

Analisi dei dati sperimentali: misura di una reattanza

$$X = \frac{U}{I} \operatorname{sen} \varphi$$

Si considerino cinque gruppi indipendenti di osservazioni *simultanee* delle tre variabili U , I e φ :

N. prova	U (V)	I (mA)	φ (rad)
1	5.007	19.663	1.0456
2	4.994	19.639	1.0438
3	5.005	19.640	1.0468
4	4.990	19.685	1.0428
5	4.999	19.678	1.0433

Determinare:

- Per ciascuna delle grandezze di ingresso la media, la varianza e lo scarto tipo sperimentale della media.
- Il valore stimato della reattanza e l'incertezza tipo composta di tale risultato

Analisi statistica dei dati misurati

Valore medio

$$\bar{w} = \frac{1}{5} \sum_{k=1}^5 w_k$$

Deviazione standard

$$s(w_k) = \sqrt{\frac{1}{5-1} \sum_{k=1}^5 (w_k - \bar{w})^2}$$

Deviazione standard della media

$$s(\bar{w}) = \frac{s(w_k)}{\sqrt{5}}$$

	U (V)	I (mA)	φ (rad)
Valore medio	4.999	19.661	1.04446
Deviazione standard	$7 \cdot 10^{-3}$	$2.1 \cdot 10^{-2}$	$1.7 \cdot 10^{-3}$
Scarto tipo della media	$3 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-3}$	$7.5 \cdot 10^{-4}$

Risultato valutazione dell'incertezza: primo metodo

Si impiegano per U , I e φ i valori medi:

$$X = \frac{U}{I} \operatorname{sen} \varphi = \frac{4.999}{19.661 \cdot 10^{-3}} \operatorname{sen}(1.00446) = 219.847 \, \Omega$$

L'incertezza tipo composta u_x può essere determinata mediante la legge di propagazione delle incertezze:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial w_i} \right)^2 u_{w_i}^2 + 2 \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m \frac{\partial f}{\partial w_i} \frac{\partial f}{\partial w_j} u_{w_i, w_j}}$$

Risultato valutazione dell'incertezza: primo metodo

Determinazione delle covarianze

$$u_{w_i, w_j} = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{k=1}^N (w_{ik} - \bar{w}_i)(w_{jk} - \bar{w}_j)$$

Coefficienti di correlazione:

$$r_{w_i, w_j} = \frac{u_{w_i, w_j}}{u_{w_i} u_{w_j}}$$

$$r_{U, I} = -0.36; \quad r_{U, \varphi} = 0.86; \quad r_{I, \varphi} = -0.65$$

Risultato valutazione dell'incertezza: primo metodo

Propagazione delle incertezze

$$\begin{aligned}
 u_X^2 &= \left(\frac{\partial X}{\partial U}\right)^2 u_U^2 + \left(\frac{\partial X}{\partial I}\right)^2 u_I^2 + \left(\frac{\partial X}{\partial \varphi}\right)^2 u_\varphi^2 + 2 \left[\frac{\partial X}{\partial U} \frac{\partial X}{\partial I} r_{U,I} u_U u_I + \frac{\partial X}{\partial U} \frac{\partial X}{\partial \varphi} r_{U,\varphi} u_U u_\varphi + \frac{\partial X}{\partial I} \frac{\partial X}{\partial \varphi} r_{I,\varphi} u_I u_\varphi \right] = \\
 &= \left(\frac{1}{I} \operatorname{sen} \varphi\right)^2 u_U^2 + \left(-\frac{U}{I^2} \operatorname{sen} \varphi\right)^2 u_I^2 + \left(\frac{U}{I} \operatorname{cos} \varphi\right)^2 u_\varphi^2 + 2 \left(\frac{1}{I} \operatorname{sen} \varphi\right) \left(-\frac{U}{I^2} \operatorname{sen} \varphi\right) r_{U,I} u_U u_I + \\
 &2 \left(\frac{1}{I} \operatorname{sen} \varphi\right) \left(\frac{U}{I} \operatorname{cos} \varphi\right) r_{U,\varphi} u_U u_\varphi + 2 \left(-\frac{U}{I^2} \operatorname{sen} \varphi\right) \left(\frac{U}{I} \operatorname{cos} \varphi\right) r_{I,\varphi} u_I u_\varphi
 \end{aligned}$$

Incertezza tipo composta

$$u_X^2 = 0.087 \Omega^2 \quad \Rightarrow \quad u_X = \sqrt{0.087} = 0.295 \Omega$$

Risultato valutazione dell'incertezza: secondo metodo

Si calcola un valore di reattanza per ciascuna serie di dati di ingresso.
Si considera poi la media dei cinque valori così ottenuti per X come la stima migliore della reattanza.

N. prova	U (V)	I (mA)	φ (rad)	$X(\Omega)$
1	5.007	19.663	1.0456	220.32
2	4.994	19.639	1.0438	219.79
3	5.005	19.640	1.0468	220.64
4	4.990	19.685	1.0428	218.97
5	4.999	19.678	1.0433	219.51
Valore medio				219.847

Lo scarto tipo di tale risultato può essere calcolato sulla base dei cinque valori di X ottenuti:

$$u_x = 0.295 \Omega.$$