considerata è la seguente



In cui le resistenze e le induttanze dei due rami delle reti a T hanno lo stesso valore.

Comandi MATLAB per il calcolo dei parametri della rete elettrica e del suo circuito equivalente

```
% Dati
R=1.47; %hom/km
L=0.20/314; %H/km
Cap=0.18e-6; %F/km
g=10^(-10); %S/km
r1=4.8/2; % mm
r2=2.4+3.4; %mm
G=g*2*pi/log(r2/r1); %S/km
l1=10; %km
l2=5; %km
V=10000; %V
Pc=2*10^6; %W
cos_fi=0.8;
%Calcolo parametri del carico
Ic=Pc/(sqrt(3)*V*cos_fi); %A
Rc=Pc/(3*Ic^2); %hom
Lc=Rc*sin(acos(cos_fi))/(314*cos_fi); % H
```

Bozza soluzione esercitazione n° 6 di Analisi e controllo dei sistemi multivariabili

`%Calcolo dei parametri delle linee`

$$R1=R*l1/2;$$

$$L1=L*l1/2;$$

$$C1=Cap*l1;$$

$$G1=G*l1;$$

$$R2=R*l2/2;$$

$$L2=L*l2/2;$$

$$C2=Cap*l2;$$

$$G2=G*l2;$$

Equilibrio nodo 2

$$i_{11}=C_1 \frac{dv_{c_1}}{dt} + v_{c_1} G_1 + i_{12}$$

Equilibrio nodo 4

$$i_{21}=C_2 \frac{dv_{c_2}}{dt} + v_{c_2} G_2 + i_{22}$$

Equilibrio della maglia 1-2-0-1

$$v_1 = R_1 i_{11} + L_1 \frac{di_{11}}{dt} + v_{c_1}$$

Equilibrio della maglia 5-4-0-5

$$v_2 = R_2 i_{21} + L_2 \frac{di_{21}}{dt} + v_{c_2}$$

Equilibrio della maglia 2-3-0-2

$$v_{c_1} = R_1 i_{12} + L_1 \frac{di_{12}}{dt} + L_c \frac{d(i_{12} + i_{22})}{dt} + R_c (i_{12} + i_{22})$$

Equilibrio della maglia 4-3-0-4

$$v_{c_2} = R_2 i_{22} + L_2 \frac{di_{22}}{dt} + L_c \frac{d(i_{12} + i_{22})}{dt} + R_c (i_{12} + i_{22})$$

Posto $\mathbf{x} = [i_{12} \ i_{21} \ v_{c_1} \ v_{c_2} \ i_{12} \ i_{22}]^T$ $\mathbf{u} = [v_1 \ v_2]^T$ il sistema è rappresentabile con il sistema di equazioni differenziali

$$E \dot{\mathbf{x}} = A_1 \mathbf{x} + B_1 \mathbf{u}$$

$$\dot{\mathbf{x}} = E^{-1} A_1 \mathbf{x} + E^{-1} B_1 \mathbf{u} = A \mathbf{x} + B \mathbf{u}$$

Comandi MATLAB per il calcolo delle matrici E, A1, B1, A, B e C nell'ipotesi di poter misurare le correnti a inizio e fine linea, la corrente e la tensione al carico

`% Calcolo della dinamica dello stato`

$$E = [L1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0;$$

$$0 \ L2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0;$$

$$0 \ 0 \ C1 \ 0 \ 0 \ 0;$$

$$0 \ 0 \ 0 \ C2 \ 0 \ 0;$$

$$0 \ 0 \ 0 \ 0 \ L1+Lc \ Lc;$$

$$0 \ 0 \ 0 \ 0 \ Lc \ L2+Lc];$$

Bozza soluzione esercitazione n° 6 di Analisi e controllo dei sistemi multivariabili

```

A1=[-R1 0 -1 0 0 0;
     0 -R2 0 -1 0 0;
     1 0 -G1 0 -1 0;
     0 1 0 -G2 0 -1;
     0 0 1 0 -(Rc+R1) -Rc;
     0 0 0 1 -Rc -(Rc+R2)];
B1=[1 0; 0 1; 0 0; 0 0; 0 0; 0 0];
A=inv(E)*A1;
B=inv(E)*B1;
C=[1 0 0 0 0 0;
   0 1 0 0 0 0;
   0 0 0 0 1 0;
   0 0 0 0 0 1;
   0 0 0 0 1 1;
   [ 0, 0, 0, 0, Rc, Rc]+Lc*(A(5,:) + A(6, :))];
D=[0 0];

```

Si noti come non sono considerate come variabili misurabili le tensioni ai condensatori dato il modello a T delle linee. Possono misurarsi solo le tensioni ai generatori ed al carico (ultima riga della matrice C).

Per valutare la osservabilità dello stato utilizzando una sola delle variabili di uscita si può calcolare la matrice di osservabilità relativa alla singola uscita e valutare il suo rango

$$O_{s_k} = \begin{bmatrix} c_k \\ c_k A \\ c_k A^2 \\ c_k A^3 \\ c_k A^4 \\ c_k A^5 \end{bmatrix}$$

Comandi MATLAB per il calcolo delle matrici di osservabilità, del loro determinante e rango

```

Os_i11=obsv(A,C(1,:));
DetOs_i11=det(Os_i11)
RankOs_i11=rank(Os_i11)
Os_i21=obsv(A,C(2,:));
DetOs_i21=det(Os_i21)
RankOs_i21=rank(Os_i21)
% misura delle correnti a fine linea
Os_i12=obsv(A,C(3,:));
DetOs_i12=det(Os_i21)
RankOs_i12=rank(Os_i21)
Os_i22=obsv(A,C(4,:));
DetOs_i22=det(Os_i22)
RankOs_i22=rank(Os_i22)
% misura della corrente al carico
Os_ic=obsv(A,C(5,:));
DetOs_ic=det(Os_ic)

```

Bozza soluzione esercitazione n° 6 di Analisi e controllo dei sistemi multivariabili

```
RankOs_ic=rank(Os_ic)
% misura della tensione al carico
Os_vc=obsv(A,C(6,:));
DetOs_vc=det(Os_vc)
RankOs_vc=rank(Os_vc)
% misura delle due correnti ai generatori
Os_ix1=obsv(A,C(1:2,:));
RankOs_ix1=rank(Os_ix1)
% misura delle due correnti a fine linea
Os_ix2=obsv(A,C(3:4,:));
RankOs_ix2=rank(Os_ix2)
```

Il risultato è riportato di seguito e mostra il cattivo condizionamento delle matrici. Nonostante il valore calcolato dei determinanti sia non nullo, nessuna matrice di osservabilità ha rango pieno.

```
DetOs_i11 = -1.1931e+58
RankOs_i11 = 4
```

```
DetOs_i21 = 1.5246e+60
RankOs_i21 = 4
```

```
DetOs_i12 = 1.5246e+60
RankOs_i12 = 4
```

```
DetOs_i22 = 9.7795e+58
RankOs_i22 = 4
```

```
DetOs_ic = -2.5144e+39
RankOs_ic = 4
```

```
DetOs_vc = 2.5998e+54
RankOs_vc = 3
```

Non è possibile utilizzare una singola misura per stimare tutte le variabili di stato, quindi il numero minimo di variabili è 2. Possiamo scegliere se misurare le correnti dei generatori o alla fine delle linee di alimentazione.

Possiamo verificare le due possibilità con il calcolo della matrice di osservabilità nei due casi

Comandi MATLAB per il calcolo delle matrici di osservabilità

```
% misura delle due correnti ai generatori
Os_ix1=obsv(A,C(1:2,:));
RankOs_ix1=rank(Os_ix1)
% misura delle due correnti a fine linea
Os_ix2=obsv(A,C(3:4,:));
RankOs_ix2=rank(Os_ix2)
```

In entrambi i casi la matrice di osservabilità ha rango pieno

```
RankOs_ix1 = 6  
RankOs_ix2 = 6
```

La verifica del numero di condizione non fornisce indicazioni utili alla scelta. Possiamo valutare le matrici di osservabilità quadrate nei due casi, utilizzando un indice di osservabilità uguale a 3 per entrambe le variabili misurate

Comandi MATLAB per il calcolo delle matrici di osservabilità

```
% Osservazione mediante le due correnti ai generatori  
Os_gen=[C(1, :); C(1, :)*A; C(1, :)*A^2; C(2, :); C(2, :)*A; C(2, :)*A^2];  
% Osservazione mediante le due correnti dei cavi al carico  
Os_car=[C(3, :); C(3, :)*A; C(3, :)*A^2; C(4, :); C(4, :)*A; C(4, :)*A^2];
```

Il numero di condizione della matrice di osservabilità relativa alla misura delle due correnti ai generatori è inferiore e quindi si sceglie di utilizzare come misura le correnti ai generatori

```
>> cond(Os_gen)  
ans = 7.3579e+09
```

```
>> cond(Os_car)  
ans = 3.6146e+10
```

Comandi MATLAB per il calcolo della forma osservabile del sistema e della matrice di output-injection

Vengono scelti come autovalori dell'osservatore

```
 $\lambda_1 = -1000$   
 $\lambda_2 = -1500$   
 $\lambda_3 = -2000$ 
```

```
% scelta variabili misurate e calcolo della forma osservabile del sistema  
Os=Os_gen;  
Os_inv=inv(Os);  
Tau_inv=[Os_inv(:,3), A*Os_inv(:,3), A^2*Os_inv(:,3), Os_inv(:,6),  
A*Os_inv(:,6), A^2*Os_inv(:,6)];  
Tau=inv(Tau_inv);  
Aos=Tau*A*Tau_inv  
Cos=C(1:2, :)*Tau_inv
```

Si nota come la matrice delle uscite è già nella forma osservabile generalizzata

```
>> Cos
```

```
Cos =  
[ 0, 0, 1, 0, 0, 0]  
[ 0, 0, 0, 0, 0, 1]
```

Bozza soluzione esercitazione n° 6 di Analisi e controllo dei sistemi multivariabili

```
% Imposizione degli autovalori dell'osservatore
P=poly([-1000, -1500, -2000]);
Los=[-Aos(:,3)-[P(4),P(3),P(2),0,0,0]',-Aos(:,6)-[0,0,0,
P(4),P(3),P(2)]'];
Aos+Los*Cos
L=Tau_inv*Los;
```

La dinamica dell'errore di stima è caratterizzata dagli autovalori scelti

```
>> eig(A+L*C(1:2,:))
```

```
ans =
    1.0e+03 *
   -1.0000
   -1.0000
   -1.5000
   -1.5000
   -2.0000
   -2.0000
```

Per verificare la procedura in modo analitico è possibile sviluppare l'elaborazione mediante il calcolo simbolico di MATLAB. DI seguito anche il calcolo della forma controllabile multicompana del sistema

Codice MATLAB per il calcolo simbolico della matrice di output-injection per il sistema

```
% Inizializzazione e definizione delle variabili simboliche
clear all
clc
syms R1 R2 L1 L2 C1 G1 C2 G2 Lc Rc
% Dinamica dello stato
E=[L1 0 0 0 0 0;
    0 L2 0 0 0 0;
    0 0 C1 0 0 0;
    0 0 0 C2 0 0;
    0 0 0 0 L1+Lc Lc;
    0 0 0 0 Lc L2+Lc];
A1=[-R1 0 -1 0 0 0;
    0 -R2 0 -1 0 0;
    1 0 -G1 0 -1 0;
    0 1 0 -G2 0 -1;
    0 0 1 0 -(R1+Rc) -Rc;
    0 0 0 1 -Rc -(R2+Rc)];
B1=[1 0; 0 1; 0 0; 0 0; 0 0; 0 0];
A=simplify(inv(E)*A1);
B=simplify(inv(E)*B1);
% Controllabilità mediante i due generatori
Co=simplify([B(:,1), A*B(:,1), A^2*B(:,1), B(:,2), A*B(:,2),
A^2*B(:,2)]);
DeterCo=det(Co);
Co_inv=simplify(inv(Co));
DeterCo_inv=det(Co_inv);
```

Bozza soluzione esercitazione n° 6 di Analisi e controllo dei sistemi multivariabili

```
T_inv=simplify([Co_inv(3,:); Co_inv(3,:)*A; Co_inv(3,:)*A^2; Co_inv(6,:);  
Co_inv(6,:)*A; Co_inv(6,:)*A^2]);  
T=simplify(inv(T_inv));  
Ac=simplify(T_inv*A*T);  
Bc=simplify(T_inv*B);
```

```
% Osservabilità mediante le correnti ai generatori  
C=[1, zeros(1,5); 0, 1, zeros(1,4)];  
Os=[C(1,:); C(1,:)*A; C(1,:)*A^2;C(2,:); C(2,:)*A; C(2,:)*A^2];  
DeterOs=det(Os);  
Os_inv=simplify(inv(Os));  
Tau_inv=simplify([Os_inv(:,3), A*Os_inv(:,3),  
A^2*Os_inv(:,3),Os_inv(:,6), A*Os_inv(:,6), A^2*Os_inv(:,6)]));  
Tau=inv(Tau_inv);  
Aos=simplify(Tau*A*Tau_inv);  
Cos=simplify(C(1:2,:)*Tau_inv);  
% Imposizione degli autovalori dell'osservatore  
P=poly([-1000, -1500, -2000]);  
Los=[-Aos(:,3)-[P(4),P(3),P(2),0,0,0]',-Aos(:,6)-[0,0,0,  
P(4),P(3),P(2)]'];  
Aos+Los*Cos;  
% Calcolo della matrice di output-injection  
L=Tau_inv*Los;
```

La matrice della dinamica dell'errore nella forma osservabile è

```
>> Aos+Los*Cos  
ans =  
[ 0, 0, -3000000000, 0, 0, 0]  
[ 1, 0, -6500000, 0, 0, 0]  
[ 0, 1, -4500, 0, 0, 0]  
[ 0, 0, 0, 0, 0, -3000000000]  
[ 0, 0, 0, 1, 0, -6500000]  
[ 0, 0, 0, 0, 1, -4500]
```